

PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Mệnh đề toán học

Ví dụ 1. Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề toán học?

- a) Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam;
- b) Số π là một số hữu tỉ;
- c) $x=1$ có phải là nghiệm của phương trình $x^2 - 1 = 0$ không?

Giải

Câu a) không phải là một mệnh đề toán học.

Câu b) là một mệnh đề toán học.

Câu c) là một câu hỏi nên không phải là một mệnh đề toán học.

Mỗi mệnh đề toán học phải hoặc đúng hoặc sai. Một mệnh đề toán học không thể vừa đúng, vừa sai.

Khi mệnh đề toán học là đúng, ta gọi mệnh đề đó là một mệnh đề đúng.

Khi mệnh đề toán học là sai, ta gọi mệnh đề đó là một mệnh đề sai.

Ví dụ 2. Tìm mệnh đề đúng trong những mệnh đề sau:

A: "Tam giác có ba cạnh";

B: "1 là số nguyên tố".

Giải

Mệnh đề A là mệnh đề đúng; mệnh đề B là mệnh đề sai vì 1 không là số nguyên tố.

II. Mệnh đề chứa biến

Câu "n chia hết cho 3" là một mệnh đề chứa biến

Ta thường kí hiệu mệnh đề chứa biến n là $P(n)$; mệnh đề chứa biến x, y là $P(x, y); \dots$

Ví dụ 3. Trong những câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến?

a) 18 chia hết cho 9;

b) $3n$ chia hết cho 9.

Giải

a) Câu "18 chia hết cho 9" là một mệnh đề nhưng không phải là mệnh đề chứa biến.

b) Câu " $3n$ chia hết cho 9" là một mệnh đề chứa biến, kí hiệu là $P(n)$: " $3n$ chia hết cho 9"

III. Phủ định của một mệnh đề

Cho mệnh đề P. Mệnh đề "không phải P" được gọi là mệnh đề phủ định của mệnh đề P và kí hiệu là $\bar{P}$.

Mệnh đề $\bar{P}$ đúng khi P sai. Mệnh đề $\bar{P}$ sai khi P đúng.

Ví dụ 4. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và nhận xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó:

A: "16 là bình phương của một số nguyên";

B: "Số 25 không chia hết cho 5".

Giải

Mệnh đề $\bar{A}$: "16 không phải là bình phương của một số nguyên" và $\bar{A}$ sai.

Mệnh đề $\bar{B}$: "Số 25 chia hết cho 5" và $\bar{B}$ đúng.

Chú ý: Để phủ định một mệnh đề (có dạng phát biểu như trên), ta chỉ cần thêm (hoặc bớt) từ "không" (hoặc "không phải") vào trước vị ngữ của mệnh đề đó.

IV. Mệnh đề kéo theo

Cho hai mệnh đề P và Q. Mệnh đề "Nếu P thì Q" được gọi là mệnh đề kéo theo và kí hiệu là $P \Rightarrow Q$.

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ sai khi P đúng, Q sai và đúng trong các trường hợp còn lại.

Nhận xét: Tùy theo nội dung cụ thể, đôi khi người ta còn phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "P kéo theo Q" hay "P suy ra Q" hay "Vì P nên Q"

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC. Xét hai mệnh đề:

P: "Tam giác ABC có hai góc bằng 60° "; Q: "Tam giác ABC đều".

Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và nhận xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

Giải

$P \Rightarrow Q$: "Nếu tam giác ABC có hai góc bằng 60° thì tam giác ABC đều".

Mệnh đề trên là đúng.

Nhận xét: Các định lý toán học là những mệnh đề đúng và thường phát biểu ở dạng mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$.

Khi đó ta nói

P là *giả thiết*, Q là *kết luận* của định lý, hay

P là *điều kiện đủ* để có Q , hoặc Q là *điều kiện cần* để có P .

V. Mệnh đề đảo. Hai mệnh đề tương đương

- Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

- Nếu cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì ta nói P và Q là hai *mệnh đề tương đương*, kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$.

Nhận xét: Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ có thể phát biểu ở những dạng như sau:

- " P tương đương Q ";
- " P là điều kiện cần và đủ để có Q ";
- " P khi và chỉ khi Q ";
- " P nếu và chỉ nếu Q ".

Ví dụ 6. Cho tam giác ABC . Xét mệnh đề dạng $P \Rightarrow Q$ như sau:

"Nếu tam giác ABC vuông tại A thì tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ".

Phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$ và xác định tính đúng sai của hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$.

Giải

Mệnh đề P : "Tam giác ABC vuông tại A "

Mệnh đề Q : "Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ".

Theo định lý Pythagore, hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng. Do đó, hai mệnh đề P và Q là tương đương và có thể phát biểu như sau: "Tam giác ABC vuông tại A khi và chỉ khi tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ".

Chú ý: Trong toán học, những câu khẳng định đúng phát biểu ở dạng " $P \Leftrightarrow Q$ " cũng được coi là một mệnh đề toán học, gọi là *mệnh đề tương đương*.

VI. Kí hiệu $\forall, \exists$

Ví dụ 7. Sử dụng kí hiệu " $\forall$ " để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

a) P : "Với mọi số thực $x, x^2 + 1 > 0$ ".

b) Q : "Với mọi số tự nhiên $n, n^2 + n$ chia hết cho 6".

Giải

a) Mệnh đề được viết là $P: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ ". Để chứng minh mệnh đề P là đúng, ta làm như sau:

Xét một số thực x tùy ý, ta phải chứng tỏ rằng $x^2 + 1 > 0$. Thật vậy, ta có: $x^2 + 1 \geq 1 > 0$. Vậy mệnh đề P là mệnh đề đúng.

b) Mệnh đề được viết là $Q: \forall n \in \mathbb{N}, (n^2 + n) : 6$ ".

Để chứng minh mệnh đề Q là sai, ta cần chỉ ra một giá trị cụ thể của n để nhận được mệnh đề sai.

Thật vậy, chọn $n = 1$, ta thấy $n^2 + n = 2$ không chia hết cho 6. Vậy mệnh đề Q là mệnh đề sai.

Ví dụ 8. Sử dụng kí hiệu " $\exists$ " để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

a) M : "Tồn tại số thực x sao cho $x^3 = -8$ ".

b) N : "Tồn tại số nguyên x sao cho $2x + 1 = 0$ ".

Giải

a) Mệnh đề được viết là $M: \exists x \in \mathbb{R}, x^3 = -8$ ".

Để chứng tỏ mệnh đề M là đúng, ta cần chỉ ra một giá trị cụ thể của x để nhận được mệnh đề đúng. Thật vậy, chọn $x = -2$, ta thấy $(-2)^3 = -8$. Vậy mệnh đề M là mệnh đề đúng.

b) Mệnh đề được viết là $N: \exists x \in \mathbb{Z}, 2x + 1 = 0$ ".

Để chứng minh mệnh đề N là sai, ta phải chứng tỏ rằng với số nguyên x tùy ý thì $2x+1 \neq 0$. Thật vậy, xét một số nguyên x tùy ý, ta có $2x+1$ không chia hết cho 2 nên $2x+1 \neq 0$. Vì thế mệnh đề N là mệnh đề sai.
Chú ý: Cách làm ở Ví dụ 7, Ví dụ 8 lần lượt cho chúng ta phương pháp chứng minh một mệnh đề có kí hiệu " $\forall$ ", có kí hiệu " $\exists$ ", là đúng hoặc sai.

Cho mệnh đề " $P(x), x \in X$ ".

- Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in X, P(x)$ " là mệnh đề " $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ".

- Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in X, P(x)$ " là mệnh đề " $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ".

Ví dụ 9. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau:

a) $\forall x \in \mathbb{Q}, |x| \geq x$

b) $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 + 1 = 0$

Giải

a) Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{Q}, |x| \geq x$ " là mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{Q}, |x| < x$ ".

b) Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 + 1 = 0$ " là mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 + 1 \neq 0$ ".

► PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Mệnh đề toán học, mệnh đề chứa biến

Câu 1. Các câu sau đây, câu nào là mệnh đề toán học. Nếu là mệnh đề toán học, xét tính đúng, sai của mệnh đề:

- $1+2+4=10$
- Năm 1997 là năm nhuận.
- Hôm nay trời đẹp quá!
- $x+1=4$.

Lời giải

- Là mệnh đề toán học. Mệnh đề sai, vì $1+2+4=7$.
- Không phải là mệnh đề toán học
- Không phải là mệnh đề toán học, đây là một câu cảm thán.
- Không phải là mệnh đề toán học, vì tính chân trị của mệnh đề có thể thay đổi được.

Câu 2. Trong các câu dưới đây, câu nào là mệnh đề toán học, câu nào là mệnh đề chứa biến?

- Số 11 là số chẵn.
- Bạn có chăm học không?
- Huế là một thành phố của Việt Nam.
- $2x+3$ là một số nguyên dương.
- $2-\sqrt{5} < 0$.
- $4+x=3$.
- Hãy trả lời câu hỏi này!
- Paris là thủ đô nước Ý.
- Phương trình $x^2 - x + 1 = 0$ có nghiệm.
- 13 là một số nguyên tố.

Lời giải

Các câu a, e, k là các mệnh đề toán học.

Các mệnh đề d, f, i là các mệnh đề chứa biến.

Câu 3. Trong các mệnh đề toán học sau, mệnh đề nào đúng? Giải thích?

- Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng có diện tích bằng nhau.
- Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một cạnh bằng nhau.
- Một tam giác là tam giác vuông khi và chỉ khi chúng có một góc bằng tổng của hai góc còn lại.
- Đường tròn có một tâm đối xứng và một trục đối xứng.
- Hình chữ nhật có hai trục đối xứng.
- Một tứ giác là hình thoi khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc với nhau.
- Một tứ giác nội tiếp được đường tròn khi và chỉ khi nó có hai góc vuông.

Lời giải

- Sai, không nằm trong các trường hợp hai tam giác bằng nhau.
- Sai vì 2 cạnh bằng nhau chưa chắc đã tương ứng trong hai tam giác đồng dạng.
- Đúng vì $A+B+C=180^\circ \Leftrightarrow 2A=180^\circ \Leftrightarrow A=90^\circ$.

