

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: VECTO TRONG KHÔNG GIAN



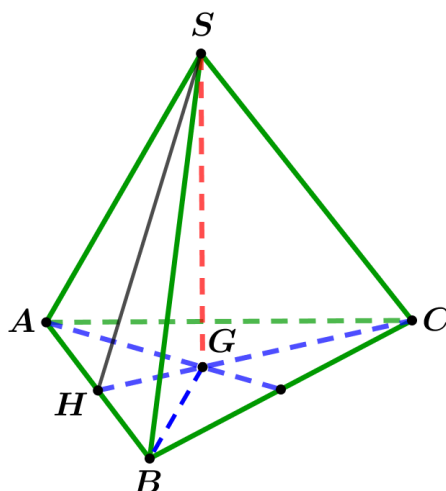
HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Có 4 vectơ có điểm đầu là S và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện.
- b) Trong số các vectơ ở câu a, có 2 vectơ có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) .
- c) Gọi H là trung điểm của AB . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{SH}$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- d) Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{SG}$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



+) Có 3 vectơ có điểm đầu là S và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện là : $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}$.

+) Trong các vectơ $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}$ thì không vectơ nào có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) .

$$+) |\overrightarrow{SH}| = SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$+) |\overrightarrow{SG}| = SG = \sqrt{SH^2 - HG^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{15}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

- a) Sai: Có 3 vector có điểm đầu là S và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện.
b) Sai: Trong số các vector ở câu a, không vector nào có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) .

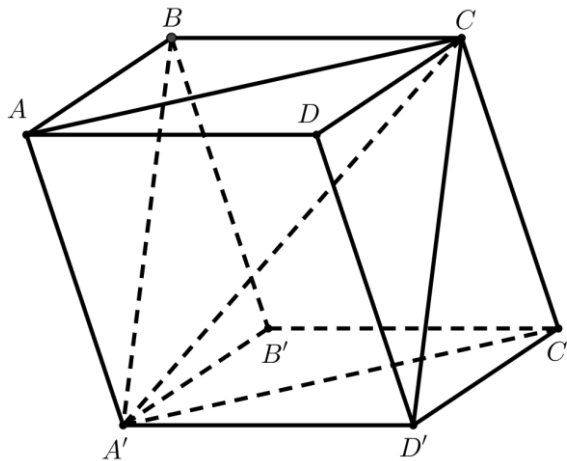
c) Sai: $|\overrightarrow{SH}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

d) Sai: $|\overrightarrow{SG}| = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.

Câu 2: Cho hình hộp thoi $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 7 vector cùng phương với $\overrightarrow{BC}$.
b) Hai vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ cùng hướng.
c) Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 6 vector bằng $\overrightarrow{BC}$.
d) Nếu $A'B \perp (ADC'B')$ thì $|\overrightarrow{A'C}| = |\overrightarrow{BD'}|$.

Lời giải



- +) Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 6 vector cùng phương với $\overrightarrow{BC}$ là $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}$.
+) $ACC'A'$ là hình bình hành nên hai vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ cùng hướng.
+) Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 3 vector bằng $\overrightarrow{BC}$ là $\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'D'}$.
+) Nếu $A'B \perp (ADC'B')$ thì $A'B \perp B'C' \Rightarrow A'B \perp BC$. Khi đó $A'BCD'$ là hình chữ nhật nên $|\overrightarrow{A'C}| = |\overrightarrow{BD'}|$.

- a) Sai: Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 6 vector cùng phương với $\overrightarrow{BC}$.
b) Đúng: Hai vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ cùng hướng.

c) Sai: Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 3 vector bằng $\overrightarrow{BC}$.

d) Đúng: Nếu $A'B \perp (ADC'B')$ thì $|\overrightarrow{A'C}| = |\overrightarrow{BD'}|$.

Câu 3: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1 và O là tâm của đáy. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

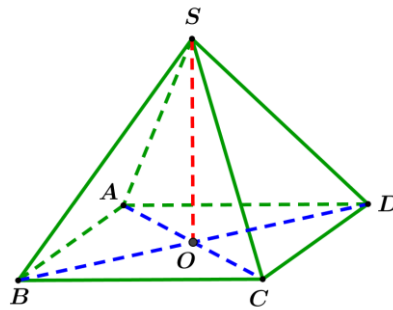
a) Trong các vector $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ có 4 vector cùng hướng với $\overrightarrow{SO}$.

b) Số vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ và có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập $\{S, A, B, O\}$ là 2.

c) Độ dài của vector $\overrightarrow{SO}$ bằng $\frac{1}{4}$.

d) Nếu $\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{CA}$ thì $DSM = 120^\circ$.

Lời giải



+) Do mỗi đường thẳng SA, SB, SC, SD đều cắt đường thẳng SO nên trong các vector $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ không có vector nào cùng hướng với $\overrightarrow{SO}$.

+) Các vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ và có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập $\{S, A, B, O\}$ là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}$. Do đó, số vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ và có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập $\{S, A, B, O\}$ là 2.

$$+) |\overrightarrow{SO}| = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

+) Nếu $\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{CA}$ thì $SM \parallel CA$. Mà $CA \perp SD$ nên $SM \perp SD$. Do đó $DSM = 90^\circ$

a) Sai: Trong các vector $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ không có vector nào cùng hướng với $\overrightarrow{SO}$.

b) Đúng: Số vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ và có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập $\{S, A, B, O\}$ là 2.

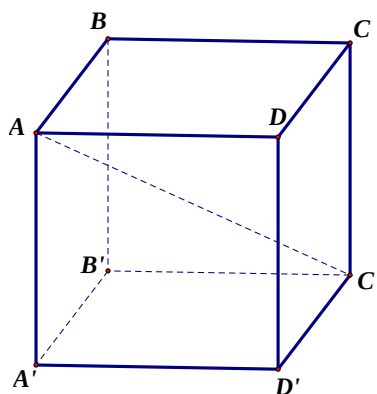
c) Sai: Độ dài của vector $\overrightarrow{SO}$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

d) Sai: Nếu $\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{CA}$ thì $DSM = 90^\circ$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AA'}$.
- b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
- c) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A'A}$.
- d) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{C'B} + \overrightarrow{C'D'}$.

