

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



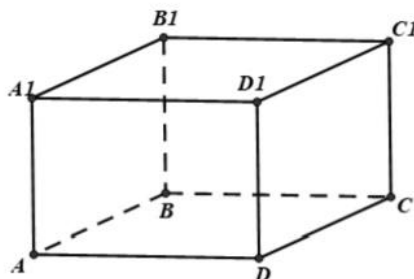
HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

- a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$.
- b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
- c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.
- d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải:



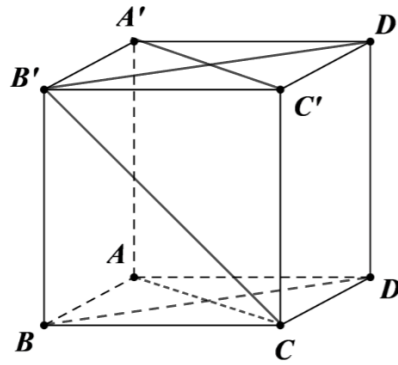
- a) Đúng: Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$
- b) Đúng: Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$
- c) Đúng: Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.
- d) Sai: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC} \Rightarrow D$ sai

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

- a) Góc giữa AC và $B'D'$ bằng 90°
- b) Góc giữa $B'D'$ và AA' bằng 60°
- c) Góc giữa AD và $B'C$ bằng 45°

d) Góc giữa BD và $A'C'$ bằng 90°

Lời giải:



a) Đúng: $(AC; B'D') = (AC; BD) = 90^\circ$

b) Sai: Vì $AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow AA' \perp B'D'$.

c) Đúng: $(AD; B'C) = (BC; B'C) = 45^\circ$

d) Đúng: $(BD; A'C') = (BD; AC) = 90^\circ$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Khi đó

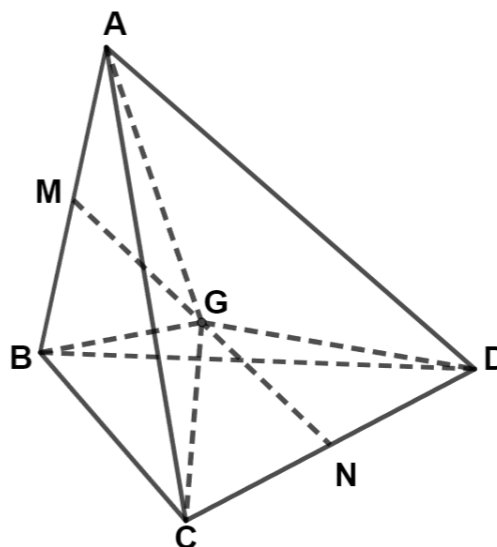
a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$

c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

d) $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$

Lời giải:



Do M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN theo quy tắc trung điểm:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}.$$

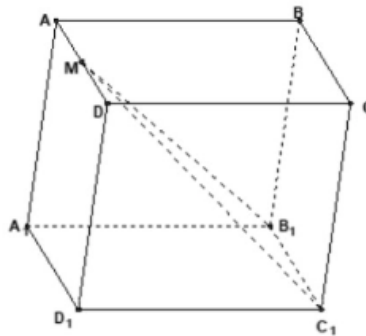
Do đó:

- a) Đúng.
- b) Sai.
- c) Đúng.
- d) Đúng.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD . Khi đó

- a) $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$
- b) $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$
- c) $\overrightarrow{C_1A} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1B_1}$
- d) $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$

Lời giải:



a) Sai:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{B_1M} &= \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1D_1}) \\ &= \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}) = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}\end{aligned}$$

b) Đúng:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{C_1M} &= \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1A_1} + \overrightarrow{C_1D_1}) \\ &= \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1D_1}) = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}\end{aligned}$$

b) Đúng: $\overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1B_1} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1A_1} = \overrightarrow{C_1A}.$

d) Sai: vì $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD_1}$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $M(1; 2; 3)$. Khi đó

a) $\overrightarrow{OM} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

b) Điểm $A(0;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên Ox .

c) Điểm $B(0;2;3)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên Oyz .

d) điểm $C(-1;2;3)$ là điểm đối xứng điểm M qua trục Ox .

Bảng đáp án

Câu	1
a)	Đ
b)	S
c)	Đ
d)	S

Lời giải

a) $M(1;2;3) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$

b) Hình chiếu vuông góc của điểm M trên Ox là điểm $A(1;0;0)$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm M trên Oyz là điểm $B(0;2;3)$.

d) Điểm đối xứng điểm M qua trục Ox là điểm $C(1;-2;-3)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1)$. Khi đó

a) Điểm B thuộc trục Ox .