- d) Sai, vì đường tròn có vô số trục đối xứng.
 e) Đúng.
 f) Sai, giả sử có hai đường chéo độ dài khác nhau.
 g) Sai, lấy tứ giác bất kỳ nội tiếp đường tròn.

Dạng 2. Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo

Câu 4. Cho tam giác ABC . Xét hai mệnh đề sau:

(P) : “tam giác ABC vuông”; (Q) : “ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”

Hãy phát biểu thành lời văn mệnh đề sau, và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai:

- a. $(P) \Rightarrow (Q)$
 b. $(Q) \Rightarrow (P)$.

Lời giải

- a. $(P) \Rightarrow (Q)$: Nếu tam giác ABC vuông thì $AB^2 + AC^2 = BC^2$. Mệnh đề này sai vì chưa chắc ABC vuông tại A .
 b. $(Q) \Rightarrow (P)$: Nếu $AB^2 + AC^2 = BC^2$ thì tam giác ABC vuông. Mệnh đề này đúng theo định lý Pitago đảo.

Câu 5. Cho tứ giác $ABCD$. Xét hai mệnh đề:

(P) : “Tứ giác $ABCD$ là hình vuông”

(Q) : “Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc”.

Phát biểu $(P) \Rightarrow (Q)$ bằng hai cách, mệnh đề này đúng hay sai?.

Lời giải

Mệnh đề $(P) \Rightarrow (Q)$: “Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nếu và chỉ nếu tứ giác đó là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc” và “Tứ giác $ABCD$ là hình vuông khi và chỉ khi tứ giác đó là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc”. Mệnh đề này đúng.

Câu 6. Cho tam giác ABC . Lập mệnh đề $(P) \Rightarrow (Q)$ và mệnh đề đảo của nó, rồi xét tính đúng sai của chúng khi:

- a. (P) : “Góc A bằng 90° ” (Q) : “Cạnh BC lớn nhất”
 b. (P) : “ $A = B$ ” (Q) : “Tam giác ABC cân”.

Lời giải

Với tam giác ABC đã cho, ta có:

a. $(P) \Rightarrow (Q)$: “Nếu góc A bằng 90° thì cạnh BC lớn nhất” là mệnh đề đúng.

$(Q) \Rightarrow (P)$: “Nếu cạnh BC lớn nhất thì góc A bằng 90° ”.

b. $(P) \Rightarrow (Q)$: “Nếu $A = B$ thì tam giác ABC cân” là mệnh đề đúng.

$(Q) \Rightarrow (P)$: “Nếu tam giác ABC cân thì $A = B$ ” là mệnh đề sai, vì tam giác ABC chưa chắc cân tại C .

Câu 7. Mệnh đề sau đúng, sai?

a) Điều kiện cần và đủ để $a = 0$ là $\frac{5}{a} = \frac{5}{b}$.

b) Điều kiện đủ để $x > y$ là $\sqrt{x} > \sqrt{y}$.

c) Điều kiện cần để tam giác ABC vuông là $AB^2 = BC^2 - AC^2$.

d) Điều kiện đủ để $\sqrt{x^2} = |x|$ là $x \geq 0$.

Lời giải:

a) Nếu $a = b$ thì $\frac{5}{a} = \frac{5}{b}$: Mệnh đề sai.

b) Nếu $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ thì $x > y$: Mệnh đề đúng.

c) Nếu tam giác ABC vuông thì $AB^2 = BC^2 - AC^2$: Mệnh đề sai.

d) Nếu $x \geq 0$ thì $\sqrt{x^2} = |x|$: Mệnh đề đúng.

Dạng 3. Mệnh đề tương đương

Câu 8. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng có diện tích bằng nhau.
- Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một cạnh bằng nhau.
- Một tam giác là tam giác vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng của hai góc còn lại.
- Một tam giác là tam giác đều khi và chỉ khi nó có hai phân giác bằng nhau và một góc bằng 60° .

Lời giải

a. Đây là mệnh đề sai.

Gọi A: “Hai tam giác bằng nhau” B: “Hai tam giác có diện tích bằng nhau”

Mệnh đề $A \Rightarrow B$ đúng, mệnh đề $B \Rightarrow A$ sai, do đó mệnh đề đã cho sai.

b. Mệnh đề sai, vì 2 cạnh bằng nhau chưa chắc đã tương ứng trong hai tam giác đồng dạng.

c. Mệnh đề đúng, vì góc bằng tổng hai góc còn lại vuông.

d. Mệnh đề đúng, vì 2 phân giác bằng nhau là tam giác cân.

Câu 9. Sử dụng thuật ngữ “điều kiện cần và đủ” để phát biểu:

- Một tứ giác nội tiếp được trong một đường tròn khi và chỉ khi tổng hai góc đối diện của nó bằng 180° .
- $x \geq y$ nếu và chỉ nếu $\sqrt[3]{x} \geq \sqrt[3]{y}$.
- Tam giác cân khi và chỉ khi có 2 trung tuyến bằng nhau.

Lời giải:

a) Điều kiện cần và đủ để một tứ giác nội tiếp được trong một đường tròn là tổng hai góc đối diện của nó bằng 180° .

b) Điều kiện cần và đủ để $x \geq y$ là $\sqrt[3]{x} \geq \sqrt[3]{y}$.

c) Điều kiện cần và đủ để tam giác cân là hai trung tuyến của nó bằng nhau.

Câu 10. Hãy sửa lại (nếu cần) các mệnh đề sau đây để được mệnh đề đúng:

- Điều kiện cần và đủ để tứ giác T là một hình vuông là nó có bốn cạnh bằng nhau.
- Điều kiện cần và đủ để tổng hai số tự nhiên chia hết cho 7 là mỗi số đó chia hết cho 7.
- Điều kiện cần để $ab > 0$ là cả hai số a và b đều dương.
- Điều kiện đủ để một số nguyên dương chia hết cho 3 là nó chia hết cho 3.

Lời giải:

a) Mệnh đề sai. Sửa lại là: Điều kiện cần để tứ giác T là một hình vuông là nó có bốn cạnh bằng nhau.

b) Mệnh đề sai. Sửa lại là: Điều kiện đủ để tổng hai số tự nhiên chia hết cho 7 là mỗi số đó chia hết cho 7.

c) Mệnh đề sai. Sửa lại là: Điều kiện đủ để $ab > 0$ là cả hai số a và b đều dương.

d) Mệnh đề đúng.

Dạng 4. Mệnh đề phủ định. Mệnh đề chứa kí hiệu $\forall, \exists$

Câu 11. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề:

- $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \geq 0$
- $\forall x \in \mathbb{R}, x + 2 = x$
- $\exists x \in \mathbb{R}, 9x^2 - 4 = 0$
- $\forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 5 = 0$.

Lời giải

a. Mệnh đề đúng vì $x^2 + 1 \geq 1 > 0$.

b. Mệnh đề sai, vì chọn $x = -2$ nguyên thì $(-2) + 2 = (-2)$ là sai.

c. Mệnh đề đúng, vì chọn $x = \frac{2}{3}$ là số hữu tỉ thì $9x^2 - 4 = 0$.

d. Mệnh đề sai, vì $3x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{3}} \notin \mathbb{R}$.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng? Giải thích? Phát biểu các mệnh đề đó thành lời:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$.
- b) $\exists x \in \mathbb{R}, x > x^2$.
- c) $\exists x \in \mathbb{R}, 4x^2 - 1 = 0$.
- d) $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > n$.
- e) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 1 > 0$.
- f) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 9 \Rightarrow x > 3$.

Lời giải

- a) Sai, vì $x = 0 \Rightarrow x^2 = 0$.
- b) Đúng khi $0 < x < 1$. Phát biểu: “Tồn tại số thực lớn hơn bình phương của nó”.
- c) Đúng, giải phương trình $4x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2} \in \mathbb{R}$.
- d) Sai, chẳng hạn với $n = 1$.
- e) Sai, chẳng hạn với $x = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = -1 < 0$.
- f) Sai, chẳng hạn $x = -4$.

Câu 13. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai, giải thích :

- a. $\forall x \in \mathbb{R}, x > -2 \Rightarrow x^2 > 4$
- b. $\forall x \in \mathbb{R}, x > -2 \Rightarrow x^2 < 4$
- c. $\forall x \in \mathbb{R}, x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$
- d. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$.

Lời giải

- a. Mệnh đề sai, vì mệnh đề $x > -2 \Rightarrow x^2 > 4$ sai khi $x = 1$.
- b. Mệnh đề sai, vì mệnh đề $x > -2 \Rightarrow x^2 < 4$ sai khi $x = 5$.
- c. Mệnh đề đúng, thật vậy, ta có: $x > 2 \Rightarrow x - 2 > 0$ và $x + 2 > 0$ nên $\Rightarrow (x - 2)(x + 2) = x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x^2 > 4$.
- d. Mệnh đề sai, vì $x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$ sai khi $x = -3$.

Câu 14. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng? Giải thích? Phát biểu các mệnh đề đó thành lời:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x > 3 \Rightarrow x^2 > 9$.
- b) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 5 \Rightarrow x < \sqrt{5}$.
- c) $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \leq 1$.
- d) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 5$ là hợp số.
- e) $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3.
- f) $\forall n \in \mathbb{N}^*, n(n+1)$ là số lẻ.
- g) $\forall n \in \mathbb{N}^*, n(n+1)(n+2)$ chia hết cho 6..