Lời giải



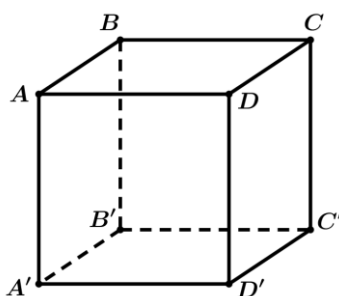
Theo quy tắc hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

- a) Sai.
- b) Đúng.
- c) Sai.
- d) Sai.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có độ dài các cạnh bằng 1. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}| = \sqrt{2}$.
- b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = 3$.
- c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'A}| = \sqrt{3}$.
- d) $|\overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'C}| = \sqrt{3}$.

Lời giải

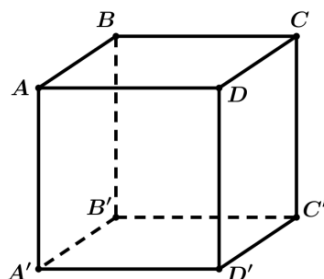


- a) Đúng vì $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}| = |\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}| = \sqrt{2}$.
- b) Sai vì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = \sqrt{3}$.
- c) Sai vì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'A}| = \sqrt{2}$.
- d) Đúng vì $|\overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'C}| = |\overrightarrow{AC}| \sqrt{3}$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $\sqrt{2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = 2\sqrt{2}$.
- b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{D'C'} - \overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{2}$.
- c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'}| = 4$.
- d) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = 3\sqrt{2}$.

Lời giải



- +) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = |\vec{0}| = 0$.
- +) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{D'C'} - \overrightarrow{A'B'}| = |\overrightarrow{D'C'}| = \sqrt{2}$.
- +) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$.
- +) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = |\overrightarrow{AC'}| = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.
- a) Sai: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = 0$.
- b) Đúng: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{D'C'} - \overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{2}$.
- c) Sai: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'}| = 2$.
- d) Sai: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = \sqrt{6}$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
- b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}| = \overrightarrow{AD}$.
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$ với G là trọng tâm tam giác BCD .

Lời giải

a) Đúng vì $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

b) Sai vì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AD}|$.

c) Đúng vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{VP}$.

d) Đúng vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 8: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, O là giao điểm của BC' và $B'C$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

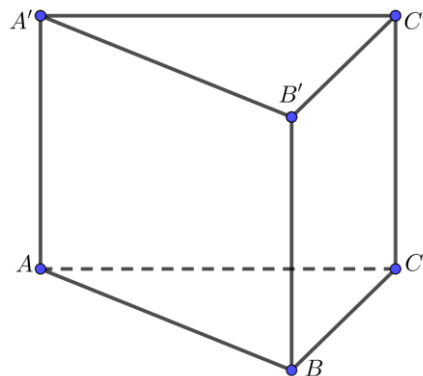
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{BC'}$.

b) $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AB}$.

c) $\overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{B'C'}$.

d) Nếu $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG}$ thì $G \equiv O$.

Lời giải



$$+) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{BC'}.$$

$$+) \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AB}.$$

$$+) \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{B'C'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}.$$

+) Gọi D' là đỉnh của hình bình hành $A'B'D'C'$.

Theo quy tắc hình hộp, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD'} = 2\overrightarrow{AG}$.

a) Đúng: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{BC'}$.

b) Đúng: $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AB}$.

c) Đúng: $\overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{B'C'}$.

d) Sai: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AG}$.

Câu 9: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Nếu k là một số thực và $\vec{a}$ là hai vector bất kì thì $|k\vec{a}| = k|\vec{a}|$.
- b) Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vector bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.
- c) Nếu k là một số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.
- d) Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$.

Lời giải

+) Theo định nghĩa tích của một số với một vector trong không gian, ta có:

Nếu k là một số thực và $\vec{a}$ là hai vector bất kì thì $|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.

+) Theo các tính chất của tích của một số với một vector trong không gian, ta có:

Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vector bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.

Nếu k là một số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

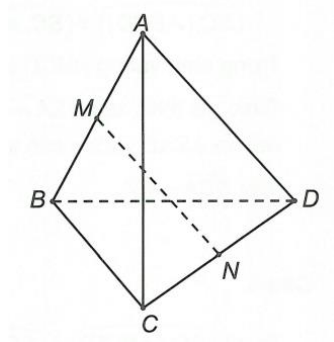
Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$.

- a) Sai: Nếu k là một số thực và $\vec{a}$ là hai vector bất kì thì $|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.
- b) Đúng: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vector bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.
- c) Đúng: Nếu k là một số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.
- d) Đúng: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, I lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN và G là trọng tâm tam giác BCD . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MN}$.
- b) $\vec{AD} + \vec{BC} = 2\vec{MN}$.
- c) $\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = 3\vec{IG}$.
- d) $2\vec{IG} + \vec{IA} = \vec{0}$.

Lời giải



+) Vì N là trung điểm của CD nên $\vec{MC} + \vec{MD} = 2\vec{MN}$.

+) Ta có : $\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{AM} + \vec{MD} + \vec{BM} + \vec{MC} = (\vec{MD} + \vec{MC}) + (\vec{AM} + \vec{BM}) = 2\vec{MN} + \vec{0} = 2\vec{MN}$.

+) Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên $\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = 3\vec{IG}$.

