

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

Để tìm tập xác định D của hàm số ta tìm điều kiện để $f(x)$ có nghĩa, tức là

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \text{ có nghĩa}\}.$$

Chú ý. Thông thường $y = f(x)$ cho bởi các biểu thức đại số, ta xét một số trường hợp sau:

Hàm số $y = f(x) = \frac{u(v)}{v(x)}$ có nghĩa khi $\begin{cases} u(x), v(x) \\ v(x) \neq 0 \end{cases}$

Hàm số $y = f(x) = \sqrt[k]{u(x)} (k \in \mathbb{Z})$ có nghĩa khi $\begin{cases} u(x) \\ u(x) \geq 0 \end{cases}$

Hàm số $y = f(x) = \frac{u(x)}{\sqrt[k]{v(x)}} (k \in \mathbb{Z})$ có nghĩa khi $\begin{cases} u(x), v(x) \\ v(x) > 0 \end{cases}$

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = x^4 - 2018x^2 - 2019$ là

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số là hàm đa thức nên xác định với mọi số thực x .

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{+1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $2x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+2}{(x-3)^2}$ là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 5. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = [1; +\infty)$. C. $D = (1; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$ xác định khi $x \neq 1$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2-1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-1}{x+5}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -5 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -5\}$.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3-x}{x^2-5x-6}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -6\}$ C. $D = \{-1; 6\}$ D. $D = \{1; -6\}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x^2 - 5x - 6 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 6 \end{cases}$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$.

Câu 9. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; \pm 2\}$

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; \pm 2\}$.

Đáp án D.

Lưu ý: Nếu rút gọn $y = \frac{1}{x^2 - 4}$ rồi khẳng định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ là sai. Vì với $x = -1$ thì biểu thức ban đầu $\frac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$ không xác định.

Câu 10. Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ là

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = [0; +\infty)$. C. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ xác định $\Leftrightarrow 3x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$.

Vậy: $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{8-2x} - x$ là

- A. $(-\infty; 4]$. B. $[4; +\infty)$. C. $[0; 4]$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là $8-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$, nên tập xác định là $(-\infty; 4]$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$ là

- A. $D = (2; 4)$ B. $D = [2; 4]$
C. $D = \{2; 4\}$ D. $D = (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 2 \end{cases}$ suy ra TXĐ: $D = [2; 4]$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1+2x} + \sqrt{6+x}$ là:

- A. $\left[-6; -\frac{1}{2}\right]$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $[-6; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} 1+2x \geq 0 \\ 6+x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}$.

- A. $[-1; +\infty)$. B. $[-2; +\infty)$. C. $[-3; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -2 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1$$

Câu 15. Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x+2} + 4\sqrt{3-x}$ là

- A. $D = (-2; 3)$. B. $D = [-3; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 3]$. D. $D = [-2; 3]$.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số $y = \sqrt{x+2} + 4\sqrt{3-x}$ xác định thì $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in [-2; 3]$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x-3} - 3\sqrt{2-x}$ là

- A. $\emptyset$. B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. C. $[2; +\infty)$. D. $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[\frac{3}{2}; 2\right]$.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 7x + 3} - 3\sqrt{-2x^2 + 9x - 4}$ là

- A. $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$. B. $[3; +\infty)$. C. $[3; 4] \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $[3; 4]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 2x^2 - 7x + 3 \geq 0 \\ -2x^2 + 9x - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 3 \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 4 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = [3; 4] \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 18. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{6x}{\sqrt{4-3x}}$

- A. $D = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$. B. $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right)$. C. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$. D. $D = \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $4 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$.

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x-5}} + \sqrt{9-x}$ là

- A. $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$. B. $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right)$. C. $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right)$. D. $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right]$.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} 9-x \geq 0 \\ 2x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} < x \leq 9.$$

$$\text{Tập xác định: } D = \left(\frac{5}{2}; 9 \right].$$

Câu 20. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

A. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty \right) \setminus \{3\}$. **B.** $D = \square$. **C.** $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty \right) \setminus \{3\}$. **D.** $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty \right) \setminus \{3\}$.

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x-3 \neq 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: } D = \left(\frac{1}{2}; +\infty \right) \setminus \{3\}.$$

Câu 21. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbf{R}$?

A. $y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$. **B.** $y = x^2 - \sqrt{x^2+1} - 3$.
C. $y = \frac{3x}{x^2-4}$. **D.** $y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3$.

Lời giải**Chọn B**

$$y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2+4} \text{ có tập xác định là } (0; +\infty).$$

$$y = \frac{3x}{x^2-4} \text{ có tập xác định là } \mathbf{R} \setminus \{-2; 2\}.$$

$$y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3 \text{ có tập xác định là } [1; +\infty).$$

Câu 22. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1} - \frac{3x-1}{(x^2-4)\sqrt{5-x}}$.

A. $[1; 5] \setminus \{2\}$. **B.** $(-\infty; 5]$. **C.** $[1; 5) \setminus \{2\}$. **D.** $[1; +\infty) \setminus \{2; 5\}$.

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ (x^2-4)\sqrt{5-x} \neq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [1; 5) \setminus \{2\}.$$

Câu 23. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là

A. $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$. **B.** $D = [-4; +\infty) \setminus \{2\}$.
C. $D = \emptyset$. **D.** $D = \square \setminus \{2\}$.

Lời giải**Chọn A**

Hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > -4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 24. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ là

- A. $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right]$. B. $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right)$.
C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. D. $D = [-4; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải**Chọn D**

Để hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ xác định thì: $\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ 3-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \neq -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in [-4; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{3-x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

- A. $D = (1; 3]$. B. $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$.
C. $D = [1; 3]$. D. $D = \emptyset$.

Lời giải**Chọn A**

Hàm số xác định khi $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; 3]$.

Câu 26. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-x} + \frac{4}{5x-10}$.

- A. $D = (-\infty; 6] \setminus \{2\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $D = [6; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 6]$.

Lời giải**Chọn A**

ĐKXD: $\begin{cases} 6-x \geq 0 \\ 5x-10 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 6 \\ x \neq 2 \end{cases}$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 6] \setminus \{2\}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-3}$. Tập nào sau đây là tập xác định của hàm số $f(x)$?

- A. $(1; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $[1; 3) \cup (3; +\infty)$. D. $(1; +\infty) \setminus \{3\}$.

Lời giải**Chọn C**

Tập xác định là $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \neq 3.$

Câu 28. Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{-3x+8} + x & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7} + 1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $\left(-\infty; \frac{8}{3}\right]$. D. $[-7; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 29. Tập xác định D của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{3-2x} + \frac{1}{2x-2}$ là

- A. $D = \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$. B. $D = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right] \setminus \{1\}$. C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \setminus \{1\}$. D. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số trên là $\begin{cases} 3-2x \geq 0 \\ 2x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định: $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \setminus \{1\}$.

Câu 30. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\sqrt{x+2}-1}$ là

- A. $D = [-2; +\infty) \setminus \{-1\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
C. $D = [-2; +\infty)$. D. $D = (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ \sqrt{x+2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Câu 31. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2-2x} + \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}$.

- A. $D = (-5; 0] \cup [2; 5)$.
B. $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.
C. $D = (-5; 5)$.
D. $D = [-5; 0] \cup [2; 5]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x \geq 0 \\ 25-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 2 \\ -5 < x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < x \leq 0 \\ 2 \leq x < 5 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-5; 0] \cup [2; 5)$.

Câu 32. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{(x^2-5x+6)\sqrt{4-x}}$ là

A. $[-1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

B. $[-1; 4)$.

C. $(-1; 4] \setminus \{2; 3\}$.

D. $(-1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2-5x+6 \neq 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 2 \\ x \neq 3 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 4) \setminus \{2; 3\}.$$

$$\text{Vậy TXĐ: } D = [-1; 4) \setminus \{2; 3\}.$$

Câu 33. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-3x+2}$ là:

A. $D = [0; +\infty)$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$

D. $D = (0; +\infty)$

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2-3x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R}_+ \setminus \{1; 2\}.$$

Đáp án C.

Câu 34. Tìm tập xác định D của hàm số:

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{2x-3}{x-2} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{1-x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}.$$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

B. $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$

C. $D = (-\infty; 1]$

D. $D = [1; +\infty)$

Lời giải**Đáp án C.**

Với $x \leq 0$ thì $x-2 \neq 0$ nên hàm số xác định với mọi $x \leq 0$.