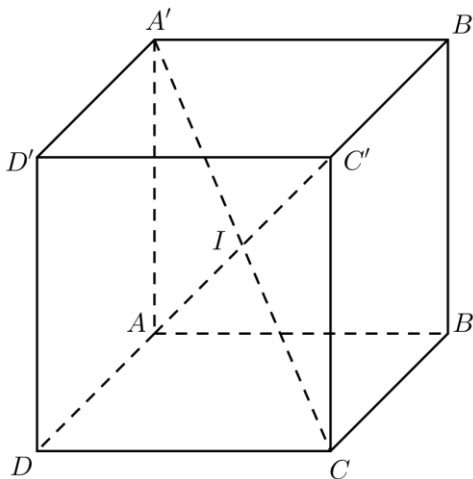
b) Tọa độ điểm $C(1;1;0)$.

c) Tọa độ điểm $B'(1;1;0)$.

d) AC' giao $A'C$ tại điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Câu	2
a)	Đ
b)	Đ
c)	S
d)	Đ



- a) Điểm B thuộc trục Ox .
- b) Ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = (1; 1; 0) \Rightarrow C(1; 1; 0)$.
- c) Ta có $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = (1; 0; 1) \Rightarrow B'(1; 0; 1)$.
- d) Ta có I là trung điểm của $A'C \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(1; 1; 1) = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho hai vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -2)$, $\vec{v} = (m; 1; -1)$ và hai điểm $A(2; 1; 0)$, $B(1; 1; -2)$. Khi đó

- a) $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.
- b) $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
- c) Với $m = 2$ thì $\vec{v} = \vec{u}$.
- d) Gọi điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = \vec{u}$. Khi đó $a + b + c = 5$.

Lời giải

Câu	3
a)	Đ
b)	S
c)	S
d)	S

- a) $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.
- b) $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; -2)$.
- c) $\vec{v} = \vec{u} \Leftrightarrow \frac{m}{1} = \frac{1}{2} = \frac{-1}{-2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$

$$\text{d) } \overrightarrow{MA} = \vec{u} \Leftrightarrow (2-a; 1-b; -c) = (1; 2; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-a=1 \\ 1-b=2 \\ -c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=2 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=0$$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{u} = (2; -1; 3)$, $\vec{v} = (-5; 2; 1)$. Khi đó

a. $2\vec{u} = (4; -2; 6)$.

b. $\vec{u} + \vec{v} = (-3; 1; 4)$.

c. $\vec{u} - \vec{v} = (7; 3; -2)$.

d. $3\vec{u} - 2\vec{v} = (16; -7; 7)$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có $\vec{u} = (2; -1; 3)$ nên suy ra $2\vec{u} = (4; -2; 6)$

b) Đúng. Ta có $\vec{u} = (2; -1; 3)$, $\vec{v} = (-5; 2; 1)$ nên $\vec{u} + \vec{v} = (-3; 1; 4)$

c) Sai. Ta có $\vec{u} = (2; -1; 3)$, $\vec{v} = (-5; 2; 1)$ nên $\vec{u} - \vec{v} = (7; -3; 2)$

d) Đúng. Ta có $\vec{u} = (2; -1; 3)$ nên $3\vec{u} = (6; -3; 9)$ và $\vec{v} = (-5; 2; 1)$ nên $2\vec{v} = (-10; 4; 2)$

Ta có $3\vec{u} - 2\vec{v} = (16; -7; 7)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{a} = (-2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Khi đó

a. Độ dài của vec tơ $\vec{a}$ là $|\vec{a}| = 3$

b. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$.

c. Giá trị $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

d. $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = 6$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có $\vec{a} = (-2; 1; 2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} = 3$.

b) Đúng. Ta có $\vec{a} = (-2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; 1; -1)$ nên $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2.1 + 1.1 + 2.(-1) = -3$.

c) Sai. Ta có $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3}{3 \cdot \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

d) Đúng. Ta có $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2 = 3^2 - (\sqrt{3})^2 = 6$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; 2)$, $B(2; -1; 4)$, $C(5; 1; -2)$. Khi đó

- a. Trung điểm của đoạn thẳng AC là $M(3;2;0)$
- b. Khoảng cách giữa hai điểm A và B là $AB = \sqrt{21}$
- c. Đề C là trọng tâm tam giác ABM thì tọa độ $M(12;1;-12)$
- d. Giá trị cosin của góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\sqrt{21}}{63}$