+) Vì I là trung điểm của MN nên

$$2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{IA} = -3\overrightarrow{IG} \Rightarrow 2\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IG} \neq \vec{0}.$$

a) Sai: $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$.

b) Đúng: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$.

c) Đúng: $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 3\overrightarrow{IG}$.

d) Sai: $2\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IG} \neq \vec{0}$.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

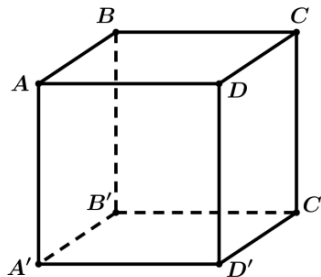
a) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{D'C'}) = 0^\circ$.

b) $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{D'A'}) = 0^\circ$.

c) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C'B'}) = 45^\circ$.

d) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B}) = 120^\circ$.

Lời giải



+) Hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{D'C'}$ cùng hướng nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{D'C'}) = 0^\circ$.

+) Hai vector $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{D'A'}$ ngược hướng nên $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{D'A'}) = 180^\circ$.

+) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C'B'}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

+) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B}) = (\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{A'B}) = \angle BAC' = 60^\circ$.

a) Đúng: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{D'C'}) = 0^\circ$.

b) Sai: $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{D'A'}) = 180^\circ$.

c) Sai: $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C'B'}) = 135^\circ$.

d) Sai: $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B}) = 60^\circ$.

Câu 12: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1 và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$.

b) $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

c) $(\vec{a} - \vec{b})^2 = 0$.

d) Hai vectơ $\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b}$ và $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$ không vuông góc với nhau.

Lời giải

+) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

+) $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = \vec{a}^2 - 6\vec{b}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 - 6 - \frac{\sqrt{3}}{2} = -5 - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

+) $(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1 - \sqrt{3} + 1 = 2 - \sqrt{3}$.

+) $(\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b})(\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}) = \sqrt{3}\vec{a}^2 - \sqrt{3}\vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3} \neq 0$.

Suy ra hai vectơ $\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b}$ và $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$ không vuông góc với nhau.

a) Sai: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) Sai: $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = -5 - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) Sai: $(\vec{a} - \vec{b})^2 = 2 - \sqrt{3}$.

d) Đúng: Hai vectơ $\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b}$ và $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$ không vuông góc với nhau.

Câu 13: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 1. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

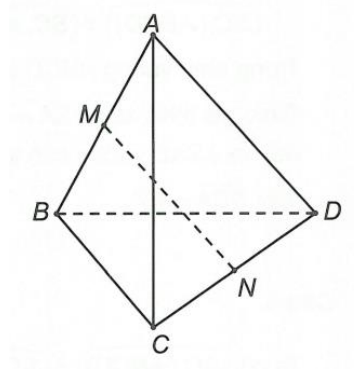
a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$.

b) $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}$.

c) $AB \perp CD$.

d) Góc giữa đường thẳng MN với đường thẳng BC bằng 30° .

Lời giải



$$+) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$+) \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) = AB^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2 - AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 1^2 - 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$+) \text{ Vì } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1^2 \cdot \cos 60^\circ - 1^2 \cdot \cos 60^\circ = 0$$

suy ra $AB \perp CD$.

$$+) \text{ Đặt } \overrightarrow{AD} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}.$$

Khi đó, ta có $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{c}) = (\vec{c}, \vec{a}) = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vì } M, N \text{ lần lượt là trung điểm của } AB \text{ và } CD \text{ nên } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} - \vec{b}).$$

$$MN^2 = \frac{1}{4}(\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{c} - 2\vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b} \cdot \vec{c}) = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} - \vec{b})(-\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(MN, BC) = \frac{\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{\frac{1}{2}}{1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng MN và BC bằng 45° .

a) Sai: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}.$

b) Đúng: $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}.$

c) Đúng: $AB \perp CD.$

d) Sai: Góc giữa đường thẳng MN với đường thẳng BC bằng 45° .

Câu 14: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

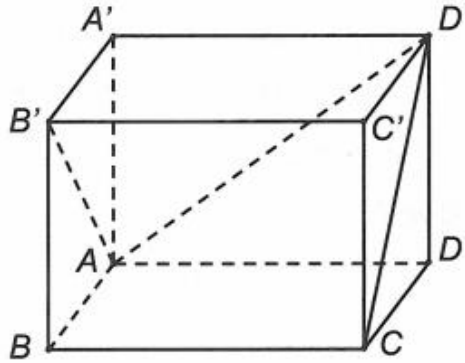
a) $\overrightarrow{AC'}^2 = 3a^2.$

b) $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = a^2$.

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'A'} = a^2$.

d) Biểu thức $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là tâm hình vuông $ABCD$.

Lời giải



$$\begin{aligned} +) \overrightarrow{AC'}^2 &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})^2 \\ &= \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AA'}^2 \quad \left(\text{do } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \right) \\ &= 3a^2. \end{aligned}$$

$$+) \overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'D'}) \cdot (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B'}) = \overrightarrow{AA'}^2 = a^2 \quad \left(\text{do } \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{A'D'} = 0 \right).$$

$$+) \text{ Ta có: } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'A'} = -\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{A'C'} = -\left(a^2 \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \right) = -a^2.$$

+) Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G$ cố định và $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

$$\begin{aligned} P &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3MG^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + GA^2 + GB^2 + GC^2 \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \geq GA^2 + GB^2 + GC^2. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow M \equiv G$.

Vậy $P_{\min} = GA^2 + GB^2 + GC^2$ với $M \equiv G$ là trọng tâm tam giác ABC .

a) Đúng: $\overrightarrow{AC'}^2 = 3a^2$.

b) Đúng: $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = a^2$.

c) Sai: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'A'} = -a^2$.

d) Sai: Biểu thức $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

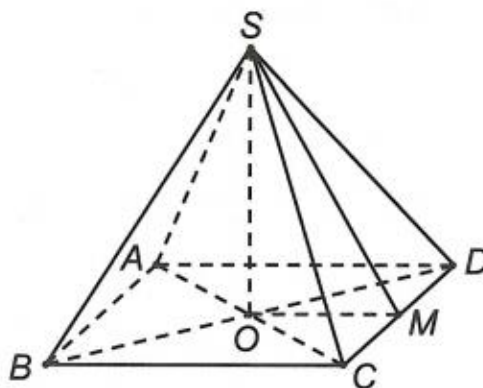
a) $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$.

b) $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CD}$.

c) $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{a^2}{2}$.

d) $\cos(CN, SB) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



+) Ta có : $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{BC^2}{2} = -\frac{a^2}{2}$.

