



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Câu 1: Trong năm học vừa qua, ở trường đại học X, tỉ lệ sinh viên thi trượt môn Toán là 30%, thi trượt môn Tâm lý là 22%. Trong số các sinh viên trượt môn Toán có 40% sinh viên trượt môn Tâm lý. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên trường X. Sử dụng sơ đồ hình cây và cho biết các mệnh đề sau đúng hay sai:

- Xác suất gặp sinh viên trượt cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,066.
- Xác suất gặp sinh viên đậu cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,6.
- Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là 0,18.
- Xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là 0,726.

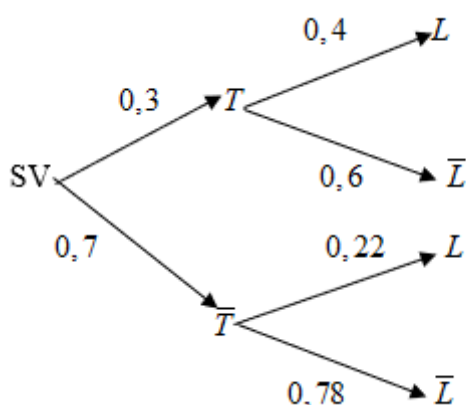
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Giả sử T là biến cố “Gặp sinh viên thi trượt môn Toán”, có $P(T) = 0,3$.

L là biến cố “Gặp sinh viên thi trượt môn Tâm lý”, có $P(L) = 0,22$. Khi đó $P(L|T) = 0,4$.

Sơ đồ hình cây:



- Sai. Vì xác suất gặp sinh viên thi trượt cả môn Toán và Tâm Lý là $P(TL) = P(T)P(L|T) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$.
- Đúng. Xác suất gặp sinh viên đậu cả môn Toán và Tâm lý là $P(\overline{TL}) = 1 - P(T \cup L) = 1 - P(T) - P(L) + P(TL) = 1 - 0,3 - 0,22 + 0,12 = 0,6$.

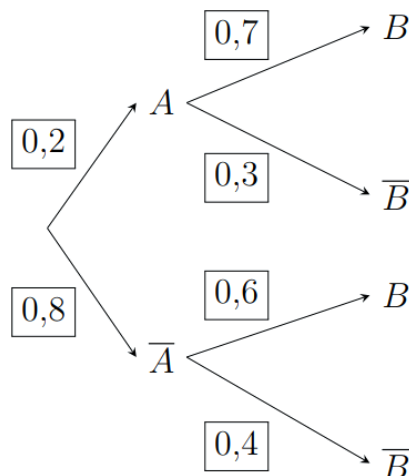
c) Sai. Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán, biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là

$$P(\bar{T} | L) = \frac{P(\bar{T}L)}{P(L)} = \frac{P(L) - P(TL)}{P(L)} = \frac{0,22 - 0,12}{0,22} = 0,45.$$

d) Đúng. Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là

$$P(\bar{L}) = P(T) \cdot P(\bar{L} | T) + P(\bar{T}) \cdot P(\bar{L} | \bar{T}) = 0,3 \cdot 0,6 + 0,7 \cdot 0,78 = 0,726.$$

Câu 2: Cho sơ đồ hình cây như hình bên.



a) $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})$

b) $P(B | A) = 0,6.$

c) $P(B) = 0,62.$

d) $P(\bar{B}) = 0,4.$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

Công thức xác suất toàn phần $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}).$

b) Sai.

Dựa vào sơ đồ hình cây ta có $P(B | A) = 0,7.$

c) Đúng.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,6 = 0,62.$

d) Sai.

Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,38.$

Câu 3: Hai công nhân cần phải hoàn thành số sản phẩm nhất định. Công nhân thứ nhất phải làm 45% số sản phẩm, công nhân thứ hai phải làm 55% số sản phẩm. Khả năng xảy ra sai sót của công nhân thứ nhất là 3% và của công nhân thứ hai là 1%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Gọi A là biến cố “Sản phẩm được chọn là của công nhân thứ nhất”, B là biến cố “Sản phẩm được chọn bị lỗi”.

a) $P(A) = 0,5$

b) Xác suất sản phẩm được chọn là sản phẩm bị lỗi của công nhân thứ nhất là $P(B | A) = 0,03.$

c) $P(B) = 0,02.$

d) Xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm của công nhân thứ nhất bị lỗi là $P(A|B) = \frac{27}{38}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai.

$$P(A) = 0,45$$

b) Đúng.