Lời giải

- a) Đúng. Phát biểu: “Với mọi số thực x , nếu $x > 3$ thì $x^2 > 9$ ”.
- b) Đúng, vì $x^2 < 5 \Leftrightarrow -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$. Phát biểu: “Với mọi số thực x , nếu $x^2 < 5$ thì $x < \sqrt{5}$ ”.
- c) Đúng, vì bất phương trình đó có nghiệm. Phát biểu: “Tồn tại số thực x sao cho $5x - 3x^2 \leq 1$ ”.
- d) Đúng, chẳng hạn $x = 1 \Rightarrow x^2 + 2x + 5 = 8$ là hợp số.
- e) Đúng, vì $n \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow n^2 \equiv 1 \pmod{3}$ nên $n^2 + 1$ không chia hết cho 3.
- f) Sai, trong 2 số tự nhiên liên tiếp luôn có 1 số chẵn nên tích của chúng là số chẵn.
- g) Đúng, vì 3 số tự nhiên liên tiếp có ít nhất 1 số chẵn nên $n(n+1)(n+2) : 2$

$$\text{Nếu } n = 3k \Rightarrow n(n+1)(n+2) = 3k(3k+1)(3k+2) : 3$$

$$\text{Nếu } n = 3k+1 \Rightarrow n(n+1)(n+2) = (3k+1)(3k+2)(3k+3) : 3$$

$$\text{Nếu } n = 3k+2 \Rightarrow n(n+1)(n+2) = (3k+2)(3k+3)(3k+4) : 3$$

Vì $(2, 3) = 1$ nên $n(n+1)(n+2) \vdots 6$.

Phát biểu: “Tích 3 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6”.

Câu 15. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a. $\forall x \in \mathbb{Q}, x > 1 \Rightarrow \frac{2x}{x+1} < 1$.

b. $\forall x \in \mathbb{Q}, x > 1 \Rightarrow \frac{2x}{x+1} > 1$.

c. $\forall x \in \mathbb{Q}, x^2$ chia hết cho 6 $\Rightarrow x$ chia hết cho 6.

d. $\forall x \in \mathbb{Q}, x^2$ chia hết cho 9 $\Rightarrow x$ chia hết cho 9.

Lời giải

a. Mệnh đề sai, vì chẳng hạn với $x = 2$ thì $\frac{2x}{x+1} = \frac{4}{3} > 1$.

b. Mệnh đề đúng, vì với $x > 1$ thì $2x > x+1$ do đó $\frac{2x}{x+1} > \frac{x+1}{x+1} = 1$.

c. Mệnh đề đúng. Thật vậy, nếu x^2 chia hết cho 6 thì:

$\Rightarrow x^2$ chia hết cho 2 và x^2 chia hết cho 3.

$\Rightarrow x$ chia hết cho 2 và x chia hết cho 3.

$\Rightarrow x$ chia hết cho 6.

d. Mệnh đề sai vì mệnh đề “ x^2 chia hết cho 9 $\Rightarrow x$ chia hết cho 9” sai khi $x = 3$.

Câu 16. Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$, với $x \in \mathbb{Q}$. Tìm x để $P(x)$ là mệnh đề đúng?

a) $P(x): "x^2 - 5x + 4 = 0"$.

b) $P(x): "x^2 - 5x + 6 = 0"$.

c) $P(x): "x^2 - 3x > 0"$.

d) $P(x): "\sqrt{x} > x"$.

e) $P(x): "2x + 3 < 7"$.

f) $P(x): "x^2 + x + 1 > 0"$.

Lời giải

a) $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$. Vậy khi $x \in \{1; 4\}$ thì $P(x)$ đúng.

b) $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$. Vậy khi $x \in \{2; 3\}$ thì $P(x)$ đúng.

c) $x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow x(x-3) > 0 \Leftrightarrow x < 0 \vee x > 3$

d) $\sqrt{x} > x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x > x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x(x-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$

e) $2x + 3 < 7 \Leftrightarrow x < 2$

f) $x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{Q}$. $P(x)$ đúng với mọi số thực.

Câu 17. Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau. Cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định

a. P : “Mọi hình thoi là hình vuông”.

b. P : “Số chính phương có thể có chữ số tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6, 9”.

c. P : “Đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với đường thẳng cho trước là duy nhất”.

Lời giải

a. $\bar{P}$: “Tồn tại hình thoi không là hình vuông”. Là mệnh đề đúng.

b. $\bar{P}$: “Số chính phương không thể có chữ số tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6, 9”. Là mệnh đề sai.

c. $\bar{P}$: “Đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với đường thẳng cho trước không là duy nhất”. Là mệnh đề sai.

Câu 18. Nêu mệnh đề phủ định của mệnh đề: “ $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3”.

Lời giải

Mệnh đề phủ định của mệnh đề “ $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3” là

$\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 3.

Câu 19. Hãy phủ định của mệnh đề sau $P: “\forall x \in \mathbb{R} : 3x^2 - 10x + 3 = 0”$.

Lời giải

Ta có mệnh đề $P: “\forall x \in \mathbb{R} : 3x^2 - 10x + 3 = 0”$.

Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là $\bar{P}: “\exists x \in \mathbb{R} : 3x^2 - 10x + 3 \neq 0”$.

Câu 20. Cho mệnh đề $A: “\exists n \in \mathbb{N} : n^2 + 3n$ chia hết cho 3”. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề A và xét tính đúng sai của nó.

Lời giải

$A: “\exists n \in \mathbb{N} : n^2 + 3n$ chia hết cho 3” $\Rightarrow \bar{A}: “\forall n \in \mathbb{N} : n^2 + 3n$ không chia hết cho 3”

Xét $n = 3k + r (k \in \mathbb{N}, r = 0, 1, 2)$

$$\Rightarrow n^2 + 3n = (9k^2 + 6kr + 3k) + (r^2 + r)$$

Với $r = 0$ hoặc $r = 2$ thì $n^2 + 3n$ chia hết cho 3 và $\bar{A}$ sai.

Câu 21. Phủ định các mệnh đề:

a) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x + y > 0$. b) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x + y > 0$.

c) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x + y > 0$. d) $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x + y > 0$.

Lời giải:

a) $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x + y \leq 0$.

b) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x + y \leq 0$.

c) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x + y \leq 0$.

d) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x + y \leq 0$.

Câu 22. Xem xét các mệnh đề sau đúng hay sai và lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề:

a) $\exists x \in \mathbb{R}, 4x^2 - 1 = 0$. b) $\exists x \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 4.

c) $\exists x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 \neq x-1$. d) $\forall x \in \mathbb{R}, n^2 > n$.

e) $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)$ là một số chính phương.

Lời giải:

a) Mệnh đề đúng. Phủ định là: $\forall x \in \mathbb{R}, 4x^2 - 1 \neq 0$.

b) Mệnh đề sai. Ta chứng minh mệnh đề phủ định sau là đúng.

$\forall x \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 4.

Xét $n = 2k$ thì $n^2 + 1 = 4k^2 + 1$ không chia hết cho 4.

Xét $n = 2k + 1$ thì $n^2 + 1 = (4k + 1) + 1 = 4k^2 + 4k + 2$: không chia hết cho 4.

c) Mệnh đề sai, chẳng hạn với $x = 1$:

$$\exists x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 = x-1.$$

d) Mệnh đề sai, chẳng hạn với $n = 0$. Phủ định là $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 \leq n$.

e) Mệnh đề đúng, chẳng hạn với $n = 0$. Phủ định là $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)$ không là số chính phương.

Câu 23. Xét xem các mệnh đề sau đúng hay sai, lập mệnh đề phủ định của mệnh đề:

a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$. b) $\exists n \in \mathbb{N}, (n+2)(n+1) = 0$.

c) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3$. d) $\forall n \in \mathbb{N}, 2^n \geq n + 2$.

Lời giải:

a) Mệnh đề đúng, vì $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x$

Mệnh đề phủ định là $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \leq 0$.

b) Mệnh đề sai, vì $(n+2)(n+1)=0 \Rightarrow n=-2$ hoặc $n=-1$ đều không thuộc $\mathbb{Q}$.

Mệnh đề phủ định là $\forall n \in \mathbb{Q}, (n+2)(n+1) \neq 0$.

c) mệnh đề sai, vì $x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.

Mệnh đề phủ định là $\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 \neq 3$.

d) Mệnh đề sai, vì chọn $n=1: 2 \geq 3$.

Mệnh đề phủ định là: $\exists n \in \mathbb{N}, 2^n < n+2$.

► PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Mệnh đề toán học, mệnh đề chứa biến

Câu 1. Mệnh đề toán học là một khẳng định

A. Hoặc đúng hoặc sai. B. Đúng.

C. Vừa đúng vừa sai. D. Sai.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề toán học?

A. An học lớp mấy?

B. Các bạn hãy đọc đi!

C. $x-3=5$

D. 2 là số lẻ.

Lời giải

Chọn D

Câu 3. Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề chứa biến?

A. 5 là số nguyên tố

B. $x+3=1$

C. Bạn có đi học không?

D. Đề thi môn Toán khó quá!

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề toán học?

a) Bây giờ rồi ?

b) Buôn Mê Thuật là thành phố của Đắk Lắk.

c) 2023 là số nguyên tố.

d) Tổng các góc của một tam giác là 180°

A. 4

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

c) và d) là mệnh đề toán học

Câu 5. Trong các câu sau, câu nào không phải mệnh đề toán học?

A. 8 là số chính phương.

B. Hình bình hành có hai cạnh đối song song và bằng nhau.

C. Việt Nam là nước thuộc Đông Nam Á

D. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn C

Câu 6. Trong số các câu sau, câu nào là mệnh đề toán học?

A. Thời tiết hôm nay thật đẹp!

B. Các bạn có làm được bài kiểm tra này không?

C. Số 15 chia hết cho 2.

D. Chúc các bạn đạt điểm như mong đợi!

Lời giải

Chọn C

Câu 7. Trong các câu sau có bao nhiêu câu là mệnh đề toán học?

- a) Huế là một thành phố của Việt Nam.
- b) Sông Hương làm thành phố Huế thêm thơ mộng.
- c) Hãy trả lời câu hỏi này!
- d) $5+9-24$.
- e) $6+81=25$.
- f) Bạn có rồi tối nay không?
- g) $x+2=11$.

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Câu 8. Trong các câu sau có bao nhiêu câu là mệnh đề toán học:

- (1): Số 3 là một số chẵn.
- (2): $2x+1=3$.
- (3): Các em hãy cố gắng làm bài thi cho tốt.
- (4): Tam giác vuông là tam giác có 1 góc vuông

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề toán học là câu (1) và (4).