Với $x > 0$: Hàm số xác định khi $1-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$.

$$\text{Vậy } D = (-\infty; 0] \cup (0; 1] = (-\infty; 1].$$

Câu 35. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2} + \frac{x^3}{4|x|-3}$

A. $D = [-2; +\infty)$.

B. $D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

C. $D = \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

Lời giải**Chọn B**

Điều kiện xác định của hàm số $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 4|x|-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -\frac{3}{4} \\ x \neq \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}.$

Câu 36. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-2}+6x}{\sqrt{4-3x}}.$

A. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right).$ B. $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right).$ C. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right).$ D. $D = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right).$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 3x-2 \geq 0 \\ 4-3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x < \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq x < \frac{4}{3}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right).$

Câu 37. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x}{|x|x+1} - \sqrt{3-x}$ là

A. $(-\infty; 3] \setminus \{-1\}.$ B. $(-\infty; 3) \setminus \{-1\}.$ C. $(-\infty; 3].$ D. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}.$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x|x|+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \neq -1 \end{cases}.$

Câu 38. Giả sử $D = (a; b)$ là tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}.$ Tính $S = a^2 + b^2.$

A. $S = 7.$ B. $S = 5.$ C. $S = 4.$ D. $S = 3.$

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $-x^2+3x-2 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

TXĐ: $D = (1; 2)$ nên $a = 1; b = 2 \Rightarrow S = a^2 + b^2 = 5$

Câu 39. Hàm số $y = \frac{x^2-7x+8}{x^2-3x+1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b\}; a \neq b.$ Tính giá trị biểu thức

$Q = a^3 + b^3 - 4ab.$

A. $Q = 11.$ B. $Q = 14.$ C. $Q = -14.$ D. $Q = 10.$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{x^2-7x+8}{x^2-3x+1}$ xác định khi: $x^2-3x+1 \neq 0.$

Gọi a, b là 2 nghiệm của phương trình $x^2-3x+1=0.$

Theo Vi-et có $\begin{cases} a+b=3 \\ a.b=1 \end{cases}$.

$$\text{Có } Q = a^3 + b^3 - 4ab = (a+b)^3 - 3ab(a+b) - 4ab = 27 - 3.3 - 4 = 14$$

Vậy $Q = 14$.

Câu 40. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \leq -4$. B. $m < -4$. C. $m > 0$. D. $m < 4$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi phương trình $x^2 - 2x - 3 - m = 0$ vô nghiệm

$$\text{Hay } \Delta' = m + 4 < 0 \Leftrightarrow m < -4.$$

Câu 41. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1} - 4}$ là $(a; b]$ với a, b là các số thực. Tính tổng $a + b$.

- A. $a + b = -8$. B. $a + b = -10$. C. $a + b = 8$. D. $a + b = 10$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1} - 4} = \sqrt{\frac{3x+5-4(x-1)}{x-1}} = \sqrt{\frac{-x+9}{x-1}}.$$

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ \frac{-x+9}{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-x+9}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+9 \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x > 1 \end{cases} \text{ (TM)} \Leftrightarrow 1 < x \leq 9.$$

$$\text{TXĐ: } D = (1; 9].$$

$$\text{Vậy } a = 1, b = 9 \Rightarrow a + b = 10.$$

Câu 42. Tập tất cả các giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{-x^2-2x+3}} + \sqrt{x-m}$ có tập xác định khác tập rỗng là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi } \begin{cases} -x^2-2x+3 > 0 \\ x-m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ x \geq m \end{cases}$$

Để hàm số có tập xác định khác tập rỗng thì $m < 1$

Câu 43. Biết hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là đoạn $[-1; 0]$. Tìm tập xác định D của hàm số $y = f(-x^2)$.

- A. $D = [-1; 0]$
 B. $D = [0; 1]$
 C. $D = [-1; 1]$
 D. $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Lời giải**Đáp án C.**Điều kiện xác định của hàm số $y = f(-x^2)$ là: $-1 \leq -x^2 \leq 0$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$$

Vậy $D = [-1; 1]$.**Câu 44.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 3mx + 4}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

A. $|m| < \frac{4}{3}$.

B. $|m| \leq \frac{4}{3}$.

C. $|m| > \frac{4}{3}$.

D. $|m| \geq \frac{4}{3}$.

Lời giải**Chọn B**Điều kiện: $x^2 - 3mx + 4 \geq 0$.

YCBT $\Leftrightarrow x^2 - 3mx + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\frac{-\Delta}{4a} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-9m^2 + 16}{4} \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq \left(\frac{4}{3}\right)^2.$$

Câu 45. Tìm m để hàm số $y = (x-2)\sqrt{3x-m-1}$ xác định trên tập $(1; +\infty)$?

A. $m < 2$.

B. $m \leq 2$.

C. $m > 2$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải**Chọn B**

ĐK: $x \geq \frac{m+1}{3} \Rightarrow D = \left[\frac{m+1}{3}; +\infty\right)$.

$$\text{Để hàm số xác định trên } (1; +\infty) \text{ thì } (1; +\infty) \subset \left[\frac{m+1}{3}; +\infty\right) \Leftrightarrow \frac{m+1}{3} \leq 1 \Leftrightarrow m+1 \leq 3 \Rightarrow m \leq 2.$$

Câu 46. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0; 1)$ là

A. $m \in [-3; 0] \cup [0; 1]$. **B.** $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

C. $m \in [-3; 0]$. **D.** $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Điều kiện xác định của hàm số là: } \begin{cases} x-2m+3 \geq 0 \\ x-m \neq 0 \\ -x+m+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m-3 \\ x \neq m \\ x < m+5 \end{cases}.$$

TH1. $2m-3 \geq m+5 \Leftrightarrow m \geq 8 \Rightarrow$ tập xác định của hàm số là: $D = \emptyset \Rightarrow m \geq 8$ loại.TH2. $2m-3 < m+5 \Leftrightarrow m < 8 \Rightarrow$ TXĐ của hàm số là: $D = [2m-3; m+5) \setminus \{m\}$.Để hàm số xác định trên khoảng $(0; 1)$ thì $(0; 1) \subset D$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m-3 \leq 0 \\ m+5 \geq 1 \\ m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \\ m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 \leq m \leq 0 \\ 1 \leq m \leq \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Suy ra $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 47. Gọi tập xác định của các hàm số $f(x) = \sqrt{5+x} + \sqrt{5-x}$; $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$ lần lượt là $D_1; D_2$. Hãy tìm $D_1 \cap D_2$, $D_1 \cup D_2$.

- A. $D_1 \cap D_2 = (-4; 5]$, $D_1 \cup D_2 = [-5; +\infty)$. B. $D_1 \cap D_2 = (-4; 5)$, $D_1 \cup D_2 = [-5; +\infty)$.
C. $D_1 \cap D_2 = (-4; 5]$, $D_1 \cup D_2 = (-5; +\infty)$. D. $D_1 \cap D_2 = [-4; 5]$, $D_1 \cup D_2 = [-5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

+/- Điều kiện xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{5+x} + \sqrt{5-x}$ là $\begin{cases} 5+x \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 5$

Suy ra tập xác định của $f(x) = \sqrt{5+x} + \sqrt{5-x}$ là $D_1 = [-5; 5]$

+/- Điều kiện xác định của hàm số $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$ là $x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$

Suy ra tập xác định của $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$ là $D_2 = (-4; +\infty)$

Vậy $D_1 \cap D_2 = (-4; 5]$; $D_1 \cup D_2 = [-5; +\infty)$

Câu 48. Tìm m để hàm số $y = \frac{x\sqrt{2}+1}{x^2+2x-m+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m \geq 1$. B. $m < 0$. C. $m > 2$. D. $m \leq 3$

Lời giải

Chọn B

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi $x^2 + 2x - m + 1 \neq 0, \forall x \Leftrightarrow \Delta = 1 + m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Câu 49. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-2(m+1)x+m^2+2m}$. Tập các giá trị của m để hàm số xác định trên $[0; 1)$ là

$T = (-\infty; a) \cup [b; c) \cup [d; +\infty)$. Tính $P = a + b + c + d$.

- A. $P = -2$. B. $P = -1$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq m \\ x \neq m+2 \end{cases}$.

Do đó tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{m+2; m\}$.

Vậy để hàm số xác định trên $[0; 1)$ điều kiện là:

$$m; m+2 \notin [0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 < 0 \\ m \geq 1 \\ m < 0 < 1 \leq m+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m \geq 1 \\ -1 \leq m < 0 \end{cases}.$$

Câu 50. Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;2)$.

- A. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$. D. $-1 < m < 2$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x-m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m$.

Do đó hàm số xác định trên $(-1;2) \Leftrightarrow m \notin (-1;2) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Câu 51. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \sqrt{2x-m}$ xác định với $\forall x > 0$.

- A. $m \geq 1$. B. $m \leq 0$. C. $m > 0$. D. $m < 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-m+1 \geq 0 \\ 2x-m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-1 \\ x \geq \frac{m}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Hàm số xác định với } \forall x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \leq 0 \\ \frac{m}{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0.$$

Câu 52. Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-2m+1}$ xác định với mọi $x \in [1;3]$ là:

- A. $\{2\}$. B. $\{1\}$. C. $(-\infty;2]$. D. $(-\infty;1]$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $x-2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2m-1$.

Hàm số xác định với mọi $x \in [1;3]$ thì $2m-1 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Câu 53. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}}$ có dạng $\frac{a}{b}$. Tính $a+b$.

- A. 3. B. -1. C. 0. D. -3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{4-x^2}-1)^2} = |\sqrt{x-1}+1| + |\sqrt{4-x^2}-1|.$$

$$\text{Do đó hàm số đã cho xác định } \hat{U} \begin{pmatrix} x-1 \geq 0 \\ 4-x^2 \geq 0 \end{pmatrix} \hat{U} \begin{pmatrix} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 2 \end{pmatrix} \hat{U} 1 \leq x \leq 2 \hat{U} \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}.$$

Do đó $a+b=3$. Chọn A

Câu 54. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{x-m+2} + \frac{1}{\sqrt{5-x}}$ có tập xác định $D = [0; 5)$.