Do tỉ lệ sản phẩm lỗi của công nhân thứ nhất là 3% nên $P(B|A) = 0,03$.

c) Sai.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,55.$$

Do tỉ lệ sản phẩm của công nhân số hai là 1% nên $P(B|\bar{A}) = 0,01$.

$$\text{Vậy } P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,45.0,03 + 0,55.0,01 = 0,019.$$

d) Đúng.

Xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm của công nhân thứ nhất bị lỗi là

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,45.0,03}{0,019} = \frac{27}{38}.$$

Câu 4: Giả sử bệnh hiểm nghèo X có tỉ lệ nhiễm bệnh là 0,5%, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là 4%. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi A là biến cố “Người được chọn không nhiễm bệnh” và B là biến cố “người được chọn có phản ứng dương tính”.

a) Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ $P(A) = 0,995$

b) Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B|A) = 0,04$.

c) Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B|\bar{A}) = 0,005$.

d) Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là $P(\bar{A}|B) = \frac{25}{224}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

Người được chọn không mắc bệnh có tỉ lệ $P(A) = 1 - 0,5\% = 0,995$

b) Đúng.

Do trong số những người không mắc bệnh có 4% phản ứng dương tính nên $P(B|A) = 0,04$.

c) Sai.

Những người mắc bệnh đều có phản ứng dương tính nên $P(B|\bar{A}) = 1$.

d) Đúng.

Khả năng mắc bệnh của một người có phản ứng dương tính là

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A})P(B|\bar{A})}{P(\bar{A})P(B|\bar{A}) + P(A)P(B|A)} = \frac{0,005.1}{0,005.1 + 0,995.0,04} = \frac{25}{224}.$$

- Câu 5:** Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b. Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%.
- Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb là 0,5.
 - Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb là 0,5.
 - Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố là 0,6.
 - Xác suất để cây con có kiểu gene bb là 0,49.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Gọi A là biến cố: “Cây bố có kiểu gene bb”;

M là biến cố: “Cây con lấy gene b từ cây bố”;

N là biến cố: “Cây con lấy gene b từ cây mẹ”;

E là biến cố: “Cây con có kiểu gene bb”.

Theo giả thiết, M và N độc lập nên $P(E) = P(M) \cdot P(N)$.

Ta áp dụng công thức xác suất toàn phần $P(M) = P(A) \cdot P(M|A) + P(\bar{A}) \cdot P(M|\bar{A})$ (*).

Ta có $P(A) = 0,4$; $P(\bar{A}) = 0,6$.

a) Sai.

$P(M|A)$ là xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb. Do đó $P(M|A) = 1$.

b) Đúng.

$P(M|\bar{A})$ là xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb. Do đó $P(M|\bar{A}) = \frac{1}{2}$.

c) Sai.

Thay vào (*) ta được: $P(M) = 0,4 \cdot 1 + 0,6 \cdot 0,5 = 0,4 + 0,3 = 0,7$.

d) Đúng.

Tương tự tính được $P(N) = 0,7$.

Vậy $P(E) = P(M) \cdot P(N) = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$.

Từ kết quả trên suy ra trong một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây bố và cây mẹ mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%, thì tỉ lệ cây con có kiểu gene bb là khoảng 49%.

- Câu 6:** Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,9. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,85. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là 0,75.

- Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,1.

- b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,2 .
 c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,35 .
 d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,7125 .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Gọi A là biến cố ‘An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán’ và B là biến cố ‘An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì’. Ta có: $P(A) = 0,75$, $P(\bar{A}) = 1 - 0,75 = 0,25$.

a) Đúng. Vì theo giả thiết, nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,9. Vậy, nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $P(\bar{B} | A) = 1 - 0,9 = 0,1$.

b) Sai. Vì theo giả thiết, nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,85. Vậy, nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $P(B | \bar{A}) = 1 - 0,85 = 0,15$.

c) Sai. Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là

$$P(\bar{B}) = P(A).P(\bar{B} | A) + P(\bar{A}).P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,75.0,1 + 0,25.0,85 = 0,2875.$$

d) Đúng. Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,75.0,9 + 0,25.0,15 = 0,7125.$$

Hoặc $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,2875 = 0,7125$.