Câu 9. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến?

- A. Người miền Trung khổ quá!
- B. Sài Gòn là thủ đô của nước Việt Nam.
- C. 5 là số lẻ.
- D. Phương trình $x-1=0$ vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Trong các câu sau, câu nào không phải là một mệnh đề toán học

- A. Đắk Lak là 1 tỉnh thuộc Tây nguyên
- B. $8-4=4$.
- C. Số 18 chia hết cho 6.
- D. $2+8=6$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11. Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề toán học?

- a) Hãy học thật tốt!
- b) Số 32 chia hết cho 2.
- c) Số 7 là số nguyên tố.
- d) Số thực x là số chẵn.

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Câu 12. Chọn phát biểu **không phải** là mệnh đề toán học.

- A. Số 19 chia hết cho 2.
- B. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc.
- C. Hôm nay trời không mưa.
- D. Tam giác đều có 3 góc bằng nhau.

Lời giải

Chọn C

Câu 13. Trong các câu sau đây, câu nào là mệnh đề toán học?

- A. Hình vuông là hình có 4 góc vuông.
- B. Các bạn hãy làm bài đi!

C. Việt Nam là một nước thuộc châu Á.

D. Anh học lớp mấy?

Lời giải

Chọn A

Câu 14. Câu nào trong các câu sau **không** phải là mệnh đề toán học?

A. $\frac{4}{2} = 2$.

B. $\sqrt{2}$ là một số hữu tỷ.

C. $2 + 2 = 5$.

D. π có phải là một số hữu tỷ không?

Lời giải

Chọn D

Câu 15. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề toán học?

A. Tiết trời mùa thu thật dễ chịu!

B. Số 15 không chia hết cho 2.

C. Bạn An có đi học không?

D. Chúc các bạn học sinh thi đạt kết quả tốt!

Lời giải

Chọn B

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là mệnh đề toán học?

A. 8 là một số chẵn

B. Số x nhỏ hơn 1.

C. TP.HCM ở miền nào của nước Việt Nam.

D. Học hành tiến bộ nhé !

Lời giải

Chọn A

Câu 17. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề toán học?

A. Số n là một số chẵn.

B. Hãy cố gắng học thật tốt!.

C. Số 24 chia hết cho 6.

D. Bạn đã đội mũ bảo hiểm chưa?

Lời giải

Chọn C

Câu 18. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề toán học?

A. Nha Trang là một thành phố ven biển ở Việt Nam.

B. 9 là bội của 3

C. Bài hát này hay thật!.

D. $4 - 3x$ chia hết cho 2.

Lời giải

Chọn B

Câu 19. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học **đúng**?

A. Tổng của hai cạnh một tam giác lớn hơn cạnh thứ ba.

B. 2 chia hết cho 3

C. Quảng Ngãi là một tỉnh ở miền trung

D. Tam giác ABC cân tại A thì $BC = AB$.

Lời giải

Chọn A

Câu 20. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề toán học **đúng**?

A. $2 + 6 = 8$.

B. $x^2 - 1 > 0, \forall x \in \mathbb{Q}$.

C. 14 là số nguyên tố.

D. Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó là đều.

Lời giải

Chọn A

Câu 21. Trong các câu sau, câu nào là một **mệnh đề toán học đúng**?

A. " $\sqrt{9} > 3$ ".

B. " $\sqrt{9} \geq 3$ ".

C. " $\sqrt{9} < 3$ ".

D. " $\sqrt{9} = 81$ ".

Lời giải

Chọn B

+ Ta có: $\sqrt{9} = 3$ nên " $\sqrt{9} \geq 3$ " là một mệnh đề đúng.

Câu 22. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là mệnh đề toán học đúng?

A. Không có số chẵn nào là số nguyên tố.

B. $-x^2 < 0$.C. $2x^2 - 8 = 0$.D. Phương trình $3x^2 - 6 = 0$ có nghiệm hữu tỷ.

Lời giải

Chọn A

Câu 23. Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề toán học?

(I) Hãy mở cửa ra!

(II) Số 25 chia hết cho 8.

(III) Số 17 là số nguyên tố.

(IV) Bạn thích ăn phở không?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Các câu (III) và (II) là mệnh đề toán học.

Câu 24. Cho mệnh đề chứa biến $P(x): "x+10 \geq x^2"$ với x là số tự nhiên. Mệnh đề nào sau đây sai?A. $P(1)$.B. $P(2)$.C. $P(3)$.D. $P(4)$.

Lời giải

Chọn D

+) $P(1) = 11 \geq 1^2 \Rightarrow A$ đúng.+) $P(2) = 12 \geq 2^2 \Rightarrow B$ đúng.+) $P(3) = 13 \geq 3^2 = 9 \Rightarrow C$ đúng.+) $P(4) = 14 \geq 4^2 = 16 \Rightarrow D$ sai.Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của x để mệnh đề $P: "2x-1 \geq 0"$ là mệnh đề sai?A. $x \leq \frac{1}{2}$.B. $x \geq \frac{1}{2}$.C. $x > \frac{1}{2}$.D. $x < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P: "2x-1 \geq 0"$ là mệnh đề sai khi $2x-1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$.Câu 26. Với giá trị nào của $x \in \mathbb{Q}$ thì mệnh đề chứa biến $P(x): "x+1 < x^2"$ là đúng?A. $x = 0$.B. $x = 2$.C. $x = 1$.D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Với $x = 0$ ta có $P(0): "0+1 < 0^2"$ (Sai).Với $x = 2$ ta có $P(2): "2+1 < 2^2"$ (Đúng).Với $x = 1$ ta có $P(1): "1+1 < 1^2"$ (Sai).Với $x = \frac{1}{2}$ ta có $P\left(\frac{1}{2}\right): "\frac{1}{2}+1 < \left(\frac{1}{2}\right)^2"$ (Sai).Câu 27. Cho mệnh đề chứa biến $P(x): "x^2 = 4"$, $x \in \mathbb{Q}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.A. $P(4)$.B. $P(-3)$.C. $P(-2)$.D. $P(-1)$.

Lời giải

Ta có: $P(-2): "(-2)^2 = 4"$ là đúng nên chọn đáp án

C.

Câu 28. Với giá trị nào của x mệnh đề chứa biến $P(x): 2x^2 - 1 < 0$ là mệnh đề đúng:

- A. 1. B. 5. C. 0. D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Ta có: $P(x): 2x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $0 \in \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ nên chọn câu **C.**

Câu 29. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Nếu em chăm chỉ thì em thành công.
B. Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.
C. Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó đều.
D. Nếu $a \geq b$ thì $a^2 \geq b^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có a chia hết cho 9 nên $a = 9k$. Do đó a chia hết cho 3.

Câu 30. Hãy chọn mệnh đề toán học **sai**.

- A. $2 + \sqrt{3} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$. B. 1 là số nguyên tố.
C. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = 2\sqrt{24}$. D. $-2 \in \mathbb{Q}$.

Lời giải

Chọn B

Đáp án A đúng vì $2 + \sqrt{3} = \frac{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2^2 - (\sqrt{3})^2}{2 - \sqrt{3}} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$.

Đáp án C đúng vì $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6} - 5 + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6} = 2\sqrt{24}$.

Đáp án D đúng.

Đáp án B sai vì số nguyên tố là số lớn hơn 1.

Câu 31. Cho mệnh đề chứa biến $P(x): "x + 15 \leq x^2"$ với x là số thực. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng ?

- A. $P(2)$. B. $P(3)$. C. $P(-4)$. D. $P(0)$.

Lời giải

Chọn C

Với $x = -4$ ta có $-4 + 15 \leq (-4)^2 \Leftrightarrow 11 \leq 16$ (luôn đúng)

Vậy $P(-4)$ là mệnh đề đúng.

Câu 32. Cho mệnh đề chứa biến $P(x) = \{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 2x - 3| = x^2 + |2x + 3|\}$. Trong đoạn $[-2020; 2021]$ có bao nhiêu giá trị của x để mệnh đề chứa biến $P(x)$ là mệnh đề đúng?

- A. 2020. B. 2021. C. 2022. D. 2023.

Lời giải

Số giá trị nguyên để mệnh đề $P(x)$ là mệnh đề đúng chính là số nghiệm nguyên của phương trình

$$|x^2 - 2x - 3| = x^2 + |2x + 3| \quad (1)$$

+ Nếu $x^3 - \frac{3}{2}$ thì ta có

$$(1) \hat{=} |x^2 - 2x - 3| = x^2 + 2x + 3 \hat{=} \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = x^2 + 2x + 3 \\ x^2 + 2x + 3 = x^2 + 2x + 3 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} -4x = 6 \\ 0 = 0 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = 0 \end{cases}$$

+ Nếu $x < -\frac{3}{2}$ thì ta có (1) $\hat{=} |x^2 - 2x - 3| = x^2 - 2x - 3$. Sử dụng định nghĩa giá trị tuyệt đối, kết hợp với điều kiện, ta có nghiệm của (1) trong trường hợp này:

$$(1) \hat{=} \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x \leq -1 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases} \hat{=} x < -\frac{3}{2}$$

Phương trình đã cho có tập nghiệm nguyên trên đoạn $[-2020; 2021]$ là $S = \{0; -2; -3; \dots; -2020\}$.

Vậy có 2020 số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Dạng 2. Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo

Câu 33. Cho hai mệnh đề P và Q. Tìm điều kiện để mệnh đề $P \Rightarrow Q$ sai.

A. P đúng và Q đúng. B. P sai và Q đúng.

C. P đúng và Q sai. D. P sai và Q sai.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng và Q sai nên chọn đáp án C

Câu 34. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là mệnh đề kéo theo?

A. “Nếu $x > 1$ thì $x^2 > 1$ ”. B. “ $x^3 > 1$ khi và chỉ khi $x > 1$ ”.

C. “1 là một số lẻ”. D. “ $x^2 > 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ ”.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề kéo theo là mệnh đề có dạng nếu P thì Q.

