

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

- a) $C(-1; 3; 2)$.
- b) $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 2)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-1; 3; 0)$.
- d) Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $D(1; 1; 4)$.

Lời giải

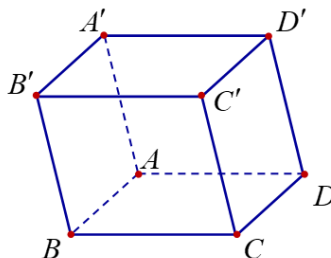
- a) Đúng vì $\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow C(-1; 3; 2)$.
- b) Sai vì $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2)$.
- c) Đúng vì $C(-1; 3; 2)$ nên hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-1; 3; 0)$.
- d) Đúng vì

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 = -1 + 2 \\ y_D + 1 = 3 - 1 \\ z_D - 1 = 2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 1 \\ z_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(1; 1; 4).$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$.

- a) $\overrightarrow{BC} = (-5; 4; -7)$.
- b) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = (3; 0; 7)$.
- c) $D(3; -8; 7)$.
- d) $B'(13; 0; 17)$

Lời giải



a) Đúng vì $\overrightarrow{BC} = (-5; 4; -7)$.

b) Đúng vì $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} = (3; 0; 7)$.

c) Sai vì Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = -5 \\ y_D - 4 = 4 \\ z_D - 0 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 8 \\ z_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(-3; 8; -7).$$

d) Đúng vì tứ giác $BB'D'D$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} - 4 = 9 \\ y_{B'} - 0 = 0 \\ z_{B'} - 0 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} = 13 \\ y_{B'} = 0 \\ z_{B'} = 17 \end{cases} \Rightarrow B'(13; 0; 17).$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (4; 2; 3)$ và điểm $A(1; -1; 2)$.

a) $\vec{u} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

b) Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox có tọa độ là $(0; -1; 2)$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; 0; 2)$.

d) Nếu $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ thì $B(-5; -1; -5)$.

Lời giải

a) Đúng vì $\vec{u} = (4; 2; 3)$ nên $\vec{u} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

b) Sai vì hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox có tọa độ là $(1; 0; 0)$.

c) Đúng vì hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; 0; 2)$.

d) Sai vì $\overrightarrow{AB} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 1 = 4 \\ y_B + 1 = 2 \\ z_B - 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = 1 \\ z_B = 5 \end{cases} \Rightarrow B(5; 1; 5).$

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), C'(4; 5; -5), D(1; -1; 1)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$

b) $C(2; 0; 4)$

c) $B'(4;6;-5)$

d) $D'(4;4;6)$

Lời giải:

a) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}$; $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'A}$ và $\overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{CA}$

Suy ra: $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = 2\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ (đpcm)

b) Sai

$C(2;0;2)$

c) Đúng

d) Sai

$D'(3;4;-6)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, điểm $M(2;0;1), N(3;2;4)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

b) $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{k}$

c) $\overrightarrow{ON} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

d) $\overrightarrow{NO} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

Lời giải:

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, cho điểm $M(-2;5;0)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Hình chiếu của M lên trục Ox là $M'(-2;0;0)$

b) Hình chiếu của M lên trục Oy là $M'(-2;0;0)$

c) Hình chiếu của M lên trục Oz là $O(0;0;0)$

d) $\overrightarrow{OM} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$

Lời giải:

a) Đúng

- b) Sai
- c) Đúng
- d) Đúng

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$; $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) $\vec{u} = (2; 0; -1)$
- b) $\vec{u} = (2; 3; -1)$
- c) $\vec{a} = (-1; 2; -3)$
- d) $\vec{a} = (-1; 2; 3)$

Lời giải:

- a) Sai
- b) Đúng
- c) Đúng
- d) Sai

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, $SA = 4$ và $SA \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) $A(0; 0; 0)$
- b) $B(0; 3; 0)$
- c) $C(3; 0; 0)$
- d) $S(4; 0; 0)$

Lời giải:

- a) Đúng
- b) Đúng
- c) Sai

Ta có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$. Suy ra: $C(3; 3; 0)$

- d) Sai

$S(0; 0; 4)$

Câu 9: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -3)$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) là $M'(1; 0; 0)$

b) Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxz) là $M'(1; 0; -3)$

c) Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0; 2; -3)$

d) $\overrightarrow{OM} = \vec{j} + 2\vec{i} - 3\vec{k}$

Lời giải:

a) Sai

$$M'(1; 2; 0)$$

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

$$\overrightarrow{OM} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$$

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB = 2$; $AD = 3$; $AA' = 4$. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc O trùng với A, các điểm B; D; A' lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

a) $\overrightarrow{AA'} = -4\vec{k}$

b) $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$

c) $\overrightarrow{AD} = 3\vec{i}$

d) $C'(2; 3; 4)$

Lời giải:

a) Sai

$$\overrightarrow{AA'} = 4\vec{k}$$

b) Đúng

c) Sai

$$\overrightarrow{AD} = 3\vec{j}$$

d) Đúng

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}; \overrightarrow{AD} = 0\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}; \overrightarrow{AA'} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}; \text{ suy ra } C'(2; 3; 4)$$

Câu 11: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 3; SA vuông góc với đáy và $SA = 4$. Chọn hệ trục Oxyz sao cho gốc O trùng với A; các điểm B; D; S lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

a) $\overrightarrow{AD} = 3\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$

b) $\overrightarrow{AS} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$

c) $\overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$

d) $\overrightarrow{SC} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

Lời giải:

a) Sai

$$\overrightarrow{AD} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$$

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

$$\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$$

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**; mệnh đề nào **sai**?

a) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.

b) Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.

c) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.

d) Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.

Lời giải:

a) Sai

Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; -y; z)$.

b) Sai

Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(-x; y; -z)$.

c) Đúng

d) Sai

Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(-x; -y; -z)$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$; $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a \neq 0$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

a) $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$

b) $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; a)$

c) $\overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 2a)$

d) $\overrightarrow{AD} = (a; 2a; 0)$

Lời giải:

a) Đúng

b) Sai

$\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 2a)$

c) Đúng

d) Sai

$\overrightarrow{AD} = (0; 2a; 0)$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$.

a) Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -2)$.

b) Vector $\overrightarrow{OC} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$.

c) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

d) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $D(3; -3; 4)$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -2)$.

b) Ta có: $C(4; 2; 2)$ nên $\overrightarrow{OC} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

c) Ta có: $\overrightarrow{AC} = (5; 4; -1)$, $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$.

d) Giả sử $D(x; y; z)$. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=4 \\ y+2=-1 \\ z-3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-3 \\ z=4 \end{cases}$.