- A. $m \geq 0$. B. $m \geq 2$. C. $m \leq -2$. D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là $\begin{cases} x-m+2 \geq 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ x < 5 \end{cases}$

Hàm số có tập xác định $D = [0; 5) \Leftrightarrow m-2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- A. $-1 \leq m \leq \frac{1}{3}$. B. $m \geq -1$. C. $m > \frac{1}{3}$. D. $m \geq \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \frac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \geq 0 \\ 3x^2-2x+m \neq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 1-3m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}.$$

Câu 56. Tìm điều kiện của m để hàm số $y = \sqrt{x^2-x+m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- A. $m \geq \frac{1}{4}$. B. $m > \frac{1}{4}$. C. $m > -\frac{1}{4}$. D. $m \leq \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \sqrt{x^2-x+m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow x^2-x+m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 (\text{Vì } a=1) \\ \Delta \leq 0, \Delta = 1-4m \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}.$$

Vậy $m \geq \frac{1}{4}$ thỏa yêu cầu bài.

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+9}{x-2m-1}$ xác định trên đoạn $[3; 5]$.

- A. $m \leq 1$ hoặc $m \geq 2$. B. $m > 3$ hoặc $m < 0$.
C. $m > 4$ hoặc $m < 1$. D. $m > 2$ hoặc $m < 1$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số là $x-2m-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2m+1$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow 2m+1 \notin [3; 5] \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 < 3 \\ 2m+1 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Câu 58. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thuộc tập xác định của hàm số $y = \frac{2+x}{x\sqrt{3-x}} + \sqrt{2x+1}$?

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 4

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Tập xác định: } \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3-x > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x < 3 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x < 3 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

Do x nguyên nên $x \in \{1; 2\}$.

Câu 59. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{|x-2|-1}}$ có tập xác định là D_1 và hàm số $g(x) = \frac{2x-\sqrt{m-2x}}{|x|+5}$ có tập xác định là D_2 . Tìm điều kiện của tham số m để $D_2 \subset D_1$.

A. $m < 2$.

B. $m \leq 2$.

C. $m > 2$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét } f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{|x-2|-1}}$$

$$\text{ĐKXĐ: } |x-2|-1 > 0 \Leftrightarrow |x-2| > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 1 \\ x-2 < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases} \Rightarrow D_1 = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$$

$$\text{Xét } g(x) = \frac{2x-\sqrt{m-2x}}{|x|+5}$$

Ta thấy $|x|+5 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{ĐKXĐ: } m-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{m}{2} \Rightarrow D_2 = \left(-\infty; \frac{m}{2}\right]$$

$$\text{Để } D_2 \subset D_1 \text{ thì } \frac{m}{2} < 1 \Leftrightarrow m < 2.$$

Vậy với $m < 2$ thì $D_2 \subset D_1$.

Câu 60. Tìm m để hàm số $y = \frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)} + \frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

A. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

B. $m \in [-3; 0]$.

C. $m \in [-3; 0] \cup [0; 1]$.

D. $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

$$*\text{Gọi } D \text{ là tập xác định của hàm số } y = \frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)} + \frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}.$$

$$*x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} x-2m+3 \geq 0 \\ x-m \neq 0 \\ -x+m+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m-3 \\ x \neq m \\ x < m+5 \end{cases}.$$

$$*\text{Hàm số } y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}} \text{ xác định trên khoảng } (0;1)$$

$$\Leftrightarrow (0;1) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 \leq 0 \\ m+5 \geq 1 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-4;0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right].$$

- Câu 61.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+2m-1} + \sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định với mọi $x \in [0;2]$ khi $m \in [a;b]$. Giá trị của tổng $a+b$ bằng
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x) = \sqrt{x+2m-1} + \sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định khi: $\begin{cases} x \geq 1-2m \\ x \leq 8-4m \end{cases}$

Hàm số xác định trên $[0;2]$ nên $1-2m \leq 0 \leq 2 \leq 8-4m \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2} \Rightarrow m \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right] \Rightarrow a+b=2$

- Câu 62.** Tìm m để hàm số $y = \sqrt{-2x+3m+2} + \frac{x+1}{2x+4m-8}$ xác định trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- A. $m \in [-2;4]$. B. $m \in [-2;3]$. C. $m \in (-2;3]$. D. $m \in [-2;3]$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là tập hợp các giá trị của x thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} -2x+3m+2 \geq 0 \\ 2x+4m-8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3m+2}{2} \\ x \neq 4-2m \end{cases}.$$

Để hàm số xác định trên khoảng $(-\infty; -2)$ cần có: $\begin{cases} \frac{3m+2}{2} \geq -2 \\ 4-2m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq 3 \end{cases} \Rightarrow m \in [-2;3].$

- Câu 63.** Tập xác định của hàm số nào dưới đây chứa nhiều số nguyên dương nhất?

A. $y = \sqrt{3-x}$ B. $y = \sqrt{\frac{2-x}{x+2}}$

C. $y = \sqrt{4-9x^2}$ D. $y = \sqrt{\frac{1}{27-x^3}}$

Lời giải

Đáp án A.

Với A: Điều kiện xác định:

$$3-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

Vậy $D = (-\infty; 3]$, chứa 3 số nguyên dương là 1; 2; 3.

Với B: Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ \frac{2-x}{x+2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 2.$

Vậy $D = (-2; 2]$, chứa 2 số nguyên dương là 1; 2.

Với C: Điều kiện xác định:

$$4 - 9x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq \frac{4}{9} \Leftrightarrow \frac{-2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}.$$

Vậy $D = \left[\frac{-2}{3}; \frac{2}{3} \right]$ không chứa số nguyên dương nào.

Với D: Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} 27 - x^3 \neq 0 \\ \frac{1}{27 - x^3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 27 - x^3 > 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 < 27 \Leftrightarrow x < 3$$

Vậy $D = (-\infty; 3)$, chứa 2 số nguyên dương là 1; 2.

Câu 64. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để tập xác định của hàm số

$$y = \frac{2}{x - 2m} + \sqrt{7m + 1 - 2x} \text{ chứa đoạn } [-1; 1]?$$

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô số

Lời giải

Đáp án A.

Hàm số xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} x - 2m \neq 0 \\ 7m + 1 - 2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2m \\ x \leq \frac{7m + 1}{2} \end{cases}.$$

Để tập xác định của hàm số chứa đoạn $[-1; 1]$ thì ta phải có

$$\begin{cases} \frac{7m + 1}{2} \geq 1 \\ 2m > 1 \\ 2m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1/7 \\ m > 1/2 \\ m < -1/2 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$$

Vậy không có giá trị nguyên âm nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 65. Cho hàm số $y = \sqrt{x + 1} + \sqrt{m - 2x}$ với $m \geq -2$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để tập xác định của hàm số có độ dài bằng 1?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Đáp án A.

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ m - 2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq \frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{m}{2}$$

(do $m \geq -2$ nên $\frac{m}{2} \geq -1$).

Vậy $D = \left[-1; \frac{m}{2} \right]$. Độ dài của D bằng 1 khi và chỉ khi $\frac{m}{2} - (-1) = 1 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

DẠNG 2. SỰ BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ

Để xét sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên từng khoảng xác định $(a; b)$ ta làm như sau:

Giả sử " $x_1, x_2 \in K : x_1 < x_2$ "

Tính $f(x_1) - f(x_2)$

Lập tỉ số $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

Nếu $T > 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$

Nếu $T < 0$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$

Câu 1. Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết định nghĩa hàm số đồng biến, nghịch biến

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 1 - 2x$

B. $y = 3x + 2$

C. $y = x^2 + 2x - 1$

D. $y = -2(2x - 3)$.

Lời giải

Chọn B.

$y = 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì có hệ số góc $a = 3 > 0$.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x$.