Câu 35. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $-\pi < -2 \Leftrightarrow \pi^2 < 4$. B. $\pi < 4 \Leftrightarrow \pi^2 < 16$.

C. $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow 2\sqrt{23} < 2.5$. D. $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow -2\sqrt{23} > -2.5$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề kéo theo chỉ sai khi P đúng Q sai.

Vậy mệnh đề ở đáp án A sai.

Câu 36. Cách phát biểu nào sau đây không thể dùng để phát biểu mệnh đề: $A \Rightarrow B$.

A. Nếu A thì B . B. A kéo theo B .

C. A là điều kiện cần để có B .

D. A là điều kiện đủ để có B .

Lời giải

Chọn C

“ Trước đủ sau cần “.

Đáp án C sai vì B mới là điều kiện cần để có A .

Câu 37. Cho mệnh đề $P \Rightarrow Q$: “ Nếu $3^2 + 1$ là số chẵn thì 3 là số lẻ ”. Chọn mệnh đề đúng:

A. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề sai.

B. Cả mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều sai.

C. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề sai.

D. Cả mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ có P đúng và Q đúng nên $P \Rightarrow Q$ đúng. Loại đáp án B và C.

Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$ có P đúng và Q đúng nên $Q \Rightarrow P$ đúng. Loại đáp án A.

Câu 38. Mệnh đề: “ Nếu một tứ giác là hình bình hành thì nó là hình thang” có thể được phát biểu lại là

A. Tứ giác T là hình thang là điều kiện đủ để T là hình bình hành.

B. Tứ giác T là hình bình hành là điều kiện cần để T là hình thang.

C. Tứ giác T là hình thang là điều kiện cần để T là hình bình hành.

D. Tứ giác T là hình thang là điều kiện cần và đủ để T là hình bình hành.

Lời giải

Mệnh đề: “ Nếu một tứ giác là hình bình hành thì nó là hình thang” có thể được phát biểu lại là “ Một tứ giác là hình thang là điều kiện cần để nó là hình bình hành”.

Câu 39. Tìm mệnh đề sai.

A. Hình thang $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O) \Leftrightarrow ABCD$ là hình thang cân.

B. 63 chia hết cho 7 $\Rightarrow$ Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc.

C. Tam giác ABC vuông tại $C \Leftrightarrow AB^2 = CA^2 + CB^2$.

D. 10 chia hết cho 5 $\Leftrightarrow$ Hình vuông có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc nhau.

Lời giải

Mệnh đề A; C; D: Đúng.

Mệnh đề: “63 chia hết cho 7”: Đúng.

Mệnh đề: “Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc”: Sai.

Do đó: “63 chia hết cho 7 $\Rightarrow$ Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc”: Sai

Câu 40. Cho định lí “ $\forall x \in X, P(x) \Rightarrow Q(x)$ ”. Chọn khẳng định **không** đúng.

A. $P(x)$ là điều kiện đủ để có $Q(x)$.

B. $Q(x)$ là điều kiện cần để có $P(x)$.

C. $P(x)$ là giả thiết và $Q(x)$ là kết luận.

D. $P(x)$ là điều kiện cần để có $Q(x)$.

Lời giải

Định lí “ $\forall x \in X, P(x) \Rightarrow Q(x)$ ” có thể phát biểu bằng một trong các cách sau:

Nếu $P(x)$ thì $Q(x)$

$P(x)$ là điều kiện đủ để có $Q(x)$

$Q(x)$ là điều kiện cần (ít có) để có $P(x)$

$P(x)$ là giả thiết, $Q(x)$ là kết luận.

Câu 41. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

A. Nếu số nguyên n có chữ số tận cùng là 0 thì số nguyên n chia hết cho 5.

B. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau.

C. Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật

D. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau.

Lời giải

Chọn A

Câu 42. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần để diện tích của chúng bằng nhau.

B. Số tự nhiên chia hết cho 5 là điều kiện đủ để nó có tận cùng bằng 5.

C. Điều kiện đủ để hình bình hành $ABCD$ là hình thoi.

D. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi là điều kiện cần và đủ để tứ giác đó là hình bình hành và có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề A sai vì : giả sử có hai tam giác diện tích đều bằng 6 nhưng một hình có chiều cao là 3, đáy là 4. Một hình có chiều cao là 2, đáy là 6. Hai tam giác đó không bằng nhau.

Mệnh đề B sai vì : Số tự nhiên chia hết cho 5 thì nó có tận cùng là 0 hoặc 5.

Mệnh đề C sai vì : thiếu một vế.

Câu 43. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Điều kiện cần và đủ để tập A có n phần tử là tập A có 2^n tập con.

B. Tập A có 2^n tập con là điều kiện cần để tập A có n phần tử.

C. Không thể phát biểu mệnh đề : "Nếu tập A có n phần tử thì tập A có 2^n tập con" dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ.

D. Tập A có n phần tử là điều kiện đủ để tập A có 2^n tập con.

Lời giải

Chọn C

Câu 44. Cho mệnh đề: “Một số là số chính phương khi và chỉ khi chữ số tận cùng của nó là: 0; 1; 4; 5; 6; 9. Xét các khẳng định sau.

(1) Không thể phát biểu mệnh đề trên bằng thuật ngữ điều kiện cần và đủ.

(2) Điều kiện cần để một số là số chính phương là chữ số tận cùng của nó là một trong các số 0; 1; 4; 5; 6; 9.

(3) Một số là số chính phương là điều kiện đủ để chữ số tận cùng của nó là 0; 1; 4; 5; 6; 9.

(4) Điều kiện cần để một số có chữ số tận cùng 0; 1; 4; 5; 6; 9 là số đó là số chính phương.

Hãy cho biết có bao nhiêu phát biểu đúng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Số 11 có chữ số tận cùng là 1 và 11 không là số chính phương nên mệnh đề đã cho và phát biểu (4) là các phát biểu sai và (1) là phát biểu đúng.

Mọi số chính phương thì có chữ số tận cùng của nó là một trong các số 0; 1; 4; 5; 6; 9.

Nên (2), (3) là các phát biểu đúng.

Vậy (1), (2), (3) là các phát biểu đúng.

Câu 45. Cho mệnh đề: “Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều”. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Điều kiện đủ để một tam giác là tam giác đều là tam giác đó có hai góc bằng nhau.

B. Một tam giác là tam giác đều là điều kiện cần để tam giác đó có hai góc bằng nhau.

- A.** Điều kiện đủ để một trong hai số a và b nhỏ hơn 1 là $a+b < 2$.
B. Điều kiện cần để một trong hai số a và b nhỏ hơn 1 là $a+b < 2$.
C. Điều kiện đủ để $a+b < 2$ là một trong hai số a và b nhỏ hơn 1.
D. Cả B và C.

Lời giải

Chọn A

Ta dựa trên lý thuyết: Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề kéo theo. Khi đó, P là điều kiện đủ để có Q hoặc Q là điều kiện cần để có P . Ta dễ dàng chọn được đáp án đúng.

Câu 52. Cho mệnh đề kéo theo: “Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau”. Hãy phát biểu lại mệnh đề trên bằng cách sử dụng “điều kiện cần” hoặc “điều kiện đủ”.

- A.** Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để hai tam giác có diện tích bằng nhau.
B. Điều kiện cần và đủ để hai tam giác có diện tích bằng nhau là hai tam giác bằng nhau.
C. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần để hai tam giác có diện tích bằng nhau.
D. Điều kiện đủ để hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có diện tích bằng nhau.

Lời giải

Chọn A

Câu 53. Cho $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề đúng. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ đúng. **B.** $\bar{Q} \Leftrightarrow P$ sai. **C.** $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ sai. **D.** $\bar{P} \Leftrightarrow Q$ sai.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có $P \Leftrightarrow Q$ khi và chỉ khi $P \Rightarrow Q$ đúng và $Q \Rightarrow P$ đúng.

♦ Khi đó $\bar{P} \Rightarrow \bar{Q}$ đúng và $\bar{Q} \Rightarrow \bar{P}$ đúng suy ra $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ đúng

Phương án trả lời là $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ sai.

Câu 54. Cho hai tập hợp A và B . Mệnh đề " $\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B$ " tương đương với mệnh đề nào sau đây?

- A.** $A \neq B$. **B.** $A = B$. **C.** $A \subset B$. **D.** $B \subset A$.

Lời giải

Theo định nghĩa tập con ta có đáp án C thỏa mãn.

Câu 55. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A.** Một tam giác là đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60° .
B. Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một cạnh bình phương bằng tổng bình phương hai cạnh còn lại.
C. Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.
D. Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

Xét mệnh đề A đúng vì: khi hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân, có một góc bằng 60° nên tam giác đó là tam giác đều. Ngược lại thì hiển nhiên tam giác đều suy ra được hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60° .

Xét mệnh đề B đúng theo định lý Pytago.

Xét mệnh đề C đúng.

Mệnh đề D sai vì khi hai tam giác đồng dạng thì ba góc của hai tam giác đó bằng nhau, các cạnh tương ứng tỉ lệ với nhau, nên điều kiện để hai tam giác bằng nhau phải có thêm cặp cạnh bằng nhau.

Câu 56. Cho hai mệnh đề toán học

A: “ $3 < 2$ ”;

B: “Tứ giác có 4 cạnh bằng nhau là hình vuông”;

Hãy cho biết trong các mệnh đề $A \Rightarrow B$, $B \Rightarrow A$, $B \Leftrightarrow A$ có bao nhiêu mệnh đề **sai**

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có A sai, B sai nên $A \Rightarrow B$ đúng và $B \Rightarrow A$ đúng;

Ta có $A \Rightarrow B$ đúng và $B \Rightarrow A$ đúng nên $B \Leftrightarrow A$ đúng;

Vậy trong các mệnh đề $A \Rightarrow B$, $B \Rightarrow A$, $B \Leftrightarrow A$ có 0 mệnh đề sai.

Câu 57. Cho mệnh đề: “Nếu n là một số nguyên tố lớn 3 thì $n^2 + 20$ là một hợp số”. Mệnh đề nào sau đây tương đương với mệnh đề đã cho?