Vậy $D(3; -3; 4)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A biết $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + 2\vec{k} - 3\vec{j}$ và vector $\vec{a} = (2; 1; -1)$.

a) Tọa độ điểm A là $A(1; 2; -3)$.

b) Vector $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

c) Điểm $M(3; -2; 1)$ thì $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$.

d) Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng Oyz là điểm $H(0; -3; -2)$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

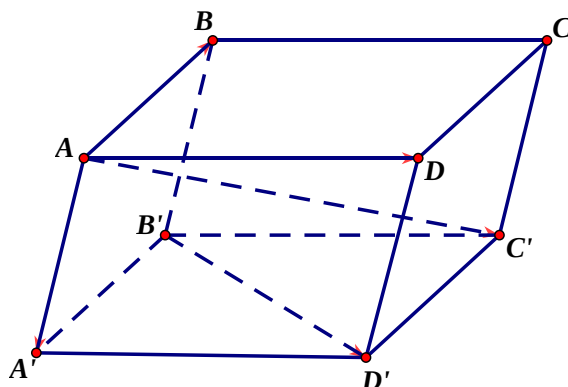
- a) Ta có: $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + 2\vec{k} - 3\vec{j}$ nên $A(1; -3; 2)$.
- b) Vector $\vec{a} = (2; 1; -1)$ nên $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$
- c) Ta có: $\overrightarrow{AM} = (2; 1; -1)$ nên $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$.
- d) Ta có: $A(1; -3; 2)$ nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng Oyz là điểm $H(0; -3; 2)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$ và $A'(1; 1; -1)$.

- a) Tọa độ điểm $C(1; -2; 4)$.
- b) Tọa độ $\overrightarrow{B'D'} = (-1; -2; -1)$.
- c) Tọa độ điểm $B'(0; -2; 3)$.
- d) Tọa độ $\overrightarrow{AC'} = (1; 1; -1)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



- a) Giả sử $C(x; y; z)$. Ta có: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1-1 \\ y-1=-1-0 \\ z-2=1-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases}$

Vậy $C(2; 0; 2)$.

- b) Ta có: $\overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BD} = (-1; -2; -1)$

- c) Giả sử $B'(x; y; z)$. Ta có: $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1-1 \\ y-1=1-0 \\ z-2=-1-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases}$

Vậy $B'(2; 2; 0)$.

$$d) \text{ Giả sử } C'(x; y; z). \text{ Ta có: } \overline{CC'} = \overline{AA'} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1-1 \\ y-0=1-0 \\ z-2=-1-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}. \text{ Suy ra, } C'(2;1;0).$$

Do đó: $\overline{AC'} = (1;1;-1)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ và điểm $A(2;-1;4)$.

- a) Tọa độ của vector $\vec{u} = (1;2;-3)$.
- b) Tọa độ của vector $\overline{OA} = (-2;1;-4)$.
- c) Tọa độ hình chiếu của điểm A trên trục Ox là $(0;-1;4)$.
- d) Tọa độ điểm B thỏa $\overline{AB} = \vec{u}$ là $B(3;1;1)$.

Lời giải

- a) Đúng: vector $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ có tọa độ $\vec{u} = (1;2;-3)$.
- b) Sai: $\overline{OA} = (2;-1;4)$
- c) Sai: Tọa độ hình chiếu của điểm A trên trục Ox là $(2;0;0)$.
- d) Đúng: Gọi $B(x_B; y_B; z_B)$ khi đó, $\overline{AB} = (x_B - 2; y_B + 1; z_B - 4)$.

$$\overline{AB} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 2 = 1 \\ y_B + 1 = 2 \\ z_B - 4 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 3 \\ y_B = 1 \\ z_B = 1 \end{cases}.$$

Vậy, điểm $B(3;1;1)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$.

- a) Điểm B nằm trên tia Ox và $OB = 3$ có tọa độ là $B(3;0;0)$.
- b) Tọa độ hình chiếu của A trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) là $(0;-1;4)$.
- c) Tọa độ vector $\overline{AB} = (-1;-1;4)$.
- d) Điểm C thỏa $\overline{OC} = \overline{AB}$ có tọa độ là $C = (1;1;-4)$.

Lời giải

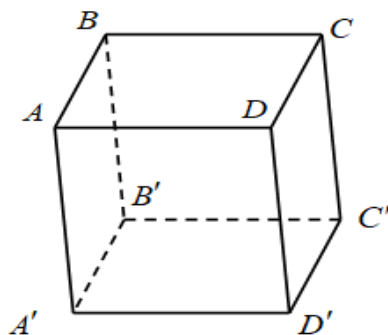
- a) Đúng: Điểm B nằm trên tia Ox và $OB = 3$ có tọa độ là $B(3;0;0)$.
- b) Đúng: Tọa độ hình chiếu của A trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) là $(0;-1;4)$.
- c) Sai: Tọa độ vector $\overline{AB} = (1;1;-4)$.
- d) Đúng: Gọi $C(x_C; y_C; z_C)$ khi đó, $\overline{OC} = (x_C; y_C; z_C)$.

$$\overline{OC} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 1 \\ y_C = 1 \\ z_C = -4 \end{cases}. \text{Vậy, } C = (1; 1; -4).$$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(4; 6; -5), B(5; 7; -4), C(5; 6; -4)$ và $D'(2; 0; 2)$.

- a) Tọa độ vector $\overline{AB} = (1; 1; 1)$.
 b) Tọa độ vector $\overline{A'B'} = (-1; -1; -1)$.
 c) Tọa độ điểm D là $D(-4; -4; 5)$.
 d) Tọa độ điểm B' là $B'(11; 11; -7)$.

Lời giải



- a) Đúng: Tọa độ vector $\overline{AB} = (1; 1; 1)$.
 b) Sai: Ta có $ABB'A'$ là hình bình hành nên $\overline{A'B'} = \overline{AB} = (1; 1; 1)$.
 c) Sai: Gọi $(x_D; y_D; z_D)$, $\overline{DC} = (5 - x_D; 6 - y_D; -4 - z_D)$.

$$\text{Ta có } \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x_D = 1 \\ 6 - y_D = 1 \\ -4 - z_D = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 4 \\ z_D = -5 \end{cases}. \text{Vậy } D(4; 4; -5).$$

- d) Đúng: Gọi $B'(x; y; z)$, $\overline{BB'} = (x - 5; y - 7; z + 4)$, $\overline{DD'} = (6; 4; -3)$.

$$\text{Ta có } \overline{BB'} = \overline{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 6 \\ y - 7 = 4 \\ z + 4 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 11 \\ z = -7 \end{cases}. \text{Vậy } B'(11; 11; -7).$$

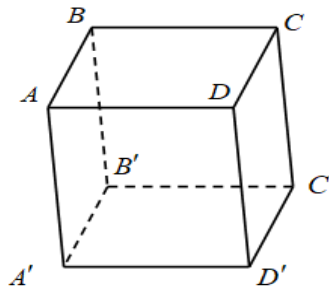
Câu 20: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết tọa độ các điểm $A(0; 0; 0); B(1; 0; 0); C(1; 2; 0); D'(-1; 3; 5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Tọa độ của vector $\overline{BC} = (2; 0; 2)$.
 b) Hai vectơ $\overline{AD}$ và $\overline{BC}$ bằng nhau

c) Tọa độ của đỉnh D là $(-1; 3; 5)$.

d) Tọa độ đỉnh A' là $(-1; 1; 5)$.

Lời giải



Gọi tọa độ của điểm D và A' lần lượt là $(x_D; y_D; z_D)$ và $(x_{A'}; y_{A'}; z_{A'})$.