B. $y = -2x$.

C. $y = 2x$.

D. $y = \frac{1}{2}x$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a < 0$.

Câu 4. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{3}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$\forall x_1, x_2 \in (0; +\infty) : x_1 \neq x_2$

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{3}{x_2} - \frac{3}{x_1} = \frac{-3(x_2 - x_1)}{x_2 x_1} \Rightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = -\frac{3}{x_2 x_1} < 0$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 5. Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 2)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

□ Lấy $x_1; x_2 \in (-\infty; 1)$ sao cho $x_1 < x_2$.

$$\text{Xét } y_1 - y_2 = \frac{2x_1+1}{x_1-1} - \frac{2x_2+1}{x_2-1} = \frac{2x_1x_2 - 2x_1 + x_2 - 1 - 2x_2x_1 + 2x_2 - x_1 + 1}{(x_1-1)(x_2-1)} = \frac{3(x_2 - x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$$

Với $x_1; x_2 \in (-\infty; 1)$ và $x_1 < x_2$, ta có $x_2 - x_1 > 0$; $x_1 - 1 < 0$; $x_2 - 1 < 0 \Rightarrow y_1 - y_2 > 0 \Leftrightarrow y_1 > y_2$

Do đó hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$

□ Lấy $x_1; x_2 \in (1; +\infty)$ sao cho $x_1 < x_2$.

$$\text{Xét } y_1 - y_2 = \frac{2x_1+1}{x_1-1} - \frac{2x_2+1}{x_2-1} = \frac{2x_1x_2 - 2x_1 + x_2 - 1 - 2x_2x_1 + 2x_2 - x_1 + 1}{(x_1-1)(x_2-1)} = \frac{3(x_2 - x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$$

Với $x_1; x_2 \in (1; +\infty)$ và $x_1 < x_2$, ta có $x_2 - x_1 > 0$; $x_1 - 1 > 0$; $x_2 - 1 > 0 \Rightarrow y_1 - y_2 > 0 \Leftrightarrow y_1 > y_2$

Do đó hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 6. Hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-1; 1)$ C. $(0; 1)$ D. $(1; +\infty)$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Cách 1: $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$ ta có

$$\begin{aligned} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} &= \frac{(x_2^4 - x_1^4) - 2(x_2^2 - x_1^2)}{x_2 - x_1} = \frac{(x_2^2 - x_1^2)(x_2^2 + x_1^2) - 2(x_2^2 - x_1^2)}{x_2 - x_1} \\ &= (x_2 + x_1)(x_2^2 + x_1^2 - 2). \end{aligned}$$

Ta thấy với $x_1, x_2 \in (0; 1)$ thì $x_1 + x_2 > 0$ và $0 < x_1^2, x_2^2 < 1$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 < 2 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2 < 0, \text{ do đó } (x_2 + x_1)(x_2^2 + x_1^2 - 2) < 0.$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$?

- A. $y = \sqrt{1-x^2}$ B. $y = x^2$
C. $y = \frac{x+1}{x}$ D. $y = -x^3 + 3x$

Lời giải

Đáp án D.

* Xét hàm số $y = \sqrt{1-x^2}$:

Tập xác định $D = [-1; 1]$;

$\forall x_1, x_2 \in (-1; 1), x_1 \neq x_2$:

$$\begin{aligned}\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} &= \frac{\sqrt{1-x_2^2} - \sqrt{1-x_1^2}}{x_2 - x_1} \\&= \frac{x_1^2 - x_2^2}{(x_2 - x_1)(\sqrt{1-x_2^2} + \sqrt{1-x_1^2})} \\&= \frac{-(x_1 + x_2)}{\sqrt{1-x_2^2} + \sqrt{1-x_1^2}}\end{aligned}$$

Do đó với $x_1, x_2 < 0$ ta có

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} > 0;$$

với $x_1, x_2 > 0$ ta có $\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$, tức là hàm số không đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

* Xét hàm số $y = x^2$:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$;

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$:

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2 - x_1} = x_2 + x_1.$$

Do đó với $x_1, x_2 < 0$ ta có

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} < 0;$$

với $x_1, x_2 > 0$ ta có $\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, tức là hàm số không đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

* Xét hàm số $y = \frac{x+1}{x}$:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, x_1 \neq x_2$:

$$y(x_2) - y(x_1) = \frac{x_2 + 1}{x_2} - \frac{x_1 + 1}{x_1} = \frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2}$$

$$\Rightarrow \frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{-1}{x_1 x_2}.$$

Do đó với $x_1, x_2 < 0$ và với $x_1, x_2 > 0$

ta đều có $\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ $(0; +\infty)$, tức là hàm số không đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

* Do đó đáp án đúng là **D**. Thật vậy xét hàm số $y = -x^3 + 3x$ ta có

Tập xác định $D = \mathbb{R}$;

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$:

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{x_1^3 - x_2^3 + 3(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$= 3 - (x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2)$$

Với $|x_1| < 1, |x_2| < 1$ ta có

$$x_1^2 < 1, x_2^2 < 1, |x_1x_2| < 1 \Rightarrow x_1x_2 < 1,$$

do đó $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 < 3$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Cách 2: Sử dụng chức năng TABLE của máy tính cầm tay như đã giới thiệu trong Bài tập 17 ở phần B - Các dạng bài tập điển hình. Độc giả hãy tự thực hiện để kiểm chứng kết quả như trong cách 1 đã nêu ở trên.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$

B. $(1; +\infty)$

C. $(-2; 2)$

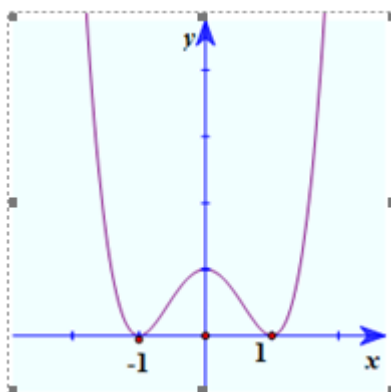
D. $(0; 1)$

Lời giải

Ta thấy trong khoảng $(0; 1)$, mũi tên có chiều đi xuống. Do đó hàm số nghịch biến trong khoảng $(0; 1)$.

Đáp án D.

Câu 9. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ.



Chọn đáp án sai.

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Lời giải

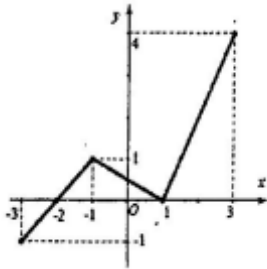
Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Hàm số nghịch biến trong các khoảng: $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Hàm số đồng biến trong các khoảng: $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và có đồ thị được biểu diễn bởi hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$.
- B. Hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-2; 1)$ và $(1; 3)$.
- C. Hàm số $y = f(x) + 2018$ nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(0; 1)$.
- D. Hàm số $y = f(x) + 2018$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $(C): y = f(x), (C'): y = f(x) + 2018$. Khi tịnh tiến đồ thị (C) theo phương song song trục tung lên phía trên 2018 đơn vị thì được đồ thị (C') . Nên tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x), y = f(x) + 2018$ trong từng khoảng tương ứng không thay đổi.

Dựa vào đồ thị ta thấy:

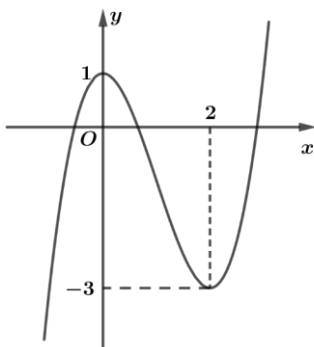
Hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$ (đúng).

Hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-2; 1)$ và $(1; 3)$ (sai).

Hàm số $y = f(x) + 2018$ nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(0; 1)$ (sai).

Hàm số $y = f(x) + 2018$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$ (sai).

Câu 11. Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

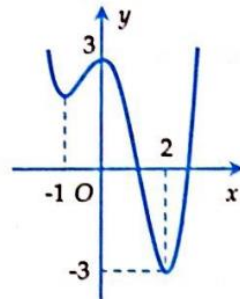
- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Trên khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$

Lời giải

Đáp án C.

Quan sát trên đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(-1; 0)$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	2	-32	$+\infty$

Đặt $h(x) = 5x - f(x)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $h(3) < h(1) < h(2)$
- B. $h(1) < h(2) < h(3)$
- C. $h(2) < h(1) < h(3)$
- D. $h(3) < h(2) < h(1)$

Lời giải

Quan sát trên bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 4)$, suy ra hàm số $y = -f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

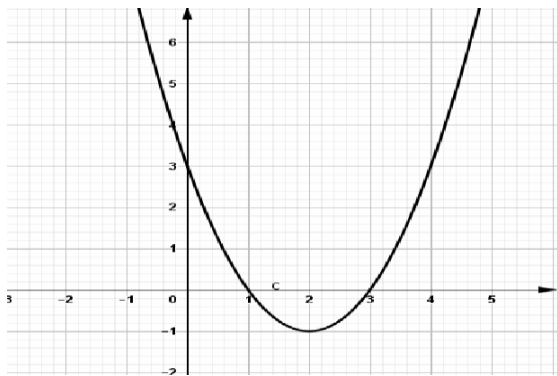
Mặt khác hàm số $y = 5x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Do đó hàm số $h(x) = 5x - f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

Suy ra $h(1) < h(2) < h(3)$.

Đáp án B.

Câu 14. Hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành theo một dây cung có độ dài bằng 2.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;5)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.
- D. $f(\sqrt{2019}) < f(\sqrt{2017})$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào đồ thị hàm số ta có:

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm $M(1;0), N(3;0) \Rightarrow MN = 2 \Rightarrow A$ đúng.

Trên khoảng $(0;2)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và trên khoảng $(2;5)$ đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2;5) \Rightarrow B$ sai.

Trên khoảng $(0;2)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và trên khoảng $(2;3)$ đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2;3) \Rightarrow C$ sai.

Ta có: $\sqrt{2019}, \sqrt{2017} \in (2; +\infty)$ và trên khoảng $(2; +\infty)$ hàm số đồng biến nên

$$\begin{cases} \sqrt{2019} > \sqrt{2017} \\ f(\sqrt{2019}) > f(\sqrt{2017}) \end{cases} \Rightarrow D \text{ sai.}$$

DẠNG 3. TẬP GIÁ TRỊ - GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

Tập hợp $T = \{y = f(x) | x \in D\}$ gọi là tập giá trị của hàm số $y = f(x)$.