+) Ta có: $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{CS} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{a^2}{2}$; $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CS} \cdot \overrightarrow{CD} = -\frac{a^2}{2}$.

+) Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều.

Suy ra $\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OS}; \overrightarrow{OD}$ đôi một vuông góc.

Do M là trung điểm của CD nên ta có:

$$\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OS} \text{ và } \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}.$$

Do $\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OS}; \overrightarrow{OD}$ đôi một vuông góc với nhau nên

$$\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}OC^2 + \frac{1}{2}OD^2 = OC^2 = \frac{a^2}{2}.$$

+) Ta có : $\cos(\overrightarrow{CN}, \overrightarrow{BS}) = \frac{\overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{BS}}{CN \cdot BS}$.

$$\text{Mà } \overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{BS} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{CS} + \overrightarrow{CD}) \cdot \overrightarrow{BS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BS} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{nên } \cos(\overrightarrow{CN}, \overrightarrow{BS}) = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}. \text{ Suy ra } \cos(CN, SB) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

a) Sai: $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{a^2}{2}$.

b) Đúng: $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CD}$.

c) Đúng: $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{a^2}{2}$.

d) Sai: $\cos(CN, SB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 16: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$ ”.		
c) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ với $ABCD$ là tứ giác ”.		
d) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ với $ABCD$ là hình bình hành ”.		

Lời giải

- + Mệnh đề a đúng: Quy tắc ba điểm.
- + Mệnh đề b đúng: Quy tắc đa giác.
- + Mệnh đề c sai: Vì $ABCD$ là tứ giác.
- + Mệnh đề d đúng: Quy tắc hình bình hành.

Câu 17: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ ”.		
c) “ $k \cdot \vec{a} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC} \leftrightarrow$ Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng ”.		

Lời giải

- + Mệnh đề a đúng: Quy tắc trừ vector.
- + Mệnh đề b đúng: Quy tắc trừ vector.
- + Mệnh đề c sai: Vì $\begin{cases} k = 0 \\ \vec{a} \neq \vec{0} \end{cases} \rightarrow k \cdot \vec{a} = \vec{0}$.
- + Mệnh đề d sai: Vì $k = 0 \leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{0} \leftrightarrow A \equiv B$.

Câu 18: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $k.(\vec{a} + \vec{b}) = k.\vec{a} + k.\vec{b}$ ”.		
b) “ Với $\vec{a} \neq \vec{0}$ thì $k.\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$ ”.		
c) “ $ k.\vec{a} = k. \vec{a} $ ”.		
d) “Góc giữa $(\vec{u}; \vec{v}) \in [0; 180^\circ]$ ”.		

Lời giải

+ Mệnh đề a đúng: Tính chất.

+ Mệnh đề b đúng: Tính chất.

+ Mệnh đề c sai: Vì nếu $k < 0$ thì $|k.\vec{a}| = |k|.|\vec{a}| = -k.|\vec{a}|$.

+ Mệnh đề d đúng: Tính chất.

Câu 19: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ Với $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì $\vec{a}.\vec{b} = \vec{a} . \vec{b} .\cos(\vec{a}; \vec{b})$ ”.		
b) “ $(\vec{a})^2 = \vec{a} ^2$ ”.		
c) “ $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{ \vec{a} . \vec{b} }$ ”.		
d) “ $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì $\vec{u}.\vec{v} = 0 \leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$ ”.		

Lời giải

+ Mệnh đề a đúng: Tích vô hướng của hai vector.

+ Mệnh đề b đúng: Vì $\vec{u}.\vec{u} = |\vec{u}|.|\vec{u}|.\cos(\vec{u}; \vec{u}) = |\vec{u}|^2.\cos 0^\circ = |\vec{u}|^2$.

+ Mệnh đề c sai: Vì chưa có điều kiện $\vec{u} \neq \vec{0}$ và $\vec{v} \neq \vec{0}$.

+ Mệnh đề d đúng: Tính chất.

Câu 20: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$ với I là trung điểm đoạn AB và điểm M bất kỳ ”.		

b) “ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ với G là trọng tâm ΔABC và điểm M bất kỳ ”.		
c) “ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$ với G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ và điểm M bất kỳ ”.		
d) “Nếu $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ thì chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành ”.		

Lời giải

+ Mệnh đề a đúng: Vì ta có $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MI} = \vec{0} \leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

+ Mệnh đề b đúng: Vì ta có

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MG} = \vec{0} \leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}.$$

+ Mệnh đề c đúng: Vì ta có

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MG} = \vec{0}.$$

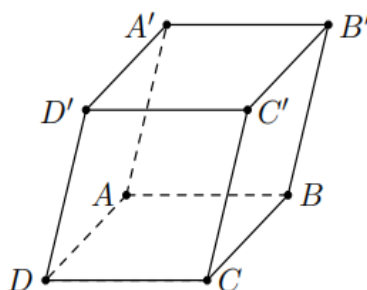
$$\leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}.$$

+ Mệnh đề d đúng: Vì $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} \leftrightarrow \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} \leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{BB'}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ”.		
c) “ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BD'}$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ ”.		

Lời giải



+ Mệnh đề a đúng: Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'}$.

+ Mệnh đề b sai: Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

+ Mệnh đề c sai: Vì $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AD'} \rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{D'B}$.