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (1-1; 2-0; 0-0) = (0; 2; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (x_D; y_D; z_D)$

$ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên:

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 2 \\ z_D = 0 \end{cases} \Rightarrow D(0; 2; 0).$$

$$\overrightarrow{AA'} = (x_{A'}; y_{A'}; z_{A'}); \overrightarrow{DD'} = (-1-0; 3-2; 5-0) = (-1; 1; 5)$$

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -1 \\ y_{A'} = 1 \\ z_{A'} = 5 \end{cases} \Rightarrow A'(-1; 1; 5).$$

a) Đúng: $\overrightarrow{BC} = (0; 2; 0)$.

b) Đúng: vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

c) Sai: Tọa độ của đỉnh $D = (0; 2; 0)$.

d) Đúng. Tọa độ của đỉnh A' là $(-1; 1; 5)$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A = (1; 1; 1); B = (2; 3; 2); C = (3; -1; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ của vectơ là $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 2)$.

b) Tam giác ABC vuông tại A

c) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

d) Nếu cho bốn điểm A, B, C, D lập thành hình chữ nhật thì tọa độ của điểm $D = (4; 1; 4)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 1)$; $\overrightarrow{AC} = (2; -2; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A .

Gọi $D = (x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (x-3; y+1; z-3)$.

Để bốn điểm A, B, C, D lập thành hình chữ nhật thì $\overline{AB} = \overline{CD}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=1 \\ y+1=2 \\ z-3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow D(4;1;4).$$

a) Sai: $\overline{AB} = (1;2;1)$;

b) Đúng: $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A

c) Sai: $ABCD$ là hình chữ nhật thì $\overline{AB} = \overline{CD}$

d) Đúng: $D = (4;1;4)$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ của vectơ $\overline{AB} = (1;1;1)$.

b) Tọa độ của vectơ $\overline{AC'} = (3;5;6)$.

c) Tọa độ đỉnh $C(2;2;2)$.

d) Tọa độ đỉnh $A'(3;5;-6)$.

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} = (2-1;1-0;2-1) = (1;1;1)$

$\overline{AC'} = (4-1;5-0;-5-1) = (3;5;-6)$

Gọi tọa độ của điểm $C = (x_C; y_C; z_C)$

$\overline{DC} = (x_C - 1; y_C + 1; z_C - 1)$

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overline{DC} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 1 = 1 \\ y_C + 1 = 1 \\ z_C - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 0 \\ z_C = 2 \end{cases} \Rightarrow C(2;0;2)$

Lại có: $\overline{CC'} = (4-2; 5-0; -5-2) = (2;5;-7)$

Gọi tọa độ của điểm $A' = (x_{A'}; y_{A'}; z_{A'}) \Rightarrow \overline{AA'} = (x_{A'} - 1; y_{A'}; z_{A'} - 1)$

Do $\overline{AA'} = \overline{CC'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 1 = 2 \\ y_{A'} = 5 \\ z_{A'} - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 3 \\ y_{A'} = 5 \\ z_{A'} = -6 \end{cases}$

a) Đúng: $\overline{AB} = (1;1;1)$

b) Sai: Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6)$.

c) Sai: Tọa độ đỉnh $C(2; 0; 2)$.

d) Đúng: Tọa độ đỉnh $A'(3; 5; -6)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các véc tơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Vectơ $\vec{0}$ có tọa độ là $(0; 0; 0)$.

b) Vectơ $\vec{i}$ có tọa độ là $(0; 0; 1)$.

c) Nếu $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ và $\vec{b} = \vec{j} - \vec{k}$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai véc tơ đối nhau.

d) Nếu $M(1; 2; 3)$ và $\overrightarrow{MN} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$ thì $N(4; 5; 6)$.

Lời giải

a) Đúng: Vì $\vec{0} = 0.\vec{i} + 0.\vec{j} + 0.\vec{k}$

b) Sai vì: $\vec{i} = 1.\vec{i} + 0.\vec{j} + 0.\vec{k} \Rightarrow \vec{i} = (1; 0; 0)$

c) Sai: vì $\vec{a} = 1.\vec{i} + 1.\vec{j} + 0.\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(1; 1; 0)$; $\vec{b} = 0.\vec{i} + 1.\vec{j} - 1.\vec{k} \Rightarrow \vec{b}(0; 1; -1)$.

d) Đúng: Vì $M(1; 2; 3)$; $\overrightarrow{MN}(2; 4; 6)$; Mà $\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M) \Rightarrow N(3; 6; 9)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$. Cho ba điểm $A(5; -2; 0)$, $B(-2; 3; 0)$ và $C(0; 2; 3)$. Gọi M là trung điểm của BC , G là trọng tâm của tam giác ABC và E là điểm sao cho tứ giác $BGCE$ là hình bình hành. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $M\left(-1; \frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

b) $G(1; 1; 1)$.

c) $E(3; -4; -2)$.

d) Nếu F là hình chiếu của điểm E lên Ox thì $F(3; 0; 0)$.

Lời giải

$$\text{a) Đúng: Vì } \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-2 + 0}{2} = -1 \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{3 + 2}{2} = \frac{5}{2} \\ z_M = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{0 + 3}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

b) Đúng: Vì
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{5 + (-2) + 0}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2 + 3 + 2}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{0 + 0 + 3}{3} = 1 \end{cases}$$

c) Sai vì
$$\begin{cases} x_E = 2x_M - x_G = 2 \cdot (-1) - 1 = -3 \\ y_E = 2y_M - y_G = 2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) - 1 = 4 \\ z_E = 2z_M - z_G = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) - 1 = 2 \end{cases}$$

d) Sai vì $E(-3; 4; 2)$ nên $F(-3; 0; 0)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 0)$, $B(3; 2; 5)$, $C(7; -3; 9)$, $A'(5; 0; 1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

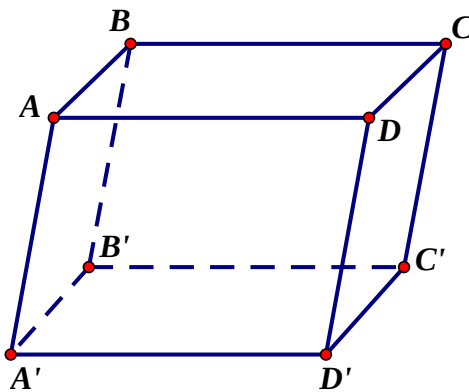
a) $\overrightarrow{AA'} = (4; 0; -1)$.

b) $B'(7; 2; 4)$.

c) $D'(9; -5; 5)$.

d) Nếu G là trọng tâm tam giác $A'C'D'$ thì $G(25; -8; 14)$.