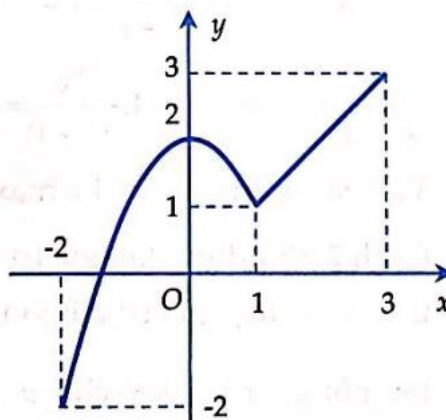
Nhận dạng: Khi hàm số chỉ xuất hiện tích các biểu thức là hằng số hoặc tổng bình phương các biểu thức là hằng số.

Bất đẳng thức:

+) Cho $a, b \geq 0$ ta luôn có $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ hay $a+b \geq 2\sqrt{ab}$, đẳng thức xảy ra khi $a=b$

+) $a, b \in \mathbb{R}$ ta có $a^2 + b^2 \geq 2ab$, đẳng thức xảy ra khi $a=b$.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-2;3]$ có đồ thị được cho như trong hình dưới đây:



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Tính $M + m$.

- A. $M + m = 0$ B. $M + m = 1$ C. $M + m = 2$ D. $M + m = 3$

Lời giải

Quan sát trên đồ thị ta thấy $M = 3$ (ứng với $x = 3$), $m = -2$ (ứng với $x = -2$). Vậy $M + m = 1$.

Đáp án B.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x - 2| - 3|x - 1|$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -3.

Lời giải

Chọn A

Có $x \in [0; 2] \Rightarrow |x - 2| = 2 - x \Rightarrow y = 2 - x - 3|x - 1| = 1 + (1 - x) - |x - 1| - 2|x - 1|$.

Do $|x - 1| \geq 0 \Rightarrow -2|x - 1| \leq 0$ và $(1 - x) - |x - 1| \leq 0$ nên $y \leq 1$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} |x - 1| = 0 \\ 1 - x = |x - 1| \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x - 2| - 3|x - 1|$ trên đoạn $[0; 2]$ là 1.

Câu 3. Cho hàm số $y = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 & \text{khi } 0 < x < 1 \\ 1 - 2x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 2]$ là:

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 7.

Lời giải

Chọn C

Trên $[1; 2]$ hàm số $y = 2x - 1$ đồng biến nên giá trị lớn nhất bằng $y(2) = 3$.

Trên $(0; 1)$ hàm số $y = 1$ nên giá trị lớn nhất bằng $y = 1$.

Trên $[-2; 0]$ hàm số $y = 1 - 2x$ nghịch biến nên giá trị lớn nhất bằng $y(-2) = 5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 2]$ là $y(-2) = 5$.

Câu 4. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + x} + \sqrt{1 - x}$. Tìm $M + m$.

- A. $M + m = 2 + \sqrt{2}$
B. $M + m = 2$
C. $M + m = 4$
D. $M + m = 4 + \sqrt{2}$

Lời giải

Đáp án A.

Điều kiện xác định: $D = [-1; 1]$.

Dễ thấy $y \geq 0, \forall x \in [-1; 1]$.

Ta có $y^2 = 2 + 2\sqrt{1-x^2}$ nên suy ra:

$$2 \leq y^2 \leq 4 \Rightarrow \sqrt{2} \leq y \leq 2.$$

$$y = \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1;$$

$$y = 2 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy $m = \sqrt{2}$ và $M = 2$.

Do đó $M + m = 2 + \sqrt{2}$.

Câu 5. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 1}$. Tìm $M - m$.

A. $M - m = 8$

B. $M - m = 9$

C. $M - m = 10$

D. $M - m = 11$

Lời giải

Đáp án C.

Gọi y_0 là một giá trị bất kì thuộc tập giá trị của hàm số đã cho. Khi đó phải tồn tại một giá trị x sao cho

$$y_0 = \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow (y_0 - 1)x^2 + 8x + y_0 - 7 = 0 (*)$$

+ Nếu $y_0 = 1$ thì $x_0 = \frac{3}{4}$.

+ Nếu $y_0 \neq 1$ thì (*) có nghiệm khi và chỉ khi:

$$\Delta' = -y_0^2 + 8y_0 + 9 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y_0 \leq 9.$$

Kết hợp hai trường hợp ta có:

$$-1 \leq y_0 \leq 9.$$

Ta thấy $y_0 = -1 \Rightarrow x = 2$;

$$y_0 = 9 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}.$$

$$\text{Vậy } m = \min_{\square} y = -1; M = \max_{\square} y = 9$$

$$\Rightarrow M - m = 10.$$

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 + (x-3)^2$.

A. 0

B. $\frac{9}{2}$

C. $-\frac{9}{2}$

D. $\frac{3}{2}$

Lời giải

Tập xác định $D = \square$.

$$+ \forall x \in \square : f(x) = 2x^2 - 6x + 9 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{2} = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \geq \frac{9}{2}.$$

$$+ f(x) = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } \min_{\square} f(x) = \frac{9}{2}.$$

Đáp án B.

Câu 7. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x - \sqrt{x-2}$.

A. $m = 0$

B. $m = 2$

C. $m = \frac{7}{4}$

D. $m = \frac{3}{4}$

Lời giải**Đáp án C.**Tập xác định: $D = [2; +\infty)$ Ta có $\forall x \in [2; +\infty)$:

$$\begin{aligned}
 y &= f(x) = x - \sqrt{x-2} \\
 &= (x-2) - \sqrt{x-2} + 2 \\
 &= \left(\sqrt{x-2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4}.
 \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x-2} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$.Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là bằng $\frac{7}{4}$.**Câu 8.** Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x}{x^2+1}$. Tính $m^2 + M^2$.

A. $m^2 + M^2 = \frac{1}{2}$

B. $m^2 + M^2 = 2$

C. $m^2 + M^2 = 1$

D. $m^2 + M^2 = 4$

Lời giảiTập xác định $D = \mathbb{R}$.**Cách 1:** (Sử dụng bất đẳng thức)Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có $\forall x \in \mathbb{R}$:

$$x^2 + 1 \geq 2|x| \Rightarrow \frac{2|x|}{x^2 + 1} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{2x}{x^2 + 1} \leq 1;$$

$$\frac{2x}{x^2 + 1} = -1 \Leftrightarrow x = -1; \frac{2x}{x^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy $m = \min_{\mathbb{R}} y = -1; M = \max_{\mathbb{R}} y = 1 \Rightarrow m^2 + M^2 = 2$.**Cách 2:** (Sử dụng tập giá trị của hàm số)Gọi y_0 là một giá trị bất kì thuộc tập giá trị của hàm số đã cho. Khi đó phải tồn tại một giá trị x sao cho $y_0 = \frac{2x}{x^2+1} \Leftrightarrow y_0 x^2 - 2x + y_0 = 0$ (*). Ta coi (*) là phương trình ẩn x , tham số y_0 .+ Nếu $y_0 = 0$ thì $x = 0$.+ Nếu $y_0 \neq 0$ thì (*) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' = 1 - y_0^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y_0 \leq 1$.Kết hợp hai trường hợp ta có $-1 \leq y_0 \leq 1; y_0 = -1 \Rightarrow x = -1; y_0 = 1 \Rightarrow x = 1$.Vậy $m = \min_{\mathbb{R}} y = -1; M = \max_{\mathbb{R}} y = 1 \Rightarrow m^2 + M^2 = 2$.**Đáp án B.****Câu 9.** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x-3)(5-x)$ với $-3 \leq x \leq 5$. Tìm $M + 2m$.

A. $M + 2m = 8$

B. $M + 2m = 16$

C. $M + 2m = 24$

D. $M + 2m = 32$

Lời giải

Đáp án B.

Với $-3 \leq x \leq 5$ thì $x+3 \geq 0; 5-x \geq 0$, suy ra $y = (x+3)(5-x) \geq 0$.

Với $x = -3$ hoặc $x = 5$ thì $y = 0$.

Vậy $m = 0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $x+3$ và $5-x$ ta có:

$$(x+3)(5-x) \leq \frac{(x+3+5-x)^2}{4} = 16.$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$x+3=5-x \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy $M = 16$. Do đó $M + 2m = 16$.

Hoặc có thể giải như sau:

$$y = -x^2 + 2x + 15 = -x^2 + 2x - 1 + 16$$

$$= 16 - (x-1)^2 \leq 16$$

$$y = 16 \Leftrightarrow x = 1. \text{ Vậy } M = 16.$$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$.

a) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $f(x) \leq m$ với mọi $x \in [-1; 1]$.

A. $m \geq \sqrt{2}$

B. $m < 0$

C. $m = \sqrt{2}$

D. $m < \sqrt{2}$

b) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $f(x) > m$ với mọi $x \in [-1; 1]$.

A. $m \leq -\sqrt{2}$

B. $m < -\sqrt{2}$

C. $m \leq -1$

D. $m < -1$

Lời giải

Đáp án A.

Tập xác định: $D = [-1; 1]$.

a) Đáp án A.