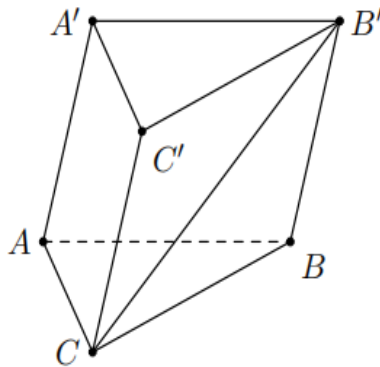
+ Mệnh đề d đúng: Vì

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}. \text{ (Quy tắc hình hộp).}$$

Câu 22: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{BC}$ ”.		
b) “ Góc giữa $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AA'}) = (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{CC'}) = (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BB'})$ ”.		
c) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AC'}$ ”.		
d) “Góc giữa $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AA'}) = (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{AA'})$ ”.		

Lời giải



+ Mệnh đề a đúng: Vì $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} \rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

+ Mệnh đề b đúng: Vì $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.

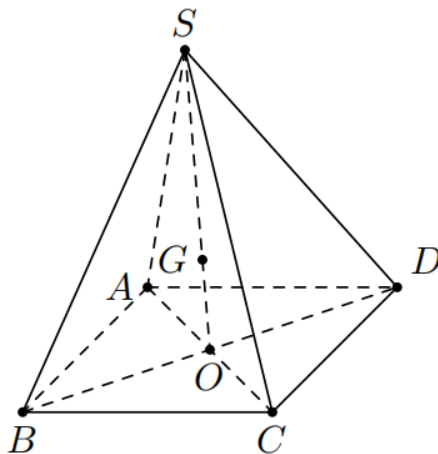
+ Mệnh đề c đúng: Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AC'}$.

+ Mệnh đề d sai: Vì nếu $\alpha = (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AA'})$ thì $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{AA'}) = 180^\circ - \alpha$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$ ”.		
b) “ Ba điểm G, S, O thẳng hàng ”.		
c) “ $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 8\overrightarrow{GO}$ ”.		

Lời giải



+ O là tâm hình bình hành $ABCD \rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

+ Mà $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG} \text{ (Ba điểm } G, S, O \text{ thẳng hàng).}$$

+ Lại có $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG} \Leftrightarrow \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OS} = 4\overrightarrow{OG}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GO} - 4\overrightarrow{OG} = -\overrightarrow{OS} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{GO} = \overrightarrow{SO}$$

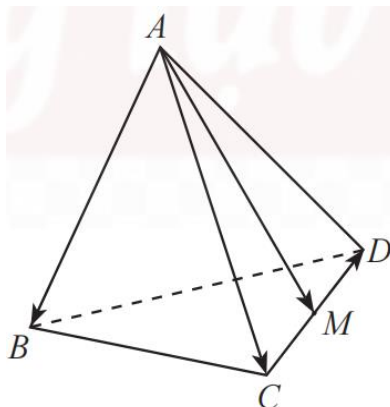
+ Mà $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} = 10\overrightarrow{GO}$.

Vậy mệnh đề a đúng, mệnh đề b đúng, mệnh đề c đúng, mệnh đề d sai.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm CD . Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \frac{-a^2}{2}$ ”.		
c) “Góc giữa $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD}$ ”.		

Lời giải



+ Mệnh đề a đúng: Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

$$= AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC) = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

→ chứng minh tương tự ta được $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{2}.$

+ Mệnh đề b sai. Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a^2}{2}.$$

+ Mệnh đề c, d đều đúng:

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD}.$$

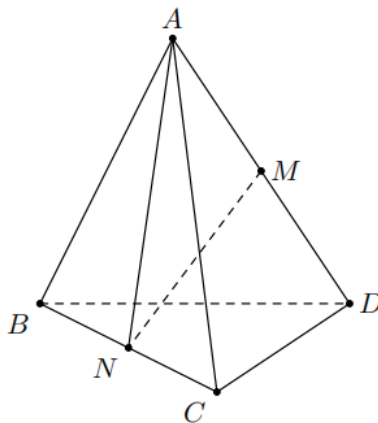
$$\text{Mà } AM \perp CD, MB \perp CD \rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \rightarrow AB \perp CD.$$

$$\rightarrow (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 90^\circ.$$

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng ”.		
c) “ $\overrightarrow{AN}; \overrightarrow{CM}; \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng ”.		
d) “ $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng ”.		

Lời giải



+ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) \rightarrow$ mệnh đề a đúng.

+ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng vì MN không nằm trong $(ABC) \rightarrow$ mệnh đề b đúng.

+ Mệnh đề c sai: Vì AN không nằm trong (MNC)

+ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}) \rightarrow \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng $\rightarrow$ mệnh đề d đúng.

Câu 26: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Sai

b) Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. Đúng

c) Sai

d) Sai

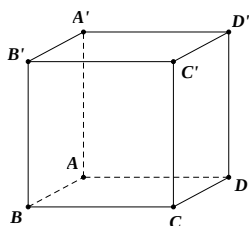
Câu 27: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$
- b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$
- c) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}$
- d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA'}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Quy tắc hình hộp. Đúng



b) Sai

c) Sai

d) Sai

Câu 28: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hình hộp $ABCDEFGH$ (tham khảo hình vẽ). Tính tổng ba vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.

b) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các véc tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{A'B'}$; $\overrightarrow{D'C'}$

c) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ $\overrightarrow{D'C'}$

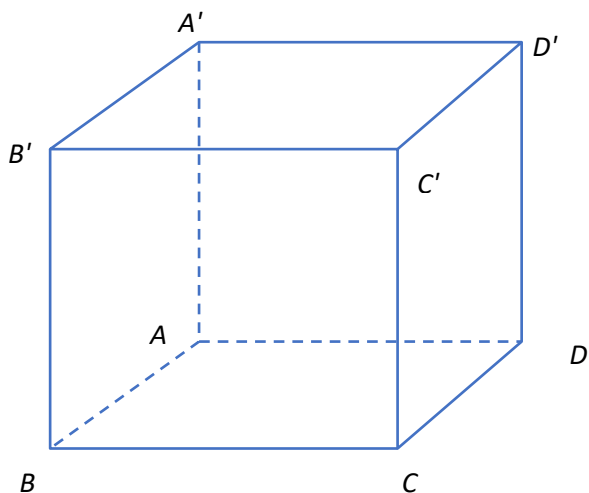
d) Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là 12.