Lời giải



a) Đúng: Vì $\overrightarrow{AA'} = (x_{A'} - x_A; y_{A'} - y_A; z_{A'} - z_A) = (4; 0; -1)$.

b) Đúng: Vì $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} = (4; 0; -1) \Rightarrow (x_{B'} - x_B; y_{B'} - y_B; z_{B'} - z_B) = (4; 0; -1) \Rightarrow B'(7; 2; 4)$.

c) Đúng: Vì $\overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BC} = (4; -5; 4) \Rightarrow (x_{D'} - x_{A'}; y_{D'} - y_{A'}; z_{D'} - z_{A'}) = (4; -5; 4) \Rightarrow D'(9; -5; 5)$.

d) Sai: $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{BC}(4; -5; 4) \Rightarrow (x_{C'} - x_{B'}; y_{C'} - y_{B'}; z_{C'} - z_{B'}) = (4; -5; 4) \Rightarrow C'(11; -3; 8)$.

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm tam giác } A'C'D' \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_{A'} + x_{C'} + x_{D'}}{3} = \frac{25}{3} \\ y_G = \frac{y_{A'} + y_{C'} + y_{D'}}{3} = -\frac{8}{3} \\ z_G = \frac{z_{A'} + z_{C'} + z_{D'}}{3} = \frac{14}{3} \end{cases}$$

Câu 26: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là $(2; -1; 5)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(3; 1; 1)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(1; 2; 3)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là $(3; 17; -2)$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

$$\text{a) Gọi } M \text{ là trung điểm của } AB. \text{ Khi đó } \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1; 5).$$

b) Chọn Sai

c) Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$.

d) Chọn Sai

Câu 27: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; -2)$ trên trục Oz là điểm $G(0; 0; 2)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 1)$ và $B(1; -1; 2)$ tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là $(2; -1; 1)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$ và $\vec{u}_2 = (-1; 0; 3)$. Véc-tơ $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$ có tọa độ là $(2; -2; -2)$

d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(5; 0; 0)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Chọn sai

b) Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}(2; -1; 1)$. Đúng

c) Ta có: $\vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (1+1; -2-0; 1-3) \Rightarrow \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (2; -2; -2)$ Đúng

d) Chọn sai

Câu 28: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$

b) Trong không gian $Oxyz$, điểm thuộc trục Oz là $M(0; 0; -2)$

c) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) là $M'(-1; 2; -3)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 0; -2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng là $M(0; 1; -1)$.

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) Đ

a) Hình chiếu của điểm $A(a; b; c)$ trên trục Oy là điểm $B(0; b; 0)$. Suy ra: Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$.

b) Điểm $M(0; 0; -2) \in Oz$.

c) Do M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) nên:
$$\begin{cases} x_{M'} = x_M = 1 \\ y_{M'} = y_M = 2 \\ z_{M'} = 0 \end{cases} \Rightarrow M'(1; 2; 0).$$

d) Theo công thức tọa độ trung điểm của đoạn thẳng, ta có $M(0; 1; -1)$.

Câu 29: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 1)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0; -6; 1)$

- b) Trong không gian $d : Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là $Q(0; -2; -3)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là điểm $A'(-5; 4; -3)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1; 3; 5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm có tọa độ $(1; 3; 0)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

- a) Hình chiếu của điểm $M(5; -6; 1)$ lên mặt phẳng (Oxz) là điểm có tọa độ $(5; 0; 1)$.
- b) Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là $(0; -2; -3)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là $A'(5; 0; 0)$.
- d) Hình chiếu vuông góc của $M(1; 3; 5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1; 3; 0)$.

Câu 30: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(1; 2; 3)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -3; 5)$ trên trục Oy có tọa độ là $(-3; 0; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(3; 0; -1)$
- d) Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ cho $\overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{i} + 5\vec{k}$. tọa độ điểm A là $(-2; 1; 5)$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

- a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2-1; 3-1; 2+1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$.
- b) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -3; 5)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; -3; 0)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(-3; 0; 1)$.
- d) Ta có: $\overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{i} + 5\vec{k} = -2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k} \Rightarrow A(-2; 1; 5)$.

Câu 31: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(0; 2; 1)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, vector $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ có tọa độ là $(2; -3; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1; -2; 3)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $A(1; -2; 0)$

Lời giải

a) S

b) S

c) Đ

d) Đ

- a) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-3; 0; 0)$.
- b) Ta có: $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k} = 2\vec{i} + 0\vec{j} - 3\vec{k}$. Suy ra $\vec{u} = (2; 0; -3)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$.
- d) Chọn đúng

Câu 32: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho vec tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$, khi đó $\vec{u} = (2; -3; 0)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, véctơ đơn vị trên trục Oy là $\vec{j} = (0; 1; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2; -3; 3)$, $\vec{b}(0; 2; -1)$, $\vec{c}(-3; 2; 5)$. tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$ là $\vec{u}(-16; -4; 29)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $E(-1; 3; 2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(-1; 3; 0)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

- a) Ta có: $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (2; 0; -3)$
- b) Theo định nghĩa, véctơ đơn vị trên trục Oy là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.
- c) Ta có: $2\vec{a} = (-4; -6; 6)$, $-3\vec{b} = (0; -6; 3)$, $4\vec{c} = (-12; 8; 20)$
Suy ra: $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c} = (-16; -4; 29)$
- d) Hình chiếu vuông góc của điểm $E(-1; 3; 2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 3; 2)$.

Câu 33: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2), B(2;1;-1), C(1;-2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$
- b) Cho hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;0;-1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là $I(2;-1;1)$
- c) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;-1), B(3;1;-2), C(2;3;-3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC . Vectơ chỉ phương của đường thẳng OG là $\vec{u} = (2;2;-2)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-5), B(-3;1;-1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; -2\right)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

- a) Ta có: $G\left(\frac{1+2+1}{3}; \frac{0+1-2}{3}; \frac{-2-1+2}{3}\right) = G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.
- b) Trung điểm I có tọa độ là $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-2+0}{2}; \frac{3-1}{2}\right) \Leftrightarrow I(2;-1;1)$.
- c) Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\vec{OG}(2;2;-2)$.
- d) Tọa độ trọng tâm của tam giác OAB là $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; -2\right)$.

Câu 34: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $(1;0;-2), B(2;1;-1), C(1;-2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;2), B(0;4;1)$ và $C(2;1;-3)$. Trọng tâm tam giác ABC có tọa độ là $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -2\right)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;3), B(5;0;2)$ và $C(0;2;4)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là $(3;3;9)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;3), B(-1;2;5), C(1;0;1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(1;0;3)$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

a) Áp dụng công thức tìm tọa độ trọng tâm.

$$\text{b) } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC: \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 0 \end{cases} \Rightarrow G(1; 1; 0)$$

c) Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.

Vậy $G(1; 1; 3)$.

d) Theo công thức tính tọa độ trọng tâm của tam giác.