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki ta có:

$$\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)^2 \leq (1^2 + 1^2)(x^2 + 1 - x^2) = 2$$

$$\text{Suy ra } f(x) \leq \sqrt{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$x = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-1;1]} f(x) = \sqrt{2}.$$

$$f(x) \leq m \text{ với mọi } x \in [-1;1] \text{ khi và chỉ khi } m \geq \max_{[-1;1]} f(x) \Rightarrow m \geq \sqrt{2}.$$

b) Đáp án D.

Ta có $\forall x \in [-1;1]: x \geq -1$ và $\sqrt{1-x^2} \geq 0$ nên $x + \sqrt{1-x^2} \geq -1$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = -1$. Vậy $\min_{[-1;1]} f(x) = -1$.

$$f(x) > m \text{ với mọi } x \in [-1;1] \text{ khi và chỉ khi } m < \min_{[-1;1]} f(x) \Leftrightarrow m < -1.$$

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập giá trị là đoạn $[0; 2]$?

A. $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$

B. $g(x) = x + \sqrt{2 - x^2}$

C. $h(x) = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$

D. $k(x) = \sqrt{4x - x^2}$

Lời giải

Đáp án D.

* Với $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \geq 2|x|$.

Suy ra $\left| \frac{4x}{x^2 + 1} \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{4x}{x^2 + 1} \leq 2$.

$f(x) = -2 \Leftrightarrow x = -1$;

$f(x) = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy $f(x)$ có tập giá trị là đoạn $[-2; 2]$.

* Với $g(x) = x + \sqrt{2 - x^2}$:

Tập xác định $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

Ta có $x \geq -\sqrt{2}; \sqrt{2 - x^2} \geq 0$.

Suy ra $x + \sqrt{2 - x^2} \geq -\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = -\sqrt{2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki ta có

$$\begin{aligned} g^2(x) &= \left(x + \sqrt{2 - x^2} \right)^2 \\ &\leq (1+1)(x^2 + 2 - x^2) = 4 \end{aligned}$$

Suy ra $g(x) \leq 2$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$x = \sqrt{2 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 2 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy $-\sqrt{2} \leq g(x) \leq 2$.

Vậy $g(x)$ có tập giá trị là đoạn $[-\sqrt{2}; 2]$.

* Với $h(x) = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}} = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \geq 2$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi:

$$\sqrt{x^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \Leftrightarrow x^2 + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy $h(x)$ có tập giá trị là nửa khoảng $[2; +\infty)$.

* Với $k(x) = \sqrt{4x - x^2}$:

Tập xác định $D = [0; 4]$.

Ta có $\forall x \in [0; 4]$:

$$0 \leq 4x - x^2 = 4 - (x - 2)^2 \leq 4.$$

Suy ra $0 \leq k(x) \leq 2$.

$$k(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 4;$$

$$k(x) = 2 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy $k(x)$ có tập giá trị là đoạn $[0; 2]$

Câu 12. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+3}}$. Biết $M = \frac{\sqrt{a}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và b nhỏ nhất. Tìm

$a+b$.

A. $a+b=87$

B. $a+b=88$

C. $a+b=89$

D. $a+b=90$

Lời giải

Đáp án A.

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki ta có: $(3x+1)^2 = \left(3x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}\right)^2 \leq \left(9 + \frac{1}{3}\right)(x^2 + 3).$

$$\text{Suy ra } 3x+1 \leq \sqrt{\frac{28}{3}} \sqrt{x^2+3}$$

$$\Rightarrow \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+3}} \leq \sqrt{\frac{28}{3}} = \frac{\sqrt{84}}{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$\frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \Leftrightarrow x = 9.$$

$$\text{Vậy } M = \frac{\sqrt{84}}{3}, \text{ tức là}$$

$$a = 84, b = 3 \Rightarrow a + b = 87.$$

Lưu ý: Với kĩ thuật tương tự, các bạn dễ dàng tìm được giá trị lớn nhất (giá trị nhỏ nhất) của các

hàm số có dạng $f(x) = \frac{ax+b}{\sqrt{(cx)^2+d^2}}.$

Câu 13. Người ta cần xây một chiếc bể chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500.000 đồng/m² lòng bể. Khi đó, kích thước của bể nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là:

A. Chiều dài 20m, chiều rộng 10m, chiều cao $\frac{5}{6}$ m.

B. Chiều dài 10m, chiều rộng 5m, chiều cao $\frac{10}{3}$ m.

C. Chiều dài 30m, chiều rộng 15m, chiều cao $\frac{10}{27}$ m.

D. Một đáp án khác.

Lời giải

Đáp án B.

Gọi x là chiều rộng của bể chứa nước (đơn vị: m, điều kiện: $x > 0$).

Khi đó chiều dài của bể chứa nước là $2x$ và chiều cao của bể chứa nước là $\frac{500}{3 \cdot x \cdot 2x} = \frac{250}{3x^2}$.

Diện tích cần xây dựng là:

$$S = x \cdot 2x + \frac{250}{3x^2} \cdot 2(x + 2x) = 2x^2 + \frac{500}{x}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

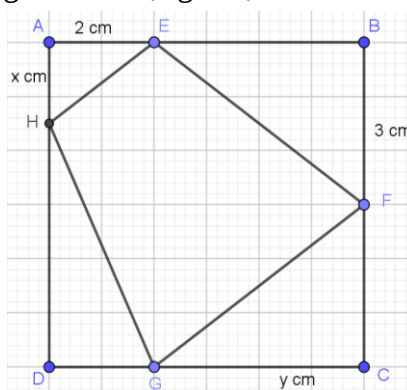
$$S = 2x^2 + \frac{250}{x} + \frac{250}{x} \\ \geq 3\sqrt{2x^2 \cdot \frac{250}{x} \cdot \frac{250}{x}} = 30$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi:

$$2x^2 = \frac{250}{x} \Leftrightarrow x = 5 \text{ (TMĐK)}.$$

Vậy kích thước của bể nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là chiều dài 10m, chiều rộng 5m, chiều cao thước của bể nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là chiều dài 10m, chiều rộng 5m, chiều cao $\frac{10}{3}$ m.

Câu 14. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ. Tìm tổng $x + y$ để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.



A. $x + y = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

B. $x + y = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

C. $x + y = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $x + y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Ta có S_{EFGH} nhỏ nhất $\Leftrightarrow S = S_{AEH} + S_{FCG} + S_{GDH}$ lớn nhất

Ta có: $2S = 2x + 3y + (6 - x)(6 - y) = xy - 4x - 3y + 36$ (1).

Mặt khác: $\square AEH$ đồng dạng $\square CGF$ nên $\frac{AE}{CG} = \frac{AH}{CF} \Rightarrow xy = 6$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $2S = 42 - \left(4x + \frac{18}{x}\right)$.

Ta có: $2S_{\max} \Leftrightarrow \left(4x + \frac{18}{x}\right)_{\min}$

$$\text{Biểu thức } \left(4x + \frac{18}{x}\right)_{\min} \Leftrightarrow 4x = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } x + y = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 15. Giả sử bạn được chỉ cho một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 100 m. Hỏi bạn phải chọn kích thước của hình chữ nhật bằng bao nhiêu để diện tích mảnh đất của bạn là lớn nhất.

A. chiều dài mảnh đất là 30 m, chiều rộng là 20 m.

B. chiều dài mảnh đất là 40 m, chiều rộng là 10 m.

C. chiều dài mảnh đất là 35 m, chiều rộng là 15 m.

D. chiều dài mảnh đất là 25 m, chiều rộng là 25 m.

Lời giải

Gọi độ dài của chiều dài, chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật lần lượt x, y (m), $x, y > 0$.

Chu vi của mảnh đất hình chữ nhật là $2(x + y) = 100$ nên $x + y = 50$.

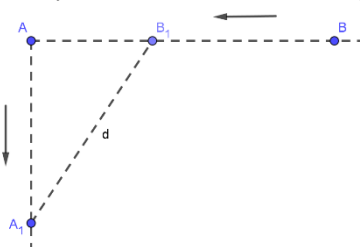
Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là $S = xy$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số dương: $S = xy \leq \frac{(x + y)^2}{4} = \frac{50^2}{4} = 625$.

Khi đó $S_{\max} = 625$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = 25$.

Vậy độ dài của chiều dài mảnh đất là 25 m, chiều rộng là 25 m.

Câu 16. Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lý. Đồng thời cả hai con tàu cùng khởi hành, một tàu chạy về hướng nam với 6 hải lý/giờ, còn tàu kia chạy về vị trí hiện tại của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lý/giờ. Hãy xác định thời điểm mà khoảng cách của hai tàu là nhỏ nhất?



A. sau $\frac{7}{17}$ giờ xuất phát

B. sau $\frac{5}{17}$ giờ xuất phát

C. sau $\frac{9}{17}$ giờ xuất phát

D. sau $\frac{8}{17}$ giờ xuất phát

Lời giải

Gọi d là khoảng cách của hai tàu sau khi xuất phát t (giờ), $t > 0$.

Ta có: $d^2 = AB_1^2 = (5 - BB_1)^2 + AA_1^2 = (5 - 7t)^2 + (6t)^2 = 85t^2 - 70t + 25$.

Suy ra $d = d(t) = \sqrt{85t^2 - 70t + 25} = \sqrt{85\left(t - \frac{7}{17}\right)^2 + \frac{180}{17}} \geq \frac{6\sqrt{85}}{17}$.