A. Điều kiện cần và đủ để $n^2 + 20$ là một hợp số là n là một số nguyên tố lớn 3.

B. Điều kiện đủ để $n^2 + 20$ là một hợp số là n là một số nguyên tố lớn 3.

C. Điều kiện cần để $n^2 + 20$ là một hợp số là n là một số nguyên tố lớn 3.

D. $n^2 + 20$ là một hợp số là điều kiện đủ để n là một số nguyên tố lớn 3.

Lời giải

Chọn B

Xét mệnh đề đúng “Nếu P thì Q”. Khi đó: P là điều kiện đủ để có Q hay **điều kiện đủ để có Q là P** hay để có Q điều kiện đủ là P.

Nên chọn B

Dạng 4. Mệnh đề phủ định. Mệnh đề chứa kí hiệu $\forall, \exists$

Câu 58. Cho mệnh đề A: “2 là số nguyên tố”. Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là

A. 2 không phải là số hữu tỷ.

B. 2 là số nguyên.

C. 2 không phải là số nguyên tố.

D. 2 là hợp số.

Lời giải

Chọn C

Câu 59. Phủ định của mệnh đề “ $n > 9$ ” là

A. “ $-n > 9$ ”.

B. “ $-n > -9$ ”.

C. “ $n < 9$ ”.

D. “ $n \leq 9$ ”.

Lời giải

Phủ định của mệnh đề “ $n > 9$ ” là “ $n \leq 9$ ”.

Chọn đáp án D.

Câu 60. Cho mệnh đề $A = “\exists n \in \mathbb{N} : 3n+1 \text{ là số lẻ}”$, mệnh đề phủ định của mệnh đề A và tính đúng, sai của mệnh đề phủ định là:

A. $\bar{A} = “\forall n \in \mathbb{N} : 3n+1 \text{ là số chẵn}”$. Đây là mệnh đề đúng.

B. $\bar{A} = “\forall n \in \mathbb{N} : 3n+1 \text{ là số chẵn}”$. Đây là mệnh đề sai.

C. $\bar{A} = “\exists n \in \mathbb{N} : 3n+1 \text{ là số chẵn}”$. Đây là mệnh đề sai.

D. $\bar{A} = “\exists n \in \mathbb{N} : 3n+1 \text{ là số chẵn}”$. Đây là mệnh đề đúng.

Lời giải

Chọn B

Phủ định của $\exists$ là $\forall$.

Phủ định của “số lẻ” là “số chẵn”. Mặt khác, mệnh đề phủ định sai do $\exists 6 \in \mathbb{N} : 3 \cdot 6 + 1$ là số lẻ.

Câu 61. Mệnh đề $P(x): "x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 3 < 0"$. Phủ định của mệnh đề $P(x)$ là:

- A. $x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 3 > 0$. B. $x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 3 > 0$.
C. $x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 3 \geq 0$. D. $x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 3 \geq 0$.

Lời giải**Chọn D**

Phủ định của $P(x): "x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 3 < 0"$ là $\overline{P(x)}: "x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 3 \geq 0"$

Câu 62. Mệnh đề “ $x \in \mathbb{R}, x^2 = 3$ ” khẳng định rằng:

- A. Bình phương của mỗi số thực bằng 3.
B. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.
C. Chỉ có một số thực có bình phương bằng 3.
D. Nếu x là số thực thì $x^2 = 3$.

Lời giải**Chọn B**

Câu 63. Mệnh đề $P(x): "x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 7 < 0"$. Phủ định của mệnh đề P là

- A. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 7 > 0$. B. $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 7 > 0$.
C. $\forall x \notin \mathbb{N}, x^2 - x + 7 \geq 0$. D. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 7 \geq 0$.

Lời giải**Chọn D**

$P(x): "x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 7 < 0" \Rightarrow \overline{P(x)}: "x \in \mathbb{N}, x^2 - x + 7 \geq 0"$.

Câu 64. Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P(x): "x \in \mathbb{N} : x^2 + 2x + 5$ là số nguyên tố" là

- A. $x \in \mathbb{N} : x^2 + 2x + 5$ không là số nguyên tố. B. $x \in \mathbb{N} : x^2 + 2x + 5$ không là số nguyên tố.
C. $x \in \mathbb{N} : x^2 + 2x + 5$ không là số nguyên tố. D. $x \in \mathbb{N} : x^2 + 2x + 5$ là số thực.

Lời giải**Chọn C**

Phủ định của mệnh đề $P(x)$ là $\overline{P(x)}: "x \in \mathbb{N} : x^2 + 2x + 5$ không là số nguyên tố".

Câu 65. Cho mệnh đề $A = "x \in \mathbb{N} : x^2 < x"$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là phủ định của mệnh đề A ?

- A. “ $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 < x$ ”. B. “ $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 \geq x$ ”. C. “ $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 < x$ ”. D. “ $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 \leq x$ ”.

Lời giải**Chọn B**

Phủ định của $\forall$ là $\exists$.

Phủ định của $<$ là $\geq$.

Câu 66. Cho mệnh đề $P(x) = "x \in \mathbb{N} : x + 1 \geq 0"$. Phát biểu nào sau đây là mệnh đề phủ định của mệnh đề $P(x)$?

- A. $\overline{P(x)} = "x \in \mathbb{N} : x + 1 < 0"$. B. $\overline{P(x)} = "x \in \mathbb{N} : x + 1 < 0"$.
C. $\overline{P(x)} = "x \in \mathbb{N} : x + 1 \leq 0"$. D. $\overline{P(x)} = "x \in \mathbb{N} : x + 1 \leq 0"$.

Lời giải**Chọn B**

Câu 67. Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P = "x \in \mathbb{N} : x^2 + x - 1 > 0"$ là:

A. $\bar{P} = " \exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + x - 1 > 0 "$.

B. $\bar{P} = " \exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + x - 1 < 0 "$.

C. $\bar{P} = " \exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + x - 1 \leq 0 "$.

D. $\bar{P} = " \forall x \in \mathbb{Q} : x^2 + x - 1 \leq 0 "$.

Lời giải

$\bar{P} = " \exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + x - 1 \leq 0 "$.

Câu 68. Mệnh đề nào sau là mệnh đề **sai**?

A. $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$.

B. $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$.

C. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$.

Lời giải

Mệnh đề C sai vì tồn tại số $0 \in \mathbb{R}$ và ta có $0^2 = 0$.

Câu 69. Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 8$ " Khẳng định rằng:

A. Bình phương của tất cả các số thực bằng 8.

B. Có duy nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 8.

C. Nếu x là số thực thì $x^2 = 8$.

D. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 8.

Lời giải

Chọn D

Theo lý thuyết

Câu 70. Phủ định của mệnh đề $P(x) : " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x = 3 "$ là:

A. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x = 3$ ". B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x = 3$ ".

C. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x \neq 3$ ".

D. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x \neq 3$ ".

Lời giải

Chọn D

Phủ định của mệnh đề $P(x)$ là $\overline{P(x)} : " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x \neq 3 "$.

Câu 71. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề **sai**?

A. $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$.

B. $\exists n \in \mathbb{N} : n + 1 > n$.

C. $\forall n \in \mathbb{N} : n^2 > 0$.

D. $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 \leq n$.

Lời giải

Chọn C

♦ Mệnh đề C sai khi $n = 0$.

Câu 72. Viết mệnh đề sau bằng cách sử dụng kí hiệu $\forall$ hoặc $\exists$: "Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó".

A. $\forall x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.

B. $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = x$.

C. $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.

D. $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 - x = 0$.

Lời giải

Chọn C

♦ $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.

Câu 73. Cho mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 < 0$ ". Phủ định của mệnh đề trên là

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 \geq 0$.

B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 \geq 0$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 > 0$.

D. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 > 0$.

Lời giải

Chọn B

♦ Phủ định của mệnh đề trên là: $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 \geq 0$.

Câu 74. Cho mệnh đề: " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 = 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là:

A. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 = 1$ ".

B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \neq 0$ ".

C. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 = 0$ ".

D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \neq 0$ ".

Lời giải

Chọn B

Phủ định của " $\exists$ " là " $\forall$ " và phủ định của " $=$ " là " $\neq$ ".

Câu 75. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. " $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$ là số lẻ".

B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < x < 2$ ".

C. " $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 3".

D. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 9 \Leftrightarrow x \geq \pm 3$ ".

Lời giải

Chọn B

♦ Mệnh đề A sai vì số tự nhiên liên tiếp $n, n+1, n+2$ luôn có ít nhất 1 số chẵn nên tích của chúng là số chẵn.

♦ Mệnh đề B đúng vì $x^2 < 4 \Leftrightarrow |x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

♦ Mệnh đề C sai vì n^2 luôn chia hết cho 3 hoặc chia 3 dư 1 nên $n^2 + 1$ hoặc chia 3 dư 1 hoặc chia 3 dư 2 hay $n^2 + 1$ không chia hết cho 3 với mọi $n \in \mathbb{N}$.

♦ Mệnh đề D sai vì $x^2 \geq 9 \Leftrightarrow |x| \geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -3 \end{cases}$.

Câu 76. Cho mệnh đề $P: "\forall x \in \mathbb{Z}, (2x+1)^2$ không chia hết cho 4". Mệnh đề $\bar{P}$ là:

A. " $\exists x \in \mathbb{Z}, (2x+1)^2$ chia hết cho 4".

B. " $\exists x \in \mathbb{Z}, (2x+1)^2$ không chia hết cho 4".

C. " $\forall x \in \mathbb{Z}, (2x+1)^2$ không chia hết cho 4".

D. " $\forall x \in \mathbb{Z}, (2x+1)^2$ chia hết cho 4".

Lời giải

Chọn A

Câu 77. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 - 3x + 2 = 0$.

B. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$.

C. $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$.

D. $\forall n \in \mathbb{N}$ thì $n < 2n$.

Lời giải

Chọn D

♦ Xét mệnh đề $\forall n \in \mathbb{N}$ thì $n < 2n$.