Câu 35: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc tơ $\vec{a}$ là $\vec{a} = (2; -3; -1)$

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $M(1; 2; 3)$; $N(3; 4; 7)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{MN}(2; 2; 4)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -4)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1; 2; -4)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -2; -1)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là điểm $I(2; 0; -2)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

a) Ta có: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$.

b) Ta có: $\overrightarrow{MN}(2; 2; 4)$.

c) Tọa độ hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1; 2; 0)$.
(Hoành độ, tung độ giữ nguyên, cao độ bằng không)

d) Tọa độ trung điểm AB là điểm I ta có:
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Rightarrow I(2; 0; -2).$$

Câu 36: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3;1;4)$ và $A(1;0;-1)$, $B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là $C(4;2;-1)$
- b) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;-2;2)$, $C(x;y;5)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng $x+y=11$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a}=(2;-1;3)$, $\vec{b}=(1;3;-2)$. Tọa độ của vector $\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$ là $\vec{c}=(0;-7;-7)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a}(2;-5;3)$, $\vec{b}(0;2;-1)$, $\vec{a}(1;7;2)$. Tọa độ vector $\vec{d}=\vec{a}-4\vec{b}+2\vec{c}$ là $(-3;5;7)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) S

a) Gọi $C(x;y;z)$.

$$\text{Do } G(-3;1;4) \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} -3 = \frac{1+2+x}{3} \\ 1 = \frac{0+3+y}{3} \\ 4 = \frac{-1+5+z}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = 0 \\ z = 8 \end{cases} \text{ hay } C(-12;0;8).$$

b) Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-3;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(x-2;y-1;2)$.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow x+y=11.$$

c) Ta có $-2\vec{b}=(-2;-6;4)$ mà $\vec{a}=(2;-1;3) \Rightarrow \vec{c}=(0;-7;7)$.

d) Ta có: $\vec{d}=\vec{a}-4\vec{b}+2\vec{c}=(2-4.0+2.1;-5-4.2+2.7;3-4.(-1)+2.2)=(4;1;11)$.

Câu 37: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các vector $\overrightarrow{AB}=(3;-2;5)$ và $\overrightarrow{AC}=(1;4;-1)$. Độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC là $AM=3$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-3;2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) là $A'(-1;-3;2)$
- c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$. Tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$ là $M\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3};-3\right)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$ và điểm C nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Điểm C có tọa độ là $(1;2;1)$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ suy ra $\overrightarrow{CB} = (2; -6; 6)$.

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{38}, \quad AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{và } CB = |\overrightarrow{CB}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2 + 6^2} = 2\sqrt{19}.$$

$$\begin{aligned} \text{Độ dài đường trung tuyến } AM \text{ của tam giác } ABC \text{ là } AM^2 &= \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \\ &= \frac{(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{38})^2}{2} - \frac{(2\sqrt{19})^2}{4} = 9. \text{ Suy ra } AM = 3. \end{aligned}$$

b) Vì đối xứng qua mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ sẽ được giữ lại biến y , biến z và đổi dấu biến x .

Suy ra tọa độ điểm $A'(-1; -3; 2)$.

c) Gọi điểm $M(x; y; z)$, theo đề bài $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = 3(3-x) \\ 3-y = 3(-1-y) \\ -1-z = 3(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \\ z = 8 \end{cases}.$$

d) Do C nằm trên Oxy nên $C(x; y; 0)$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương } \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{0-1}{-2}$$

Suy ra $x = 1, y = 2$

Câu 38: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y; z)$ sao cho $-1 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 3$ là tập các điểm của một khối đa diện (lòì) có một tâm đối xứng. Tọa độ của tâm đối xứng đó là $(1;1;1)$

b) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(-1;2;-3)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a}(5;7;2)$, $\vec{b}(3;0;4)$, $\vec{c}(-6;1;-1)$. Tọa độ của vector $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ là $\vec{m}(3;22;-3)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$, $B(-1;3;5)$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + 2b + 2c$ bằng 50

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

a) Dễ thấy khối đa diện đó là một khối lập phương có các mặt song song với các mặt phẳng tọa độ, tâm có tọa độ là $\left(\frac{3+(-1)}{2}; \frac{3+(-1)}{2}; \frac{3+(-1)}{2}\right) = (1; 1; 1)$.

b) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 2; -3)$.

c) $\vec{a}(5; 7; 2) \Rightarrow 3\vec{a}(15; 21; 6); \vec{b}(3; 0; 4) \Rightarrow 2\vec{b}(6; 0; 8)$. Vậy $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$
 $= (15 - 6 - 6; 21 + 1; 6 - 8 - 1) = (3; 22; -3)$.

d) Ta có:

$$\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1 - a; 2 - b; -c) = (3 + 3a; 3b - 9; 3c - 15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a = 3 + 3a \\ 2 - b = 3b - 9 \\ -c = 3c - 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{15}{4} \end{cases} \text{ . Khi đó } a + 2b + 2c = \frac{25}{2}$$

Câu 39: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; -3; 0)$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\vec{AB} = (-3; 0; 4)$,
 $\vec{AC} = (5; -2; 4)$. Độ dài đường trung tuyến AM là $3\sqrt{2}$

c) Trong không gian, cho hai điểm $A(-2; 2; -1)$, $B(0; -1; -2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là $M(-4; 5; 0)$

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 3; 4)$,
 $\vec{c} = (0; 1; 2)$ và $\vec{d} = (4; 2; 0)$. Biết rằng $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Giá trị $x + y + z$ là 1

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Cho điểm $M(x_M; y_M; z_M)$. Khi đó:

Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng Oxy là $H(x_M; y_M; 0)$

Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng Oxz là $H(x_M; 0; z_M)$ Hình chiếu vuông góc

H của M trên mặt phẳng Oyz là $H(0; y_M; z_M)$

b) Ta có: $\vec{AB} + \vec{AC} = (2; -2; 8)$.

Vì AM là đường trung tuyến của tam giác ABC nên:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = (1; -1; 4) \Rightarrow AM = |\overrightarrow{AM}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 4^2} = 3\sqrt{2}.$$

c) Gọi $M(a; b; 0) \in (Oxy)$.

$$\overrightarrow{AM} = (a+2; b-2; 1), \quad \overrightarrow{AB} = (2; -3; -1).$$

Điều kiện cần và đủ để ba điểm A, B, M thẳng hàng hay $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương là

$$\frac{a+2}{2} = \frac{b-2}{-3} = \frac{1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}.$$

Vậy $M(-4; 5; 0)$.

$$\text{d) } \vec{d} = x.\vec{a} + y.\vec{b} + z.\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y + z = 2 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}.$$

Câu 40: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(5; 0; 2)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 1; 0)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là $I(2; 0; 1)$
- c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3; 4; 1)$ và $B(1; 2; 1)$ là $M(0; 5; 0)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; -4; 9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là $\sqrt{17}$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y = 0$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(5; 0; 2)$.

b) Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-1+1}{2}; \frac{2+0}{2}\right)$ hay $I(2; 0; 1)$

c) Gọi $M(0; b; 0) \in Oy$.

$$\text{Theo đề: } MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{10 + (4-b)^2} = \sqrt{2 + (2-b)^2} \Leftrightarrow 4b = 20 \Leftrightarrow b = 5.$$

Vậy $M(0; 5; 0)$.

d) Điểm M thuộc đoạn thẳng AB và $MA = 2MB$

$$\text{Nên } \overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-1; -2; 7).$$

Độ dài đoạn thẳng $OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}.$

Câu 41: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(x; y; -3); B(6; -2; 4); C(-3; 7; -5)$. Giá trị của x, y để A, B, C thẳng hàng là $x = 1; y = -5$.
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4; 2; -1)$ và $B(2; 1; 0)$ là $M(4; 0; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 2; -3)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1), B(-2; 1; -1), C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là $D(-1; -3; -2)$.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Ta có: $\overrightarrow{BA} = (x - 6; y + 2; -7); \overrightarrow{BC} = (-9; 9; -9)$.