Câu 7: Có hai chiếc hộp. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A là biến cố ‘Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất’ và B là biến cố ‘Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai’.

a) $P(\bar{A}) = \frac{5}{12}$.

b) $P(B | A) = \frac{1}{15}$.

c) $P(B | \bar{A}) = \frac{12}{35}$.

d) $P(B) = \frac{14}{45}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Ta có: $P(A) = \frac{5}{12} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{12}$.

b) Nếu A xảy ra thì khi đó hộp hai chứa 7 bi xanh và 8 bi đỏ.

Chọn hai bi bất kì từ hộp hai có C_{15}^2 cách.

Chọn hai bi đỏ từ hộp hai có C_8^2 cách.

$$\text{Suy ra: } P(B|A) = \frac{C_8^2}{C_{15}^2} = \frac{4}{15}.$$

c) Nếu A không xảy ra thì khi đó hộp hai chứa 6 bi xanh và 9 bi đỏ.

Chọn hai bi bất kì từ hộp hai có C_{15}^2 cách.

Chọn hai bi đỏ từ hộp hai có C_9^2 cách.

$$\text{Suy ra: } P(B|\bar{A}) = \frac{C_9^2}{C_{15}^2} = \frac{12}{35}.$$

d) Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{15} + \frac{7}{12} \cdot \frac{12}{35} = \frac{14}{45}.$$

Câu 8: Trường D có 1500 học sinh. Trong câu lạc bộ âm nhạc của trường, đa số học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, với học sinh không tham gia câu lạc bộ cũng có một số học sinh biết chơi đàn. Khảo sát số học sinh biết chơi đàn Guitar của trường D cho kết quả như sau:

nh	Biết chơi guitar	Không biết chơi guitar
a câu lạc bộ	255	45
không tham gia câu lạc bộ	120	1080

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Gọi A là biến cố: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc" và B là biến cố: "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar". Xét tính **đúng-sai** của các mệnh đề sau:

a) $P(A) = 0,2$.

b) $P(B|A) = 0,82$.

c) $P(B) = 0,26$.

d) $P(A|B) = 0,68$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ 1500 học sinh: $n(\Omega) = C_{1500}^1 = 1500$.

a) Số học sinh của câu lạc bộ âm nhạc là: $255 + 45 = 300$.

A là biến cố: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc" khi đó $n(A) = C_{300}^1 = 300$.

Xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{300}{1500} = \frac{1}{5} = 0,2$.

Vậy a) đúng.

b) Khi biến cố A xảy ra, ta có: $P(B|A) = \frac{255}{300} = 0,85$.

Vậy b) sai.

c) Ta có: $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = \frac{120}{120+1080} = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,85 + 0,8.0,1 = 0,25.$$

Vậy c) sai.

d) Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,85}{0,25} = 0,68.$$

Vậy d) đúng.

Câu 9: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ”, B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ”

a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó

$$P(A|B) = \frac{7}{11}.$$

c) Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì

$$P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}.$$

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

Ta có: B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ” nên

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{10} = 0,5.$$

ĐÚNG.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó

$$P(A|B) = \frac{7}{11}.$$

Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có 7 bi đỏ và 4 bi xanh nên $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

ĐÚNG.

c) Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì

$$P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$$

Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh”

Nếu viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh thì sau khi chuyển,

hộp thứ hai có 6 bi đỏ và 5 bi xanh. Khi đó $P(A|\bar{B}) = \frac{6}{11}$.

SAI.

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$.

Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là:

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,5 \cdot \frac{7}{11} + 0,5 \cdot \frac{6}{11} = \frac{13}{22}.$$

ĐÚNG.

Câu 10: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

Số viên bi màu đỏ có đánh số là $60\% \cdot 50 = 30$.

ĐÚNG.

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

Số viên bi màu vàng không đánh số là $50\% \cdot 30 = 15$.

ĐÚNG.

c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

và B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”,

$\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$$

$$P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}$$

$$P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

SAI.

d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.

A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “viên bi được lấy ra không có đánh số”

$$\text{Ta có: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

ĐÚNG.