Khi đó $d_{\min} = \frac{6\sqrt{85}}{17}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t = \frac{7}{17}$.

Vậy sau $\frac{7}{17}$ giờ xuất phát thì khoảng cách hai tàu nhỏ nhất là nhỏ nhất.

- Câu 17.** Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 USD. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x USD thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?
- A. 80 USD. B. 70 USD. C. 30 USD. D. 90 USD.

Lời giải

Gọi y (USD) là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

$$\text{Ta có } y = (120 - x)(x - 40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x - 80)^2 + 1600 \leq 1600.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

DẠNG 4. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

- Câu 1.** Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc đồ thị của hàm số?
- A. $M_1(2; 3)$. B. $M_2(0; -1)$. C. $M_3\left(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$. D. $M_4(1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay $x = 0$ vào hàm số ta thấy $y = -1$. Vậy $M_2(0; -1)$ thuộc đồ thị hàm số.

- Câu 2.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số đã cho?
- A. $(-2; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(-2; -12)$. D. $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm vào hàm số ta thấy chỉ có điểm $(-2; 0)$ thỏa mãn.

- Câu 3.** Đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2-3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây?
- A. $(0; -3)$ B. $(3; 6)$ C. $(2; 5)$ D. $(2; 1)$

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $(0; -3)$ vào hàm số ta được: $f(0) = 3 \neq -3$ nên loại đáp án A

Thay tọa độ điểm $(3; 6)$ vào hàm số ta được: $f(3) = 9 - 3 = 6$, thỏa mãn nên chọn đáp án B

- Câu 4.** Đồ thị của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 2 \\ -3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?
- A. $(0; -3)$ B. $(3; 7)$ C. $(2; -3)$ D. $(0; 1)$

Lời giải

Với $x = 0 < 2$ thì $y = f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $(0; 1)$.

Đáp án D.

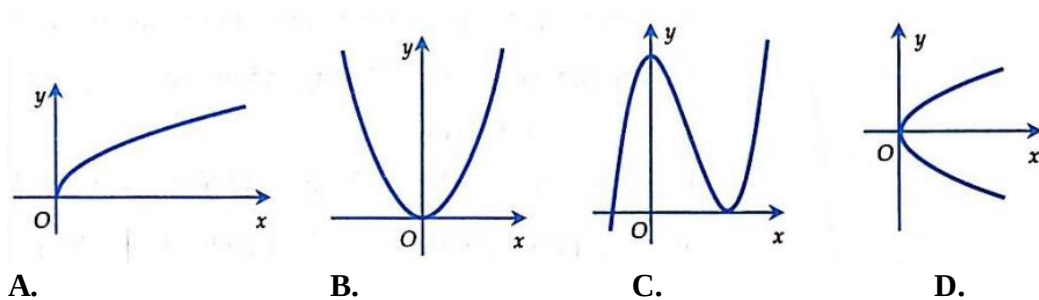
- Câu 5.** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x(x-1)}$?
- A. $M(0; -1)$ B. $M(2; 1)$ C. $M(2; 0)$ D. $M(1; 1)$

Lời giải

Với $x=2$ thì $y=0$. Vậy điểm $M(2;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

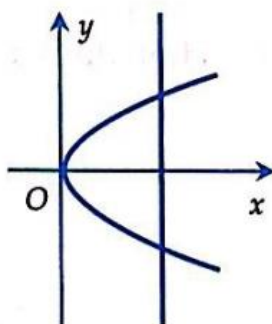
Đáp án C.

Câu 6. Đường cong trong hình nào dưới đây **không phải** là đồ thị của một hàm số dạng $y = f(x)$?



Lời giải

Đường cong trong hình D không phải là đồ thị của một hàm số dạng $y = f(x)$ vì mỗi giá trị $x > 0$ ứng với hai giá trị phân biệt của y .



Đáp án D.

Câu 7. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị trùng với đồ thị hàm số $y = x + 2$?

A. $y = (\sqrt{x+2})^2$

B. $y = \frac{(x+2)^2}{x+2}$

C. $y = x(x+1) + 2 - x^2$

D. $y = \frac{x^2(x+2)}{x^2}$

Lời giải

Đáp án C.

Tập xác định của hàm số

$y = x + 2$ là $\mathbb{R}$

Tập xác định của hàm số

$y = x(x+1) + 2 - x^2$ là $\mathbb{R}$.

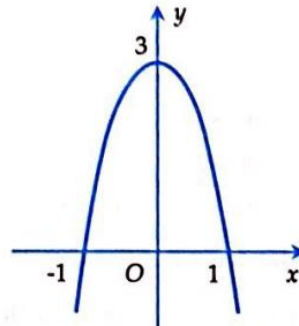
Mặt khác ta có

$y = x(x+1) + 2 - x^2 = x + 2$. Vậy đồ thị của hàm số $y = x(x+1) + 2 - x^2$ trùng với đồ thị của hàm số $y = x + 2$.

Các hàm số còn lại mặc dù sau khi rút gọn đều có dạng $y = x + 2$ nhưng có tập xác định không phải là $\mathbb{R}$ nên đồ thị không trùng với đồ thị hàm số $y = x + 2$.

Thật vậy, hàm số $y = (\sqrt{x+2})^2$ có tập xác định là $[-2; +\infty)$; hàm số $y = \frac{(x+2)^2}{x+2}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$; hàm số $y = \frac{x^2(x+2)}{x^2}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 8. Đường cong trong hình sau đây là đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = x^3 + 3x^2 - 3$
- B. $y = -x^2 + 2x + 3$
- C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$
- D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$

Lời giải

Đáp án D.

Đường cong trong hình vẽ đối xứng qua trục Oy nên là đồ thị của một hàm số chẵn. Mặt khác đường cong đi qua điểm $(0; 3)$. Do đó nó là đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$. Có bao nhiêu điểm trên đồ thị hàm số có tung độ bằng 1?
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Đáp án D.

$$y = 1 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3 = 1$$

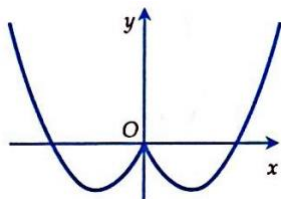
$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 2) = 0$$

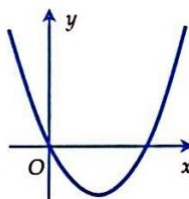
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x^2 - 2x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy có 3 điểm nào trên đồ thị hàm số có tung độ bằng 1.

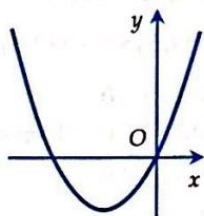
Câu 10. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x) = x^2 - 2|x|$?



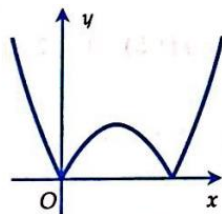
A.



B.



C.



D.

Lời giải

Đáp án A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^2 - 2|-x| \\ &= x^2 - 2|x| = f(x) \end{aligned}$$

Vậy hàm số $y = f(x) = |x^2 - 2|$ là hàm số chẵn. Do đó đồ thị của nó đối xứng qua trục Oy. Trong bốn đường cong đã cho chỉ có đường cong trong hình A là đối xứng qua Oy. Vậy A là đáp án đúng.

Câu 11. Có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

Đáp án B.

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x + \sqrt{x} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 0.$$

Đặt $\sqrt{x + \sqrt{x}} = n, n \in \mathbb{N}$. Suy ra:

$$x + \sqrt{x} = n^2 \Leftrightarrow 4x + 4\sqrt{x} + 1 - 4n^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{x} + 1)^2 - (2n)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{x} + 1 - 2n)(2\sqrt{x} + 1 + 2n) = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} + 1 - 2n = 1 \\ 2\sqrt{x} + 1 + 2n = 1 \end{cases}$$

(do $2\sqrt{x} + 1 + 2n > 0$)

$$\Rightarrow 4\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Với $x = 0$ thì $y = 0$. Vậy có duy nhất một điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số, đó là điểm có tọa độ $(0; 0)$.

DẠNG 5. XÁC ĐỊNH BIỂU THỨC CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = |-5x|$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $f(-1) = 5$.

B. $f(-2) = 10$.

C. $f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$.

D. $f(2) = 10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = f(x) = | -5x |^3 - 0 \cdot x^1$; nên $f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$ là mệnh đề sai.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x-2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

- A. $P = 3$. B. $P = 2$. C. $P = \frac{7}{3}$. D. $P = 6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(2) + f(-2) = \frac{2\sqrt{2-2}-3}{2-1} + (-2)^2 + 2 \Rightarrow P = 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Kết quả sai là

- A. $f(1) = 0$. B. $f(2) = 0$. C. $f(3) = 0$. D. $f(-4) = -24$.

Lời giải

Chọn D

$f(-4) = -210$.