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x-6}{-9} = \frac{y+2}{9} = \frac{7}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}.$$

b) Gọi $M \in Ox: M(x; 0; 0)$, M cách đều A, B nên $MA = MB$, do đó:

$$\sqrt{(4-x)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{(2-x)^2 + 1^2} \Leftrightarrow x^2 - 8x + 21 = x^2 - 4x + 5 \Leftrightarrow x = 4.$$

c) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M'(0; 2; -3)$.

$$\text{d) Gọi } D(x; y; z), \text{ ta có } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}. \text{ Vậy } D(1; 1; 4).$$

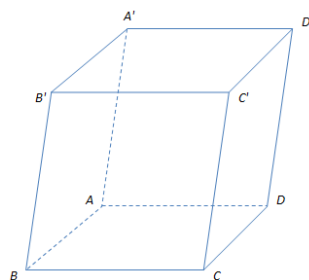
Câu 42: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $((S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 17)$ cắt trục Oz tại hai điểm A, B . Độ dài đoạn AB bằng $2\sqrt{17}$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;1;0), B(1;5;2)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) , B' là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oyz) . Khi đó $A'B'$ bằng $2\sqrt{6}$.

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm A, B, C có tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là $D(3;9;4)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;1)$, $B'(1;0;0)$, $C'(1;1;0)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm D là $D(0;1;1)$



Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

a) Gọi M là giao điểm của (S) với trục Oz .

Ta có $M \in Oz \Rightarrow M(0;0;t)$.

Mà $M \in (S)$ nên:

$$0^2 + 0^2 + (t+2)^2 = 17 \Leftrightarrow (t+2)^2 = 17 \Leftrightarrow |t+2| = \sqrt{17} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 - \sqrt{17} \\ t = -2 + \sqrt{17} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ các giao điểm là: $A(0;0;-2-\sqrt{17})$, $B(0;0;-2+\sqrt{17}) \Rightarrow AB = 2\sqrt{17}$.

b) Ta có: $A'(3;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) .

Và $B'(0;5;2)$ là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oyz)

$$A'B' = \sqrt{(0-3)^2 + (5-1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{29}.$$

c) Ta có: $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \Rightarrow A(1;1;1)$.

$$\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \Rightarrow B(5;1;-1).$$

$$\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (2;8;3).$$

$$\overrightarrow{AD} = (x_D - 1; y_D - 1; z_D - 1).$$

$$\text{Để } ABCD \text{ là hình bình hành thì } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_D - 1 = 2 \\ y_D - 1 = 8 \\ z_D - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 9 \\ z_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(3; 9; 4).$$

Ta có: $\overrightarrow{AD} = (2; 8; 3)$, $\overrightarrow{AB} = (4; 0; -2)$.

Do đó $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương nên A , B , D không thẳng hàng.

Vậy điểm $D(3; 9; 4)$ là điểm cần tìm.

d) Gọi tọa độ điểm $D(a; b; c)$.

Suy ra $\overrightarrow{C'D} = (a - 1; b - 1; c)$ và $\overrightarrow{B'A} = (-1; 0; 1)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{B'A} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 1 = -1 \\ b - 1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ điểm $D(0; 1; 1)$.

Câu 43: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 3)$ và trọng tâm G của tam giác có tọa độ là $G(2; 1; 0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là $(0; 6; -9)$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 2)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(3; 2; 4)$, $D(6; 9; -5)$. Tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là $(2; 3; 1)$

c) Cho ba điểm $A(1; 0; -2)$, $B(2; 1; -1)$, $C(1; -2; 2)$ và điểm E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCE$ thì tọa độ của E là $(0; -1; 3)$

d) Cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và $C(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là $D(5; -1; -1)$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG} = 3(0; 2; -3) = (0; 6; -9)$.

b) Gọi $G(x; y; z)$ là tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ ta có:

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - 2 + 3 + 6}{4} \\ y = \frac{0 + 1 + 2 + 9}{4} \\ z = \frac{2 + 3 + 4 - 5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

c) Giả sử $E(x_E; y_E; z_E)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_E \\ y_A + y_C = y_B + y_E \\ z_A + z_C = z_B + z_E \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = -3 \\ z_E = 1 \end{cases}.$$

Vậy $E(0; -3; 1)$.

d) $\overrightarrow{BC} = (4; 0; -2)$. Gọi $D(x; y; z)$ suy ra $\overrightarrow{AD} = (x - 1; y - 1; z - 1)$.

$BMDA$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BM} \rightarrow D(5; 1; -1)$

Câu 44: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ với

$A(3; 1; 2), B(1; 0; 1), C(2; 3; 0)$. Tọa độ đỉnh E là $E(4; 4; 1)$.

b) Cho 3 điểm $M(2; 0; 0), N(0; -3; 0), P(0; 0; 4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là $(2; 3; 4)$

c) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $G(1; -2; 3)$ và ba điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$.

Biết G là trọng tâm của tam giác ABC thì $a + b + c$ bằng 6

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 2; 3), B(5; 0; -1), C(4; 3; 6)$ và $D(a; b; c)$. Giá trị của $a + b + c$ bằng 15

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) Đ

a) Cần nhớ: Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ hoặc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Áp dụng:

Gọi $E(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; -1)$ và $\overrightarrow{EC} = (2 - x; 3 - y; -z)$.

$$\text{Vì } ABCE \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x = -2 \\ 3 - y = -1 \\ -z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } E(4; 4; 1).$$

b) Ta có: $\overrightarrow{NP} = (0; 3; 4); \overrightarrow{MQ} = (x_Q - 2; y_Q; z_Q)$

$$MNPQ \text{ là hình bình hành khi } \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP} \Rightarrow \begin{cases} x_Q = 2 \\ y_Q = 3 \\ z_Q = 4 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ của điểm $Q(2; 3; 4)$.

$$\text{c) Vì } G \text{ là trọng tâm của } \triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{a + 0 + 0}{3} \\ -2 = \frac{0 + b + 0}{3} \\ 3 = \frac{0 + 0 + c}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \\ c = 9 \end{cases}.$$

Do đó $a + b + c = 3 + (-6) + 9 = 6$.

d) $ABCD$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(x_A + x_C - x_B; y_A + y_C - y_B; z_A + z_C - z_B) = (0; 5; 10).$$

Vậy $a + b + c = 0 + 5 + 10 = 15$.

Câu 45: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 3; 5)$. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + 2b + 2c$ bằng $\frac{25}{2}$

b) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng $\frac{\sqrt{34}}{2}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai vec tơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương thì $2m + 3n$ bằng 9

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -5)$, $B(3; 4; 4)$, $C(x; y + 1; 1)$ thẳng hàng. Khi đó $3x - y$ bằng 5

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

a) Ta có:

$$\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1 - a; 2 - b; -c) = (3 + 3a; 3b - 9; 3c - 15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a = 3 + 3a \\ 2 - b = 3b - 9 \\ -c = 3c - 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{15}{4} \end{cases} \text{ . Khi đó } a + 2b + 2c = \frac{25}{2}$$

b) Hình chiếu của A lên trục Ox là $A_1(3; 0; 0)$ nên $d(A, Ox) = AA_1 = 5$.