Lời giải

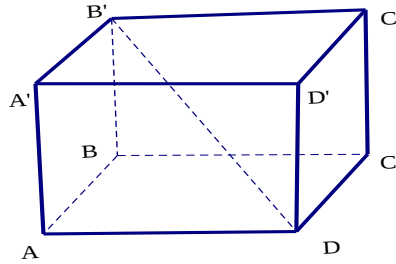
a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.

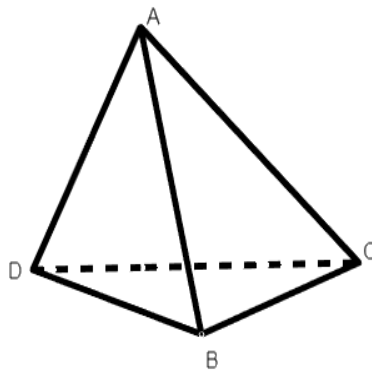
b) Dựa vào hình ta có: Các véc tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{A'B'}$; $\overrightarrow{D'C'}$.



c) Dễ dàng thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.



d) Các vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$.



Câu 29: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vector bằng $\vec{0}$ thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
- Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
- Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vector cùng phương thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
- Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

Mệnh đề “Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng” sai. Chẳng hạn xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ đồng quy, nhưng ba vector này không đồng phẳng.

- Chọn Đ
- Chọn Đ
- Chọn Đ
- Mệnh đề “Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng” sai. Chẳng hạn xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ đồng quy, nhưng ba vector này không đồng phẳng.

Câu 30: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác $\vec{0}$. Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi giá của chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
- b) Với tứ diện $ABCD$ bất kì ta luôn có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
- c) Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì tồn tại một mặt phẳng chứa cả ba đường thẳng đó.
- d) Với hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bất kì ta luôn có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{C'A}$.

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

- a) Chọn sai
- b) Với tứ diện $ABCD$ bất kì ta có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$. Chọn Đ
- c) Chọn sai
- d) Chọn sai

Câu 31: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.
- b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- c) Cho hình chóp $S.ABCD$. Nếu có $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- d) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

a) S b) Đ c) S d) S

- a) sai vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ (luôn đúng theo tính chất cộng các vector).
- b) đúng vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB // CD \\ AB = CD \end{cases}$. Vậy tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- c) sai.
- d) sai vì: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$ (vô lý nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành).

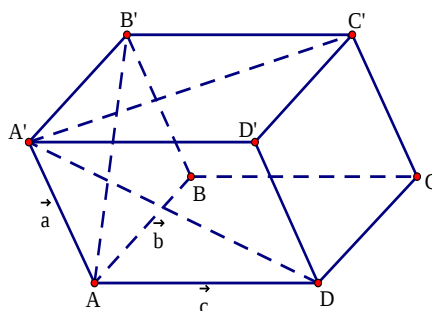
Câu 32: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương.
- b) Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ bằng vectơ $\vec{0}$.
- c) vectơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ luôn đồng phẳng với hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

d) Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba véc tơ $\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{C'A'}$, $\overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) Đ
------	------	------	------



Đáp án a) Đúng vì theo định nghĩa đồng phẳng.

Đáp án b) Đúng vì theo định nghĩa đồng phẳng.

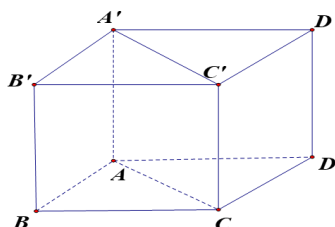
Đáp án c) Sai.

$$\text{Đáp án d) Đúng vì } \begin{cases} \overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{c} \\ \overrightarrow{AB'} = \vec{a} + \vec{b} \\ \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{CA} = -\vec{b} - \vec{c} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{DA'} - \overrightarrow{CA'}$$

Vậy 3 vectơ $\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{C'A'}$, $\overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.

Câu 33: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Thực hiện phép toán $\vec{u} = \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'A}$ bằng $\vec{u} = \overrightarrow{A'C}$



b) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$

c) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AG'}$ bằng $\overrightarrow{AG'} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

d) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$. Độ dài của $\vec{x}$ bằng $a\sqrt{2}$

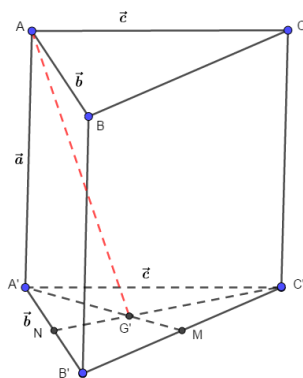
Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Ta có $\vec{u} = \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C}$

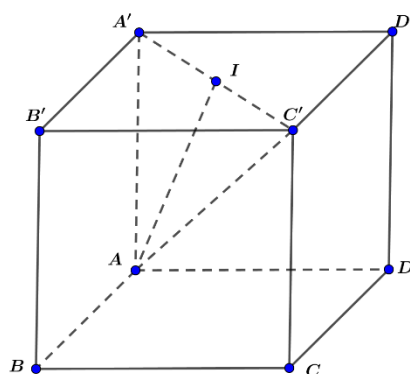
b) G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{CG} = \vec{0}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$.

c)



$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G} = \vec{a} + \frac{2}{3} \overrightarrow{A'M} = \vec{a} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}) = \vec{a} + \frac{1}{3} (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{3} (3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}).$$

d)