Lời giải

a) Đúng. Ta có trung điểm của đoạn thẳng AC là M thì

$$M\left(\frac{1+5}{2}; \frac{3+1}{2}; \frac{2+(-2)}{2}\right) = M(3;2;0).$$

b) Đúng. Khoảng cách giữa hai điểm A và B là $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{21}$.

c) Đúng. Ta có C là trọng tâm tam giác ABM thì tọa độ điểm M có dạng $M(3x_C - x_A - x_B; 3y_C - y_A - y_B; 3z_C - z_A - z_B)$. Từ đó tìm được $M(12;1;-12)$.

d) Sai. Ta có $A(1;3;2), B(2;-1;4)$ nên $\overrightarrow{AB} = (1;-4;2) \Rightarrow AB = \sqrt{21}$

Và $A(1;3;2), C(5;1;-2) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (4;-2;-4) \Rightarrow AC = 6$.

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1 \cdot 4 + (-4)(-2) + 2(-4)}{\sqrt{21} \cdot 6} = \frac{2\sqrt{21}}{63}.$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **đúng** hay sai?

Mệnh đề		
a) Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng 5.		
b) Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng $\sqrt{29}$.		
c) Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M'(2;5;-4)$.		
d) Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Oy là $M'(-2;-5;-4)$		

Lời giải

+) Ta có khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng $|-5| = 5$ nên **A đúng**.

+) Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng $\sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{29}$ nên **B đúng**.

+) Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (yOz) là $I(0;-5;4)$.

Suy ra tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M'(-2; -5; 4)$ nên **C sai**.

+) Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oy là $J(0; -5; 0)$.

Suy ra tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Oy là $M'(-2; -5; -4)$ nên **D đúng**.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng hay sai?

Mệnh đề		
a) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.		
b) Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.		
c) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.		
d) Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.		

Lời giải

Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; -y; z)$. Do đó phương án **A sai**.

Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(-x; y; -z)$. Do đó phương án **B sai**.

Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$. Do đó phương án **C đúng**

Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(-x; -y; -z)$. Do đó phương án **D sai**.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (2; -2; -4)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng hay sai?

Mệnh đề		
a) $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$		
b) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương		
c) $ \vec{b} = \sqrt{3}$		
d) $[\vec{a}, \vec{b}] = (-6; -6; 0)$		

Lời giải

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3) \Rightarrow$ **A đúng**.

Ta có: $\vec{a} = 2(1; -1; -2) \neq \vec{b} = (1; -1; 1)$. Suy ra $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. $\Rightarrow$ **B sai**.

Ta có: $|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3} \Rightarrow$ **C Đúng**

Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (-6; -6; 0) \Rightarrow$ **D Đúng**

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-4; -2; 6)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai:

Mệnh đề		
a) $\vec{b} = -2\vec{a}$		
b) $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$		
c) $ \vec{b} = 2 \vec{a} $		
d) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$		

Lời giải

Để thấy $\vec{b} = -2\vec{a} \Rightarrow$ A **Đúng**

Từ đó suy ra vectơ $\vec{a}$ ngược hướng với vectơ $\vec{b} \Rightarrow$ B **Đúng**

và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}| \Rightarrow$ C **Đúng**

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-4) + 1 \cdot (-2) + (-3) \cdot 6 = -28 \neq 0 \Rightarrow$ D **Sai**

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Khẳng định nào sau đây **đúng hay sai**

Mệnh đề		
a) $ \vec{a} + \vec{b} = 3$		
b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$		
c) $ \vec{a} - \vec{b} = 5$		
d) $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -4; 3)$		

Lời giải

Ta có

☐ $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{u}| = \sqrt{(1+1)^2 + (-2+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4+1+4} = 3$ (đúng).

☐ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = 1 - 2 - 3 = -4$ (đúng).

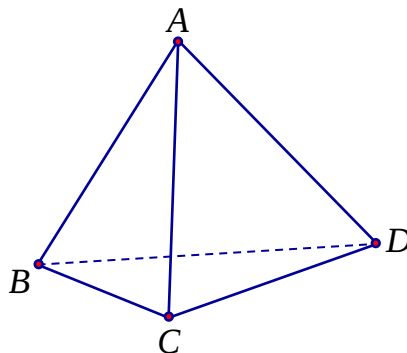
☐ $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{u}| = \sqrt{(1-1)^2 + (-2-1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{0+9+16} = 5$ (đúng).

☐ $[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-1; 4; 3)$ (sai).