Hình chiếu của A lên trục Oy là $A_2(0; -4; 0)$ nên $d(A, Oy) = AA_2 = 3\sqrt{2}$.

Hình chiếu của A lên trục Oz là $A_3(0; 0; 3)$ nên $d(A, Oz) = AA_3 = 5$.

Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng $10 + 3\sqrt{2}$.

c) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} (k \neq 0)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = k.1 \\ 2 = k.n \\ 3 = 2.k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ n = \frac{4}{3} \\ m = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow 2m + 3n = 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 \cdot \frac{4}{3} = 7$$

d) Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 6; 9)$, $\overrightarrow{AC} = (x; y+3; 6)$.

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y+3}{6} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3x - y = 3 \cdot 2 - 1 = 5.$$

Vậy $3x - y = 5$.

Câu 46: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; -3; 4)$, $B(a; b; c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oxz) và (Oyz) . Biết rằng M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Giá trị của tổng $a + b + c$ là -11

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 4; -1)$, $B(1; 4; -1)$, $C(2; 4; 3)$, $D(2; 2; -1)$, biết $M(x; y; z)$ để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x + y + z$ bằng $\frac{21}{4}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 2)$, $B(-5; 6; 4)$ và $C(0; 1; -2)$. Độ dài đường phân giác trong của góc A của $\triangle ABC$ là $\frac{2\sqrt{64}}{3}$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (a-6; b+3; c-4)$.

Vì M, N, P lần lượt là giao điểm của AB với các mặt phẳng (Oxy) , (Oxz) và (Oyz) nên $M(x_M; y_M; 0)$, $N(x_N; 0; z_N)$, $P(0; y_P; z_P)$.

Vì M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$ nên ta có:

$$4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x_M - 6) = a - 6 \\ 4(y_M + 3) = b + 3 \\ 4(0 - 4) = c - 4 \end{cases} \Rightarrow c = -12$$

$$2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_N - 6) = a - 6 \\ 2(0 + 3) = b + 3 \\ 2(z_N - 4) = c - 4 \end{cases} \Rightarrow b = 3$$

$$\frac{4}{3}\vec{AP} = \vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}(0-6) = a-6 \\ \frac{4}{3}(y_P+3) = b+3 \Rightarrow a = -2 \\ \frac{4}{3}(z_P-4) = c-4 \end{cases}$$

Vậy $a+b+c = -11$.

b) Xét điểm $I(a;b;c)$ thỏa mãn $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$. Khi đó $I\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 &= (\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} + \vec{IB})^2 + (\vec{MI} + \vec{IC})^2 + (\vec{MI} + \vec{ID})^2 \\ &= 4MI^2 + 2\vec{MI}(\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID}) + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \\ &= 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \geq IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \text{ (vì } MI^2 \geq 0 \text{ với mọi điểm } M) \end{aligned}$$

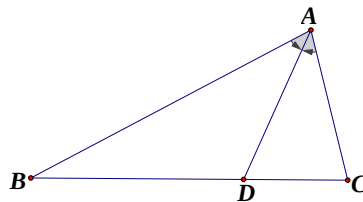
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M \equiv I$ tức là $M\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right) \Rightarrow x+y+z = \frac{7}{4} + \frac{7}{2} = \frac{21}{4}$.

c) Ta có: $\vec{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\vec{BA}| = \sqrt{26}; \vec{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\vec{BC}| = 2\sqrt{26}$.

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ B lên AC của tam giác ABC

$$\text{Suy ra: } \frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \vec{DC} = -2\vec{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$$

d)



Gọi D là chân đường phân giác trong của góc BAC , ta có $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$. Ta có $AB = 2\sqrt{26}$;

$AC = \sqrt{26}$. Suy ra $\vec{DB} = -2\vec{DC}$. Gọi $D(x; y; z)$.

$$\text{Từ } \vec{DB} = -2\vec{DC} \Rightarrow \begin{cases} -5-x = -2(-x) \\ 6-y = -2(1-y) \\ 4-z = -2(-2-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = \frac{8}{3} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; 0\right).$$

$$\text{Vậy } AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}.$$

Câu 47: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$,

$B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác trong của góc B của tam giác ABC . Giá trị $a+b+2c$ bằng 5

b) Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Biết $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ và diện tích hình thang $ABCD$ bằng $6\sqrt{2}$. Gọi $D(a;b;c)$, khi đó biểu thức $T = a - 2b + 4c$ là $T = 3$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;1;0)$, B nằm trên mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ dương, C nằm trên trục Oz và $H(2;1;1)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ các điểm B , C thỏa mãn yêu cầu bài toán là $B(3;1;0)$, $C(0;0;-3)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$

Lời giải

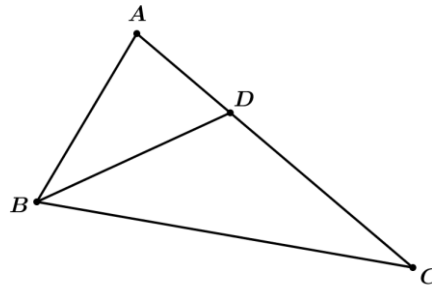
a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a)



Vì BD là phân giác trong của góc B nên D nằm giữa A và C .

Ta có $BA = \sqrt{1+9+16} = \sqrt{26}$; $BC = \sqrt{36+64+4} = 2\sqrt{26}$.

Ta có $\frac{CD}{DA} = \frac{BC}{BA} = 2 \Rightarrow CD = 2DA \Rightarrow \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{DA}$. Do đó ta có hệ

$$\begin{cases} a+4=2(1-a) \\ b-7=2(2-b) \\ c-5=2(-1-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{11}{3} \\ c=1 \end{cases}. \text{ Vậy } a+b+2c = -\frac{2}{3} + \frac{11}{3} + 2 = 5.$$

b) Ta có $\overrightarrow{BA}(-1;2;2)$; $\overrightarrow{BC}(4;1;1)$. Suy ra $ABCD$ vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$

Suy ra $AD = \sqrt{2} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AD}(a-1;b-2;c-1) \Rightarrow D\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{4}{3}\right)$

c) Giả sử $B(x;y;0) \in (Oxy)$, $(x > 0)$, $C(0;0;z) \in Oz$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB} \end{cases} \text{ và } \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AH} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH}] \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z=0 \\ 2x+y-7=0 \\ x-3y+yz-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-3 \end{cases} \quad (\text{Vì } x > 0). \text{ Vậy } B(3;1;0), C(0;0;-3).$$

d) Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\overrightarrow{BA}| = \sqrt{26}; \overrightarrow{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{26}.$

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ B lên AC của tam giác ABC

Suy ra: $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$

Câu 48: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;-2;2)$, $C(x;y;5)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng $x+y=11$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; -1)$, $B(0; 3; -2)$,