Chọn $n = 0 \in \mathbb{N} \Rightarrow 2n = 0 \Rightarrow n = 2n$

$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}$ thì $n < 2n$ là mệnh đề sai.

Câu 78. Phủ định của mệnh đề: " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x - 5 > 0$ " là

A. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x - 5 < 0$ ".

B. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x - 5 \leq 0$ ".

C. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x - 5 \geq 0$ ".

D. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x - 5 > 0$ ".

Lời giải

Chọn B

♦ Phủ định của mệnh đề: " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x - 5 > 0$ " là " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x - 5 \leq 0$ ".

Câu 79. Mệnh đề phủ định của mệnh đề chứa biến $P: "\exists x \in \mathbb{R} : 2x+1 > 0$ " là

A. $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{R} : 2x+1 \leq 0"$.

B. $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{R} : 2x+1 < 0"$.

C. $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{R} : 2x+1 > 0"$.

D. $\bar{P}: "\exists x \in \mathbb{R} : 2x+1 \leq 0"$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{Q} : 2x+1 \leq 0"$.

Câu 80. Cho mệnh đề $P: "\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 + 2x + 1 < 0"$. Lập mệnh đề phủ định của mệnh đề P và xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

- A. $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 + 2x + 1 \geq 0"$ và đây là mệnh đề sai.
B. $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 + 2x + 1 > 0"$ và đây là mệnh đề sai.
C. $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 + 2x + 1 \geq 0"$ và đây là mệnh đề đúng.
D. $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 + 2x + 1 > 0"$ và đây là mệnh đề đúng.

Lời giải

Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là: $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 + 2x + 1 \geq 0"$.

Mệnh đề này là mệnh đề đúng vì $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \geq 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{Q}$.

Câu 81. Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: "\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 > 0"$ là

- A. $\bar{P}: "\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 \leq 0"$.
B. $\bar{P}: "\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 < 0"$.
C. $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 \leq 0"$.
D. $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 < 0"$.

Lời giải

Ta có mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: "\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 > 0"$ là $\bar{P}: "\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 \leq 0"$.

Câu 82. Cho mệnh đề $A: "\forall x \in \mathbb{Q} | x^2 + x - 1 \leq 0"$. Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là

- A. $\bar{A}: "\exists x \in \mathbb{Q} | x^2 + x - 1 \leq 0"$.
B. $\bar{A}: "\forall x \in \mathbb{Q} | x^2 + x - 1 \geq 0"$.
C. $A: "\forall x \in \mathbb{Q} | x^2 + x - 1 > 0"$.
D. $A: "\exists x \in \mathbb{Q} | x^2 + x - 1 > 0"$.

Lời giải

Cho mệnh đề $A: "\forall x \in \mathbb{Q} | x^2 + x - 1 \leq 0"$.

Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là $\bar{A}: "\exists x \in \mathbb{Q} | x^2 + x - 1 > 0"$.

Câu 83. Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: "\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 > 2x"$ là

- A. $\bar{P}: "\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 < 2x"$.
B. $\bar{P}: "\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 \leq 2x"$.
C. $\bar{P}: "\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 > 2x"$.
D. $\bar{P}: "\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 \leq 2x"$.

Lời giải

Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: "\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 > 2x"$ là mệnh đề $\bar{P}: "\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 \leq 2x"$.

Câu 84. Phủ định của mệnh đề $"\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 < 0"$ là

- A. $\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 \leq 0$.
B. $\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 \leq 0$.
C. $\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 < 0$.
D. $\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 \geq 0$.

Lời giải

+ Phủ định của $\exists x \in \mathbb{Q}$ là $\forall x \in \mathbb{Q}$.

+ Phủ định của $x^2 < 0$ là $x^2 \geq 0$.

$\Rightarrow$ Mệnh đề phủ định là $"\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 \geq 0"$.

Câu 85. Cho mệnh đề $"\exists x \in \mathbb{Q}, 4x^2 - 1 = 0"$. Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

- A. $"\forall x \in \mathbb{Q}, 4x^2 - 1 = 0"$.
B. $"\forall x \in \mathbb{Q}, 4x^2 - 1 \neq 0"$.
C. $"\forall x \in \mathbb{Q}, 4x^2 - 1 > 0"$.
D. $"\exists x \in \mathbb{Q}, 4x^2 - 1 \neq 0"$.

Lời giải

Mệnh đề $"\exists x \in \mathbb{Q}, 4x^2 - 1 = 0"$ có phủ định lại là $"\forall x \in \mathbb{Q}, 4x^2 - 1 \neq 0"$.

Câu 86. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

- A. $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 3$.
B. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 - n \geq 0$.
C. $\forall x \in \mathbb{Q}, (x-2)^2 < x^2$.
D. $\exists n \in \mathbb{N}, 3^n < n+3$.

Lời giải

Ta xét mệnh đề $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 3$.

Ta có: $x^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$, mà $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}, -\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$. Do đó mệnh đề này sai.

Câu 87. Mệnh đề nào sau đây có mệnh đề **phủ định đúng**:

A. " $\forall n \in \mathbb{N} : 2n \geq n$ ". B. " $\forall x \in \mathbb{Q} : x < x+1$ ".

C. " $\exists x \in \mathbb{Q} : 3x = x^2 + 1$ ". **D.** " $\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 = 2$ ".

Lời giải

Chọn D

Ta có

+ Mệnh đề A, B, C là những mệnh đề đúng nên mệnh đề phủ định sai

+ Mệnh đề D là mệnh đề sai nên mệnh đề phủ định đúng.

Câu 88. Tìm mệnh đề **đúng**?

A. " $\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + 3 = 0$ ". B. " $\forall x \in \mathbb{Q} : x^5 > x^2$ ".

C. " $\forall x \in \mathbb{Q} : (2x+1)^2 - 1$ chia hết cho 4". D. " $\exists x \in \mathbb{Q} : x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ ".

Lời giải

Chọn C

Ta có $(2x+1)^2 - 1 = 4x^2 + 4x + 1 - 1 = 4x(x+1)$.

Vì $4 \vdots 4$ nên $4x(x+1) \vdots 4, \forall x \in \mathbb{Q}$.

Câu 89. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề: $P: " \exists x \in \mathbb{Q} : 2x - 1 < 0 "$

A. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{Q} : 2x - 1 \geq 0 "$.

B. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{Q} : 2x - 1 > 0 "$.

C. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{Q} : 2x - 1 \leq 0 "$.

D. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{Q} : 2x - 1 > 0 "$.

Lời giải

Chọn A

Câu 90. Mệnh đề phủ định của $P: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 > 0 "$ là

A. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 \leq 0 "$ **B.** $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{Q}, x^2 \leq 0 "$.

C. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{Q}, x^2 < 0 "$. D. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 < 0 "$

Lời giải

Mệnh đề $P: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 > 0 "$, phủ định của mệnh đề P là $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{Q}, x^2 \leq 0 "$.

Câu 91. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

A. $\exists x \in \mathbb{Q}, |x| < 0$.

B. $|x| < 2 \Leftrightarrow x < 2$.

C. $\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 > 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 \leq x$.

Lời giải

Theo định nghĩa và tính chất GTTĐ, đáp án A, B, C sai

Đáp án D đúng: Với $0 \leq x \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq x$.

Câu 92. Phủ định của mệnh đề $P(x): " \exists x \in \mathbb{Q} : 2x - 3x^2 = 1 "$ là:

A. " $\forall x \in \mathbb{Q}, 2x - 3x^2 \neq 1$ ".

B. " $\exists x \in \mathbb{Q}, 2x - 3x^2 \neq 1$ ".

C. " $\forall x \in \mathbb{Q}, 2x - 3x^2 = 1$ ".

D. " $\forall x \in \mathbb{Q}, 2x - 3x^2 \geq 1$ ".

Lời giải

Chọn A

Câu 93. Cho mệnh đề A: " $x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 < 0$ ". Mệnh đề phủ định của A là:

A. " $x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 > 0$ ".

B. " $x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0$ ".

C. " $x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 < 0$ ".

D. " $x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0$ ".

Lời giải

Chọn B

Ta thấy mệnh đề $A: "x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 < 0"$ có tính sai.

Mệnh đề: " $x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0$ " có tính đúng.

Nên mệnh đề phủ định của mệnh đề đã cho là mệnh đề $\bar{A}: "x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0"$.

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 94. Mệnh đề phủ định $\bar{P}$ của mệnh đề $P = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 1 = 0\}$ là

A. $\bar{P} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 1 > 0\}$.

B. $\bar{P} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 1 \neq 0\}$.

C. $\bar{P} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 1 \geq 0\}$.

D. $\bar{P} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 1 < 0\}$.

Lời giải**Chọn B**

Từ định nghĩa mệnh đề phủ định suy ra $\bar{P} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 1 \neq 0\}$.

Câu 95. Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 3$ " khẳng định rằng:

A. Bình phương của mỗi số thực bằng 3.

B. Nếu x là số thực thì $x^2 = 3$.

C. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.

D. Chỉ có một số thực có bình phương bằng 3.

Lời giải**Chọn C**

Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 3$ " khẳng định rằng: có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.

Câu 96. Viết mệnh đề sau bằng cách sử dụng kí hiệu " $\forall$ " hoặc " $\exists$ ": "Cho hai số thực khác nhau bất kì, luôn tồn tại một số hữu tỉ nằm giữa hai số thực đã cho"

A. $\forall a, b \in \mathbb{Q}, \forall r \in \mathbb{Q} : a < r < b$.

B. $\forall a, b \in \mathbb{Q}, a < b, \exists r \in \mathbb{Q} : a < r < b$.

C. $\forall a, b \in \mathbb{Q}, a < b, \forall r \in \mathbb{Q} : a < r < b$.

D. $\exists a, b \in \mathbb{Q}, \exists r \in \mathbb{Q} : a < r < b$.

Lời giải**Chọn B**

Xét đáp án A: "Cho hai số thực bất kì, mọi số hữu tỉ nằm giữa hai số thực đã cho" sai.

Xét đáp án B: đúng.

Xét đáp án C: "Cho hai số thực khác nhau bất kì, mọi số hữu tỉ nằm giữa hai số thực đã cho" sai.