Câu 11: Cho 2 lô sản phẩm. Lô I có 20 sản phẩm, trong đó có 15 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm lỗi. Lô II có 20 sản phẩm, trong đó có 10 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm lỗi. Lấy ngẫu nhiên 1 lô và từ lô này lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm.

a) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.

b) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.

c) Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.

d) Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Gọi B_1 là biến cố: “Lô lấy ra là lô I”

Gọi B_2 là biến cố: “Lô lấy ra là lô II”

a) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.

Gọi A là biến cố: “Sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt”

$$\text{Ta có: } P(A) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2)$$

$$\text{Mà } P(B_1) = \frac{1}{2}, P(B_2) = \frac{1}{2}, P(A|B_1) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}, P(A|B_2) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8}.$$

ĐÚNG.

b) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{5}{8} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}.$$

ĐÚNG.

c) Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.

Ta có: $P(B_2) = \frac{1}{2}, P(A|B_2) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}, P(A) = \frac{5}{8}$

Vậy $P(B_2|A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{0,5 \cdot 0,5}{\frac{5}{8}} = \frac{2}{5}$.

ĐÚNG.

d) Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.

Ta có: $P(A) = \frac{5}{8} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ $P(B_1) = \frac{1}{2}, P(\bar{A}|B_1) = \frac{1}{4}$

$P(B_1|\bar{A}) = \frac{P(B_1) \cdot P(\bar{A}|B_1)}{P(\bar{A})} = \frac{0,5 \cdot 0,25}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}$.

SAI.

Câu 12: Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

Chọn 2 sản phẩm tốt từ 13 sản phẩm tốt trong hộp loại I là $C_{13}^2 = 78$ cách.

ĐÚNG.

b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

Số cách chọn 2 phế phẩm từ 4 phế phẩm trong hộp loại II là $C_4^2 = 6$ cách.

Tổng số cách chọn 2 sản phẩm từ 10 sản phẩm (6 tốt và 4 phế phẩm) trong hộp II là $C_{10}^2 = 45$ cách.

Vậy xác suất chọn được 2 phế phẩm là $\frac{6}{45} = \frac{2}{15}$.

SAI.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

Gọi A: “Chọn được trong thùng một hộp loại I”.

Và B : “Chọn được trong thùng một hộp loại II”.

Xác suất chọn hộp loại I là $P(A) = \frac{2}{5}$ và xác suất chọn hộp loại II là $P(B) = \frac{3}{5}$.

Gọi C là biến cố “Cả 2 sản phẩm lấy ra đều tốt”.

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp loại I là $P(C|A) = \frac{C_{13}^2}{C_{15}^2} = \frac{26}{35}$.

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp II là $P(C|B) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$.

Vậy xác suất hai sản phẩm lấy ra từ một hộp trong thùng đều tốt là

$$P(C) = P(C|A) \cdot P(A) + P(C|B) \cdot P(B) = \frac{26}{35} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{87}{175}.$$

ĐÚNG.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

Xác suất lấy ra hai sản phẩm đều tốt thuộc hộp loại I là

$$\text{Công thức Bayes: } P(A|C) = \frac{P(C|A) \cdot P(A)}{P(C)} = \frac{\frac{26}{35} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{87}{175}} = \frac{52}{87}.$$

ĐÚNG.

Câu 13: Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

a) Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.

b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.

c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.

d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.

Gọi A : “Email nhận được là email rác”.

Và B : “Email bị lọc đúng email rác của hệ thống lọc email rác”.

Vì 5% email nhận được là rác nên xác suất nhận được một email rác là $P(A) = 5\% = 0,05$

ĐÚNG.

b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.

Xác suất email bị lọc của email rác là $P(B|A) = 95\% = 0,95$.

SAI.

c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.

Xác suất email nhận được không phải rác là $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,05 = 0,95$.

Xác suất email bị lọc của email không phải rác là $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Vậy xác suất chọn một email bị lọc bất kể là rác hay không là

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,95 \cdot 0,05 + 0,1 \cdot 0,95 = 0,1425.$$

ĐÚNG.

d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là

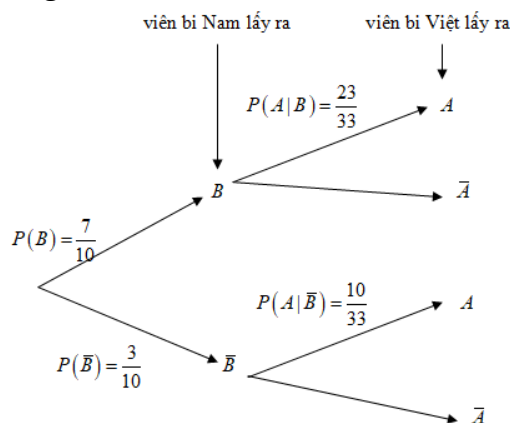
$$\text{Công thức Bayes: } P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,95 \cdot 0,05}{0,1425} = \frac{1}{3}.$$

SAI.