$C(-4; -5; 0)$. Tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;1;1)$, $N(2;3;4)$,

$P(7;7;5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là $(6;5;2)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$,

$D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tọa độ của đỉnh A' là $A' = (3;4;-1)$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (x-2; y-1; 2)$.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow x+y=11.$$

b) Gọi $M(a; b; c)$. Khi đó:

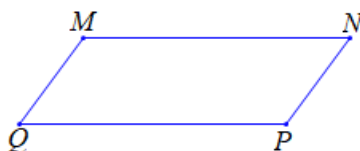
$$\overrightarrow{MA} = (2-a; -b; -1-c), \quad 2\overrightarrow{MB} = (-2a; 6-2b; -4-2c), \quad 3\overrightarrow{MC} = (-12-3a; -15-3b; -3c)$$

Do đó $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = (-6a-10; -6b-9; -6c-5).$

$$\text{Theo giả thiết } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a-10=0 \\ -6b-9=0 \\ -6c-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{5}{3} \\ b=-\frac{3}{2} \\ c=-\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right).$$

Vậy $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right).$

c)



Gọi $Q(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{MQ} = (x-1; y-1; z-1)$. $\overrightarrow{NP} = (5; 4; 1)$.

Ta có: tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=5 \\ x-1=4 \\ z-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=5 \\ z=2 \end{cases}$.

Vậy tọa độ điểm Q là: $Q(6; 5; 2)$.

d) Giả sử tọa độ các đỉnh lần lượt là $C(x_C; y_C; z_C)$, $A'(x_{A'}; y_{A'}; z_{A'})$. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên ta có:

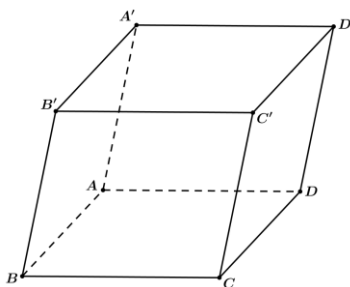
$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 1 = 1 \\ y_C + 1 = 1 \\ z_C - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow C = (2; 0; 2)$$

Tứ giác $AA'C'C$ là hình bình hành nên ta có

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 1 = 2 \\ y_{A'} = 5 \\ z_{A'} - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow A' = (3; 5; -6).$$

Câu 49: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 1)$, $B'(1; 0; 0)$, $C'(1; 1; 0)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm D là $D(0; 1; 1)$



b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $(2; 1; -2)$

c) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tọa độ của điểm A' là $A'(-3; 4; -1)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (m; -2; 1)$ và $\vec{v} = (3; n; -2)$, với m và n là hai số thực. Để vectơ $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$ thì biểu thức $T = 2m + n$ có giá trị bằng 4

Lời giải

a) Đ

b) Đ

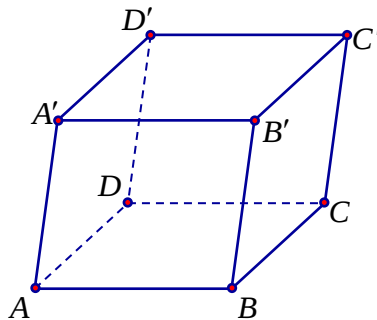
c) S

d) S

a) Gọi tọa độ điểm $D(a; b; c)$. Suy ra $\overrightarrow{C'D} = (a-1; b-1; c)$ và $\overrightarrow{B'A} = (-1; 0; 1)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{B'A} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = -1 \\ b-1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}. \text{Vậy tọa độ điểm } D(0; 1; 1).$$

b)



Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BD' . Ta có $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{DI} = 3\overrightarrow{IG} \text{ với } \begin{cases} \overrightarrow{DI} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \\ \overrightarrow{IG} = \left(a - \frac{3}{2}; b - \frac{3}{2}; c + \frac{3}{2}\right) \end{cases}. \text{Do đó: } \begin{cases} \frac{3}{2} = 3\left(a - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(b - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}.$$

Vậy $G(2; 1; -2)$.

c) Gọi $A'(a; b; c)$

$$ABCD.A'B'C'D' \text{ là hình hộp} \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1), \overrightarrow{AD} = (0; -1; 0), \overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6) \Rightarrow \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = (2; 5; -7)$$

$$\overrightarrow{AA'} = (a-1; b; c-1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = 2 \\ b = 5 \\ c-1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \\ c = -6 \end{cases}$$

Vậy: $A'(3; 5; -6)$.

$$\text{d) Ta có vec tơ } \vec{u} \text{ cùng phương với } \vec{v} \text{ khi có số } k \text{ sao cho } \vec{u} = k.\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3k \\ -2 = k.n \\ 1 = -2.k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{-1}{2} \\ m = \frac{-3}{2} \\ n = 4 \end{cases}.$$

Khi đó $T = 2m + n = 1$.

Câu 50: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn độ dài AM nhỏ nhất. Tọa độ của điểm M là $(2; 3; 0)$.
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng $2\sqrt{3}$.
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(2; -1; 2)$, $B'(1; 2; 1)$, $C(-2; 3; 2)$, $D'(3; 0; 1)$. Tọa độ điểm B là $B(-1; 2; 2)$.
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

a) Theo giả thiết ta có $A(2; 3; 5)$.

Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) .

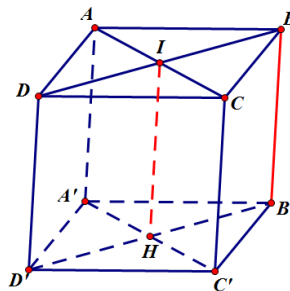
Độ dài AM nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxy) .

Vậy $M(2; 3; 0)$.

b) Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -2; 4)$ xuống trục Ox suy ra $H(1; 0; 0)$.

Vậy khoảng cách từ M đến trục Ox bằng độ dài $MH = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (4)^2} = 2\sqrt{5}$.

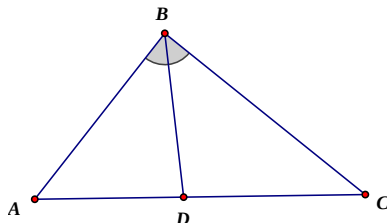
c)



Gọi $B(x; y; z)$; I, H lần lượt là trung điểm của $AC, B'D'$. Suy ra $I(0; 1; 2), H(2; 1; 1)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{IH} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=2-0 \\ 2-y=1-1 \\ 1-z=1-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases}$.

d)



Ta có $BA = \sqrt{26}, BC = 2\sqrt{26}$.

Gọi $D(x; y; z)$, theo tính chất phân giác ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\overrightarrow{DA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ (*)

Ta có $\overrightarrow{DA} = (1-x; 2-y; -1-z)$ và $\overrightarrow{DC} = (-4-x; 7-y; 5-z)$

$$(*) \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$$

Tài liệu, giáo án, đề thi cập nhật liên tục tại: <https://hoangquy.net/tailieu>

Google Meet không giới hạn thời gian có Khuyến Mãi Tại: HoangQuy.Net

Cộng đồng facebook chia sẻ tài liệu, đề thi:

<https://www.facebook.com/groups/993194497531060>