Xét đáp án D: "Tồn tại hai số thực bất kì, luôn tồn tại một số hữu tỉ nằm giữa hai số thực đã cho" sai.

Câu 97. Cho $A: "x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x + 1 > 0"$ thì phủ định của A là:

A. " $x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x + 1 \leq 0$ ".

B. " $x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x + 1 < 0$ ".

C. " $x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 0$ ".

D. " $x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x + 1 \leq 0$ ".

Lời giải**Chọn D**

Ta có $\bar{A}: "x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x + 1 \leq 0"$.

Câu 98. Cho mệnh đề: " $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{2}{x^2 - x + 1} > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là:

A. Không tồn tại $x \in \mathbb{R}$ mà $\frac{2}{x^2 - x + 1} > 0$. B. $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{2}{x^2 - x + 1} \leq 0$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}, \frac{2}{x^2 - x + 1} \leq 0$. D. $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{2}{x^2 - x + 1} < 0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 99. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\exists n \in \mathbb{N}, (n+1)(n-2)$ chia hết cho 7. B. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 4.

C. $\forall x \in \mathbb{N}, (x-1)^2 \neq x-1$. D. $\forall x \in \mathbb{N}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.

Lời giải

Chọn A

$\exists n \in \mathbb{N}, (n+1)(n-2)$ chia hết cho 7 là mệnh đề đúng, ví dụ $n = 6$.

Câu 100. Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3$ " khẳng định rằng:

A. Bình phương của mỗi số thực bằng 3.

B. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.

C. Chỉ có một số thực mà bình phương của nó bằng 3.

D. Nếu x là số thực thì $x^2 = 3$.

Lời giải

Chọn B

Câu 101. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. " $\exists x \in \mathbb{N}, x$ chia hết cho 5". B. " $\forall x \in \mathbb{N} : 5.x = x.5$ ".

C. " $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 + x + 2 > 0$ ". D. " $\exists x \in \mathbb{N} : 2x + 3 = 6$ ".

Lời giải

Chọn D

A đúng. Ví dụ $5 \in \mathbb{N}$ và 5 chia hết cho 5.

B đúng vì đó là tính chất giao hoán của phép nhân.

C đúng. Ví dụ $1 \in \mathbb{N}$ và $1^2 + 1 + 2 = 4 > 0$.

D sai. Vì $2x + 3 = 6 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ mà $\frac{3}{2} \notin \mathbb{N}$.

Câu 102. Cho mệnh đề: " $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 + 3x + 5 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

A. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$. B. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 + 3x + 5 > 0$.

C. $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 + 3x + 5 < 0$. D. $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề phủ định của mệnh đề đã cho là " $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$ "

Câu 103. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. " $n \in \mathbb{N} : n^2 > n$ ". B. " $x \in \mathbb{N} : x^2 < 2$ ". C. " $x \in \mathbb{N} : 2x > 1$ ". D. " $x \in \mathbb{N} : x^2 > x$ ".

Lời giải

Chọn D

Phương án A sai vì $n = 0, 0^2 = 0$.

Phương án B sai vì $x = 2, 2^2 > 2$.

Phương án C sai vì $x = -1, 2(-1) < 1$.

♦ Ta có $x^2 > x \Leftrightarrow x^2 - x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$.

Suy ra tồn tại số thực $\begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ thỏa mãn $x^2 > x$.

Câu 104. Cho mệnh đề $P: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - x - 1 < 0 "$. Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là

A. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{Q}, x^2 - x - 1 \geq 0 "$.

B. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - x - 1 \geq 0 "$.

C. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - x - 1 > 0 "$.

D. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{Q}, x^2 - x - 1 < 0 "$.

Lời giải

Chọn A

Câu 105. Mệnh đề nào sau đây phủ định mệnh đề $P: " \text{tích 3 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6} "$

A. $\bar{P}: " \forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) : 6 "$.

B. $\bar{P}: " \exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) \nmid 6 "$.

C. $\bar{P}: " \exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) : 6 "$.

D. $\bar{P}: " \forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) \nmid 6 "$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề $P: " \text{tích 3 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6} "$.

$\Leftrightarrow P: " \forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) : 6 "$.

Mệnh đề phủ định là $\bar{P}: " \exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) \nmid 6 "$.

Chọn đáp án

B.

Câu 106. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\exists n \in \mathbb{Q}, n^2 + 11n + 2$ chia hết cho 11.

B. $\exists n \in \mathbb{Q}, n^2 + 1$ chia hết cho 4.

C. Tồn tại số nguyên tố chia hết cho 5.

D. $\exists n \in \mathbb{Q}, 2n^2 - 8 = 0$.

Lời giải

Ta có: Mệnh đề A đúng với $n = 3$.

Mệnh đề C đúng với số nguyên tố là 5.

Mệnh đề D đúng với $n = \pm 2$.

Mệnh đề B sai: Do $n \in \mathbb{N}$ nên $\begin{cases} n = 2k \\ n = 2k+1 \end{cases} (k \in \mathbb{N}) \Rightarrow \begin{cases} n^2 + 1 = 4k^2 + 1 \\ n^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 \end{cases}$ đều không chia hết cho 4 với $\forall k \in \mathbb{N}$.

Câu 107. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. " $\forall n \in \mathbb{Q}, n(n+1)$ là số chính phương".

B. " $\forall n \in \mathbb{Q}, n(n+1)$ là số lẻ".

C. " $\exists n \in \mathbb{Q}, n(n+1)(n+2)$ là số lẻ".

D. " $\forall n \in \mathbb{Q}, n(n+1)(n+2)$ chia hết cho 6".

Lời giải

Chọn D

+) với $n = 1 \Rightarrow n(n+1) = 2$ không phải số chính phương $\Rightarrow A$ sai.

+) với $n = 1 \Rightarrow n(n+1) = 2$ là số chẵn $\Rightarrow B$ sai.

+) đặt $P = n(n+1)(n+2)$

TH1: n chẵn $\Rightarrow P$ chẵn

TH2: n lẻ $\Rightarrow (n+1)$ chẵn $\Rightarrow P$ chẵn

Vậy P chẵn $\forall n \in \mathbb{Q} \Rightarrow C$ sai.

$$+) P:6 \Leftrightarrow \begin{cases} P:2(*) \\ P:3(**) \end{cases}$$

(*) Ở trên ta đã chứng minh P luôn chẵn $\Rightarrow P:2$

(**) $P:3$

TH1: $n:3 \Rightarrow P:3$

TH2: n chia 3 dư 1 $\Rightarrow (n+2):3 \Rightarrow P:3$

TH3: n chia 3 dư 2 $\Rightarrow (n+1):3 \Rightarrow P:3$

Vậy $P:3 \quad \forall n \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow P:6$.

Câu 108. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\forall n \in \mathbb{Z}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.

C. $\forall x \in \mathbb{Z}, (x-1)^2 \neq x-1$.

D. $\exists n \in \mathbb{Z}, n^2 + 1$ chia hết cho 4.

Lời giải

Chọn A

Với mọi số tự nhiên thì có các trường hợp sau:

$n = 3k \Rightarrow n^2 + 1 = (3k)^2 + 1$ chia 3 dư 1.

$n = 3k + 1 \Rightarrow n^2 + 1 = (3k + 1)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 2$ chia 3 dư 2.

$n = 3k + 2 \Rightarrow n^2 + 1 = (3k + 2)^2 + 1 = 9k^2 + 12k + 5$ chia 3 dư 2.

Câu 109. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. $\exists x \in \mathbb{R}, 2x^2 - 8 = 0$.

B. $\exists n \in \mathbb{Z}, (n^2 + 11n + 2)$ chia hết cho 11.

C. Tồn tại số nguyên tố chia hết cho 5.

D. $\exists n \in \mathbb{Z}, (n^2 + 1)$ chia hết cho 4.

Lời giải

Chọn D

Với $k \in \mathbb{Z}$, ta có:

♦ Khi $n = 4k \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 1$ không chia hết cho 4.

♦ Khi $n = 4k + 1 \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 8k + 2$ không chia hết cho 4.

♦ Khi $n = 4k + 2 \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 16k + 5$ không chia hết cho 4.

♦ Khi $n = 4k + 3 \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 24k + 10$ không chia hết cho 4.

$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{Z}, n^2 + 1$ không chia hết cho 4.

Câu 110. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. $\exists n \in \mathbb{Z}, (n^2 + 17n + 1)$ chia hết cho 17.

B. $\exists n \in \mathbb{Z}, (n^2 + 1)$ chia hết cho 4.

C. Tồn tại số nguyên tố chia hết cho 13.

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

☐ Mệnh đề A đúng, ví dụ với $n = 4$.

☐ Mệnh đề B **sai**, vì:

- Với $n = 2k, k \in \mathbb{Z}$, ta có $n^2 + 1 = (2k)^2 + 1 = 4k^2 + 1$ chia cho 4 dư 1.

- Với $n = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}$, ta có $n^2 + 1 = (2k + 1)^2 + 1 = 4k(k + 1) + 2$ chia cho 4 dư 2.

☐ Mệnh đề C đúng, số nguyên tố đó là số 13.

□ Mệnh đề **D** đúng, ví dụ với $x = 2$.

Câu 111. Cho n là số tự nhiên, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\forall n, n(n+1)$ là số lẻ.

B. $\forall n, n(n+1)$ là số chính phương.

C. $\forall n, n(n+1)(n+2)$ là số chia hết cho 24.

D. $\exists n, n(n+1)(n+2)$ chia hết cho 8.

Lời giải

Chọn D

Đáp án A sai vì hai số tự nhiên liên tiếp luôn có một số chẵn, tích của chúng là số chẵn.

Đáp án B sai vì $n(n+1)$ không thể là số chính phương.

Đáp án C sai xét trường hợp $n = 1$ thì $1.(1+1)(1+2) = 6$ không chia hết cho 24.

Đáp án D đúng vì tồn tại $n = 2$ thì $n(n+1)(n+2) = 2.3.4 = 24$ chia hết cho 8.