Gọi I là trung điểm của $A'C'$.

$$\text{Khi đó } \vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AI} \Rightarrow |\vec{x}| = 2AI = 2\sqrt{AA'^2 + A'I^2} = 2\sqrt{a^2 + \frac{1}{2}a^2} = a\sqrt{6}.$$

Câu 34: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC'}$
- c) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{CD'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{AA'}$
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Chọn sai

b) Chọn sai

$$\text{c) } \overrightarrow{CD'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BA} + (\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC'}) + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BD'} + \overrightarrow{AA'} \neq \overrightarrow{BD'}.$$

d) Chọn sai

Câu 35: Trong không gian gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- b) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$
- c) $GA = GB = GC = GD$
- d) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

- a) G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
- b) Chọn sai
- c) Chọn sai
- d) Chọn sai

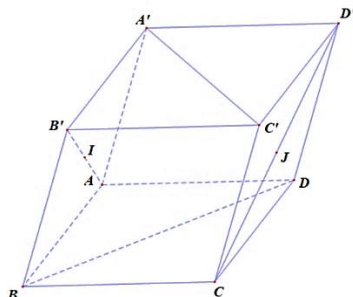
Câu 36: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CJ}$.
- b) $\overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{IJ}$
- c) $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{D'J}$.
- d) $\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{JC}$.

Lời giải

a) S	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

- a) Chọn sai
- b) Chọn sai
- c) Chọn sai
- d) Chọn đúng



Câu 37: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$

b) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AG'}$ bằng $\overrightarrow{AG'} = \frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

c) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó: $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$

d) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$. Độ dài của $\vec{x}$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

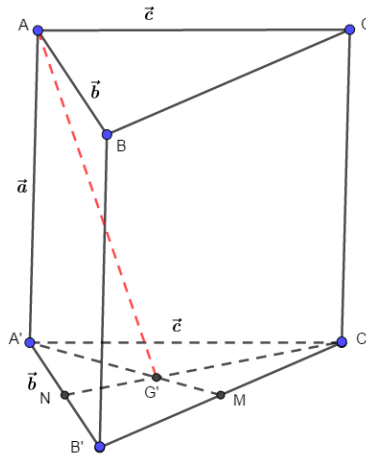
Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{CG} = \vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$. Chọn đúng

b)



$\overrightarrow{AG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G'} = \vec{a} + \frac{2}{3}\overrightarrow{A'M} = \vec{a} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}) = \vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. Chọn đúng

c) G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{CG} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$. Chọn đúng

d) Chọn sai

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

b) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$

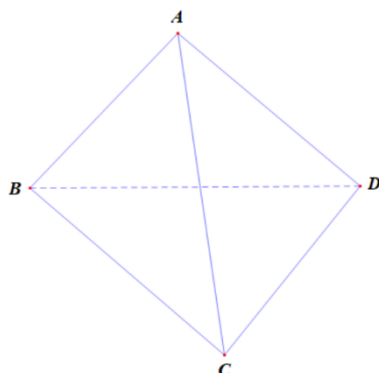
c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$

d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

- a) Chọn sai
b) Chọn sai
c)



Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$

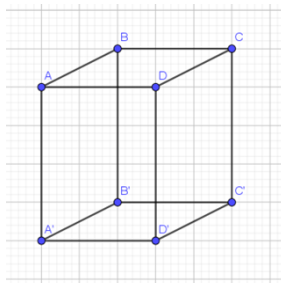
- d) Chọn sai

Câu 39: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD'}$
b) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CA'}$
c) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB'}$
d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD'}$

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ nên a) chọn sai.

$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CA'}$ nên b) chọn đúng.

$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{DB'}$ nên c) chọn sai.

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BD'}$ nên d) chọn sai

Câu 40: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Vậy độ dài đoạn $OS = 4a$

b) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Vậy độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

c) Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k.\overrightarrow{AG}$. Hỏi số thực đó bằng 4

d) Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\overrightarrow{MS}.\overrightarrow{CB}$ bằng $\frac{a^2}{3}$

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = 4\overrightarrow{OO'}$. Với O' là tâm của mặt $A'B'C'D'$.

Suy ra $OS = |\overrightarrow{OS}| = |4\overrightarrow{OO'}| = 4OO' = 4a$. Chọn đúng

b) Gọi O' là tâm hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AO'} \Rightarrow |\vec{x}| = 2|\overrightarrow{AO'}| = 2AO' = 2\sqrt{AA'^2 + AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Chọn đúng

c) Vì G là trọng tâm $\triangle BCD$ nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}.$$

Vậy $k = 3$. Chọn sai

d) Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều

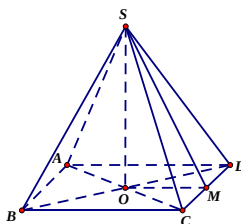
$$\Rightarrow \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AC \perp BD \end{cases}.$$

Do M là trung điểm của CD nên ta có: $\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OS}$,

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}.$$

Do $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OS}$; $\overrightarrow{OD}$ đôi một vuông góc với nhau nên ta có:

$$\overrightarrow{MS}.\overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}OC^2 + \frac{1}{2}OD^2 = OC^2 = \frac{a^2}{2}. \text{ Chọn sai}$$



Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$
- b) G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$.
- c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- d) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{MN}$

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

- a) theo tính chất trung điểm đoạn thẳng. Chọn đúng
- b) theo định nghĩa trọng tâm của tứ diện. Chọn đúng
- c) theo tính chất trọng tâm của tứ diện. Chọn đúng
- d) vì $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{MN} \neq 2\overrightarrow{MN}$. Chọn sai

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm CD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
- b) $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$
- c) $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
- d) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Theo tính chất trung điểm của đoạn thẳng ta có:

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI} \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}. \text{ Chọn đúng.}$$