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

Mệnh đề		
a) $AB \perp BD$		
b) $AB \perp BC$		
c) $AB \perp AC$		
d) $BC \perp CD$		

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 0; -4)$ và $\overrightarrow{BD} = (0; 1; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow AB \perp BD \Rightarrow$ A **Đúng**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 0; -4)$ và $\overrightarrow{BC} = (1; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow AB \perp BC \Rightarrow$ B **Đúng**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 0; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 0; -4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16 \neq 0 \Rightarrow AB$ và AC không vuông góc.
 $\Rightarrow$ C **Sai**

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (1; 0; 0)$ và $\overrightarrow{CD} = (-1; 1; 0) \Rightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CD} = -1 \neq 0 \Rightarrow BC$ và CD không vuông góc $\Rightarrow$ D **Sai**

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; 0)$, $\vec{c} = (1; -5; 2)$. Câu nào sau đây **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề		
a) $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.		
b) $[\vec{b}, \vec{c}] = (-2; -6; -14)$		
c) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.		
d) $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.		

Lời giải

Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -3; -7) \neq \vec{0}$. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương $\Rightarrow$ A **Sai**

Ta có: $[\vec{b}, \vec{c}] = (-2; -6; -14) \Rightarrow$ B **Đúng**

$[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = -1 + 15 - 14 = 0$. Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. $\Rightarrow$ C **Sai**

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot (0) = 1 \neq 0 \Rightarrow$ D **Sai**

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5; 1; 5)$; $B(4; 3; 2)$; $C(-3; -2; 1)$. Điểm $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + 2b + c$?

Mệnh đề		
a) tam giác ABC vuông tại A		
b) I là trung điểm của BC		
c) tọa độ $I\left(1; -\frac{1}{2}; 3\right)$		
d) $a + 2b + c = 3$		

Lời giải

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; 2; -3) \\ \overrightarrow{BC} = (-7; -5; -1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow \text{tam giác } ABC \text{ vuông tại } B. \Rightarrow A \text{ Sai}$

$\Rightarrow$ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trung điểm của cạnh huyền $AC \Rightarrow B$ Sai

$\Rightarrow I\left(1; -\frac{1}{2}; 3\right). \Rightarrow C \text{ Đúng}$

Vậy $a + 2b + c = 3. \Rightarrow D \text{ Đúng}$

Câu 19: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(2; 0; 3)$, $C(-2; 1; 3)$ và $D(0; 1; 1)$. Dựa vào dữ kiện trên để trả lời các mệnh đề sau

Mệnh đề		
a) $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$; $\overrightarrow{AC} = (-3; 3; 3)$; $\overrightarrow{AD} = (-1; 3; 1)$.		
b) $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -1; 9)$		
c) $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 24$		
d) $V_{ABCD} = 4$.		

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$; $\overrightarrow{AC} = (-3; 3; 3)$; $\overrightarrow{AD} = (-1; 3; 1). \Rightarrow A \text{ Đúng}$

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -12; 9); \Rightarrow B \text{ Sai}$

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = (-3) \cdot (-1) + (-12) \cdot 3 + 9 \cdot 1 = -24. \Rightarrow C \text{ Sai}$

$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{6} |-24| = 4. \Rightarrow D \text{ Đúng}$

Câu 20: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -2; 1)$; $B(1; 0; -2)$; $C(3; 1; -2)$; $D(-2; -2; -1)$.

Câu nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề		
a) Bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng		
b) Tam giác ACD là tam giác vuông tại A .		
c) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là góc tù.		
d) Tam giác ABD là tam giác cân tại B .		

Lời giải

$\overrightarrow{AB} = (1; 2; -3)$; $\overrightarrow{CD} = (-5; -3; 1)$

$\overrightarrow{AC} = (3; 3; -3)$; $\overrightarrow{BD} = (-3; -2; 1)$

$\overrightarrow{AD} = (-2; 0; -2)$

Ta có: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; -6; -3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = (-2) \cdot 3 + 0 \cdot 6 + (-2) \cdot (-3) = 0$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng hay bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng. Vậy đáp án A **sai**.

Lại có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 3 \cdot (-2) + 3 \cdot 0 + (-3) \cdot (-2) = 0 \Rightarrow AC \perp AD$.

$\Rightarrow$ tam giác ACD là tam giác vuông tại A . Vậy đáp án B **đúng**.

Mặt khác: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-3) + (-3) \cdot 1 = -14 < 0$

$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) < 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ là góc tù. Vậy đáp án C **đúng**.

$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BD}| = \sqrt{14}$ hay $AB = BD \Rightarrow$ tam giác ABD là tam giác cân tại B . Vậy đáp án D **đúng**.