Câu 14: Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

Gọi A là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu”

và B là biến cố “bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu”,

$\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu”

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

ĐÚNG.

b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là

Ta có:

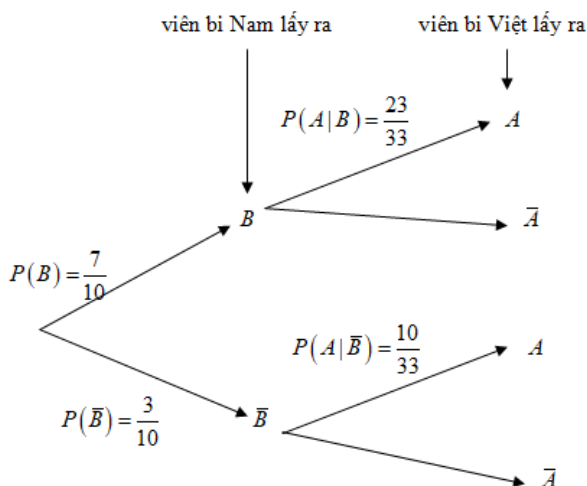
$$P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{70.69}{70.99} = \frac{23}{33}$$

$$P(A|\bar{B}) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{23}{33} = \frac{10}{33}$$

Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



ĐÚNG.

c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{23}{33} + \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{33} = \frac{191}{330}$$

ĐÚNG.

d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Gọi A là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu”

$$\text{Ta có: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{191}{330} = \frac{139}{330}$$

ĐÚNG.

Câu 15: Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Mỗi khẳng định dưới đây **đúng** hay **sai**?

a) Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là 0,23.

b) Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009.

c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: 0,017.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $\frac{381}{850}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Gọi A là biến cố “Người làm xét nghiệm có kết quả dương tính” và B là biến cố “Người nhiễm virus”.

a) sai.

Do xét nghiệm cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus nên Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là.

$$P(\bar{A}|B) = 0,238.$$

b) đúng.

Do xét nghiệm cho kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus nên

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,991. \text{ Suy ra } P(A|\bar{B}) = 1 - 0,991 = 0,009.$$

Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009.

c) đúng.

Do tỉ lệ người nhiễm virus trong cộng đồng là 1% nên $P(B) = 0,01$ và $P(\bar{B}) = 0,99$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,01 \cdot 0,762 + 0,99 \cdot 0,009 = 0,01653 \approx 0,017$$

d) đúng.

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh khi có kết quả chuẩn đoán là dương tính là

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,01 \cdot 0,762}{0,017} = \frac{381}{850}.$$

Câu 16: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 50% học sinh lựa chọn tổ hợp $B00$ (gồm các môn Toán, Hóa, Sinh). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp $B00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp $B00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Gọi A là biến cố: “Học sinh đó chọn tổ hợp $B00$ ”; B là biến cố: “Học sinh đó đỗ đại học”.

Xét tính **đúng-sai** của các mệnh đề sau:

a) xác suất $P(\bar{A}) = 0,5$.

b) xác suất $P(B|A) = 0,4$.

c) xác suất $P(B|\bar{A})$ thuộc khoảng $(0,2; 0,5)$.

d) $\frac{P(A|B)}{P(B|A)}$ lớn hơn $\frac{2}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) $\bar{A}$ là biến cố: “Học sinh đó không chọn tổ hợp $B00$ ”

$$\text{Ta có: } P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5.$$

Vậy a) đúng.

b) $P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp $B00$

$$\Rightarrow P(B|A) = 0,6.$$

Vậy b) sai.

c) $P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp B00. Ta có: $P(B|\bar{A}) = 0,7$.

Vậy c) sai.

d) Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})}$

$$\Rightarrow \frac{P(A|B)}{P(B|A)} = \frac{P(A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{0,5}{0,5.0,6 + 0,5.0,7} = \frac{10}{13}.$$

Vậy d) đúng.