- b) Chọn sai
- c) Chọn sai
- d) Chọn sai

Câu 43: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

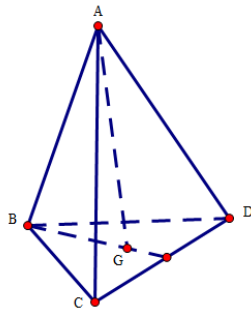
- a) Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k.\overrightarrow{AG}$. Vậy số thực đó bằng 3

- b) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Vậy độ dài đoạn OS theo a là $OS = 4a$
- c) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Vậy độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$ theo a là $a\sqrt{6}$
- d) Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng $-\frac{a^2}{2}$

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a)

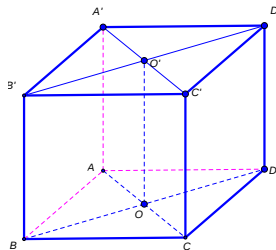


Vì G là trọng tâm $\triangle ABCD$ nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Vậy $k = 3$.

b)



$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = 4\overrightarrow{OO'}$. Với O' là tâm của mặt $A'B'C'D'$

Suy ra $OS = |\overrightarrow{OS}| = |4\overrightarrow{OO'}| = 4OO' = 4a$.

c) Gọi O' là tâm hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AO'} \Rightarrow |\vec{x}| = 2|\overrightarrow{AO'}| = 2AO' = 2\sqrt{AA'^2 + AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

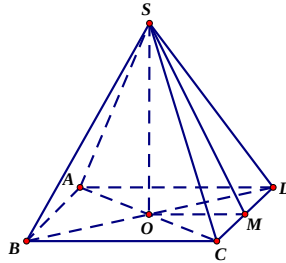
d) Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều

$$\Rightarrow \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AC \perp BD \end{cases}.$$

Do M là trung điểm của CD nên ta có: $\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OS}$,

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}.$$

Do $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OS}$; $\overrightarrow{OD}$ đôi một vuông góc với nhau nên ta có: $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}OC^2 + \frac{1}{2}OD^2 = OC^2 = \frac{a^2}{2}$



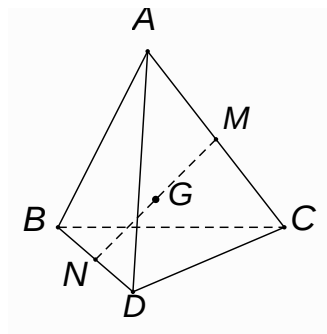
Câu 44: Cho tứ diện ABCD có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD. Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$
- b) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$
- c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- d) $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

- a) Chọn đúng.
- b) Chọn đúng.
- c) Chọn đúng.
- d) Chọn sai



$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ đúng theo tính chất trung điểm đoạn thẳng

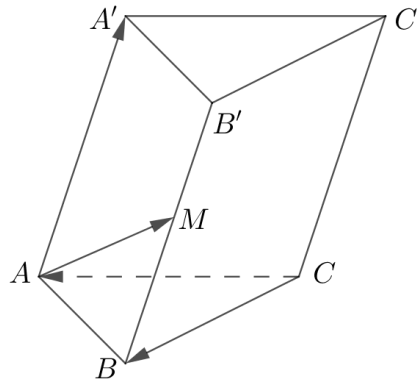
$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$ đúng vì $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ đúng vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}$.

$2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ sai vì:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} &= (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB}) + (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}) \\ &= 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}) + (\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ND}) = 2\overrightarrow{MN} + \vec{0} + \vec{0} = 2\overrightarrow{MN}.\end{aligned}$$

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ (Tham khảo hình vẽ).



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$
- b) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$
- c) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$
- d) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

Lời giải

a) S	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

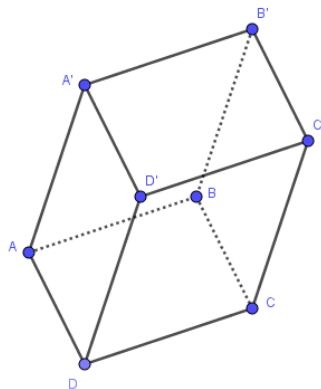
a) Chọn sai

b) Chọn sai

c) Chọn sai

d) Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$. Chọn đúng

Câu 46: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$
 b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
 c) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$
 d) $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

- a) Lý thuyết quy tắc hình hộp, bắt đầu từ đỉnh B . Chọn đúng
 b) Chọn sai
 c) Chọn sai
 d) Chọn sai

Câu 47: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng 0
 b) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AM} = -\frac{\vec{a}}{2} + \vec{b} + \vec{c}$
 c) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích (biểu thị) vectơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. vậy $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
 d) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng: $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

- a) Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a \cdot a \cdot \cos BAC = \frac{a^2}{2}; \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = a \cdot a \cdot \cos BAD = \frac{a^2}{2}$.

Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2} = 0$.

b) Chọn sai

c) Trong hình bình hành $BCC'B'$ ta có $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC}$

Mà $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

Vậy $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

d) Chọn sai

Câu 48: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$

c) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

d) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB'}$

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Chọn sai

b) Chọn sai

c) Theo quy tắc hình hộp. Chọn đúng

d) Chọn sai

Câu 49: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB' .

Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{c}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AM} = -\vec{b} + \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a}$

b) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$

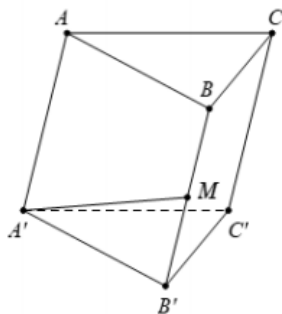
c) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

d) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a)



Vì M là trung điểm của $BB' \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'}$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'} = -\vec{b} + \vec{c} + \frac{1}{2} \vec{a}$. Chọn
đúng

- b) Chọn sai
- c) Chọn sai
- d) Chọn sai