Câu 4. Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1}, x \geq 0 \\ \frac{1}{x-1}, x < 0 \end{cases}$. Giá trị $f(0), f(2), f(-2)$ là

- A. $f(0) = 0; f(2) = \frac{2}{3}, f(-2) = 2$. B. $f(0) = 0; f(2) = \frac{2}{3}, f(-2) = -\frac{1}{3}$.
C. $f(0) = 0; f(2) = 1, f(-2) = -\frac{1}{3}$. D. $f(0) = 0; f(2) = 1, f(-2) = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(0) = \frac{0}{0+1} = 0, f(2) = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}, f(-2) = \frac{1}{-2-1} = -\frac{1}{3}$.

Câu 5. Cho hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{khi } -2 < x \leq 1 \\ x-1 & \text{khi } 1 < x \leq 2 \\ 5-x^2 & \text{khi } 2 < x \leq 5 \end{cases}$.

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $f(3) = 2$. B. $f(3) = -2$. C. $f(3) = -4$. D. $f(3) = -1$.

Lời giải

Chọn C

Với $x = 3$, ta có $f(x) = 5 - x^2$. Do đó: $f(3) = 5 - 3^2 = -4$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3(x-2) & \text{khi } -1 \leq x < 2 \\ \sqrt{x^2-4} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Tính giá trị $f(3)$.

- A. Không xác định. B. $f(3) = \sqrt{5}$ hoặc $f(3) = 3$.
C. $f(3) = \sqrt{5}$. D. $f(3) = 3$.

Lời giải**Chọn C**

Xét $x \geq 2$ hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$; nên $f(3) = \sqrt{3^2 - 4} = \sqrt{5}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x+1} & \text{khi } x \geq 0 \\ \frac{\sqrt[3]{2+3x}}{x-2} & \text{khi } -2 \leq x < 0 \end{cases}$. Ta có kết quả nào sau đây **đúng**?

A. $f(-1) = \frac{1}{3}; f(2) = \frac{7}{3}$.

B. $f(0) = 2; f(-3) = \sqrt{7}$.

C. $f(-1)$: không xác định; $f(-3) = -\frac{11}{24}$.

D. $f(-1) = \sqrt{8}; f(3) = 0$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $f(-1) = \frac{\sqrt[3]{2+3 \cdot (-1)}}{-1-2} = \frac{1}{3}$.

$f(2) = \frac{2 \cdot 2 + 3}{2+1} = \frac{7}{3}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -2x+1 & \text{khi } x \leq -3 \\ \frac{x+7}{2} & \text{khi } x > -3 \end{cases}$. Biết $f(x_0) = 5$ thì x_0 là

A. -2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải**Chọn B**

Với $x \leq -3$ ta có: $-2x+1=5 \Leftrightarrow x=-2$ (loại).

Với $x > -3$ ta có: $\frac{x+7}{2}=5 \Leftrightarrow x=3$ (nhận).

Vậy $x_0 = 3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \begin{cases} -2(x-2) & \text{nếu } -1 \leq x < 1 \\ \sqrt{x^2-1} & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$. Tính $f(-1)$.

A. -6.

B. 6.

C. 5.

D. -5.

Lời giải**Chọn A**

Vì $f(-1) = -2(-1-2) = -6$ nên chọn A.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2(x-3) & \text{nếu } -1 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x^2-1} & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$; giá trị của $f(-1); f(\sqrt{10})$ lần lượt là

A. 8 và 0.

B. 0 và 8.

C. -8 và 3.

D. 3 và -8.

Lời giải**Chọn C**

Ta có $\begin{cases} f(-1) = 2(-1-3) = -8 \\ f(\sqrt{10}) = \sqrt{\sqrt{10}^2 - 1} = 3 \end{cases}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-1} & \text{khi } x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x \in [0; 2] \\ x^2 - 1 & \text{khi } x \in (2; 5] \end{cases}$. Tính $f(4)$.

- A. Không tính được. B. $f(4) = \frac{2}{3}$. C. $f(4) = 15$. D. $f(4) = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $f(x) = x^2 - 1$ khi $x \in (2; 5] \Rightarrow f(4) = 4^2 - 1 = 15$

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 + 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Khi đó, $f(-2) + f(2)$ bằng

- A. 6. B. 4. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

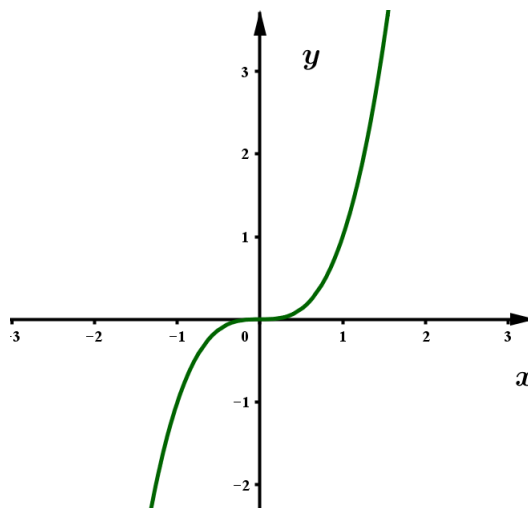
Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(2) = \frac{2\sqrt{2+2}-3}{2-1} = 1$, $f(-2) = (-2)^2 + 1 = 5$

Suy ra: $f(-2) + f(2) = 6$.

Câu 13. Hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tính giá trị biểu thức $f(\sqrt{2018}) + f(-\sqrt{2018})$

- A. -2018. B. 0. C. 2018. D. 4036.

Lời giải

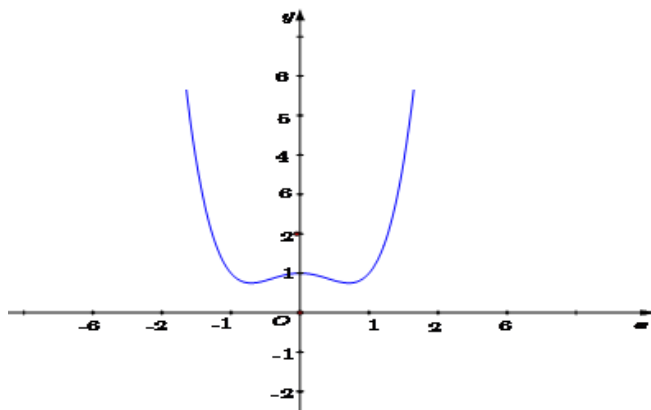
Chọn B

Dựa vào hình dáng của đồ thị ta thấy rằng hàm số đối xứng qua $O(0;0)$ nên là hàm số lẻ.

Suy ra $f(-x) = -f(x) \Rightarrow f(-x) + f(x) = 0$

Vì vậy $f(\sqrt{2018}) + f(-\sqrt{2018}) = 0$.

Câu 14. Hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $f(-1) = f(1) = 1$. B. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-6; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn đồ thị ta có:

$$f(-1) = f(1) = 1 \Rightarrow A \text{ đúng.}$$

Đồ thị không có tâm đối xứng nên B sai.

Trên khoảng $(1; 5)$ đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5) \Rightarrow C$ đúng.

Trên khoảng $(-6; -1)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-6; -1) \Rightarrow D$ đúng.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{2016+9x} - \sqrt{2016-9x}}{|x|}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$S = f(220) + f(-221) + f(222) + f(-223) + f(-220) + f(221) + f(-222) + f(223) + f(224)$$

- A. $24\sqrt{7}$. B. $\frac{24\sqrt{7}}{223}$. C. $\frac{6\sqrt{7}}{55}$. D. $\frac{3\sqrt{7}}{28}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Tập xác định } D = \left[\frac{-2016}{9}; \frac{2016}{9} \right] \setminus \{0\}.$$

$\forall x \in D$, ta có $-x \in D$ và

$$f(-x) = \frac{\sqrt{2016-9x} - \sqrt{2016+9x}}{|-x|} = -\frac{\sqrt{2016+9x} - \sqrt{2016-9x}}{|x|} = -f(x).$$

Do đó $f(x)$ là hàm số lẻ, và $f(x) + f(-x) = 0$.

$$\begin{aligned} S &= f(220) + f(-221) + f(222) + f(-223) + f(-220) + f(221) + f(-222) + f(223) + f(224) \\ &= f(220) + f(-220) + f(-221) + f(221) + f(222) + f(-222) + f(-223) + f(223) + f(224) \\ &= f(224) = \frac{3\sqrt{7}}{28}. \end{aligned}$$

Câu 16. Cho hai hàm số $f(x) = x^2 + 5$ và $g(x) = x^3 + 2x^2 + 1$. Tính tổng các hệ số của hàm số $f(g(x))$.

- A. 18 B. 19 C. 20 D. 21

Lời giải

Cách 1: $f(g(x)) = (x^3 + 2x^2 + 1)^2 + 5 = x^6 + 4x^5 + 4x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 6$.

Vậy tổng các hệ số của $f(g(x))$ là $1 + 4 + 4 + 2 + 4 + 6 = 21$.

Cách 2: Áp dụng kết quả: “Cho đa thức $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$. Khi đó tổng các hệ số của $P(x)$ là $P(1)$ ”, ta có tổng các hệ số của $f(g(x))$ là $f(g(1))$ mà $g(1) = 4$ nên $f(g(1)) = 4^2 + 5 = 21$.

Đáp án D.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\forall x \in \mathbb{R} : f(x-1) = x^2 + 3x - 2$. Tìm biểu thức $f(x)$.

A. $f(x) = x^2 + 5x + 2$ **B.** $f(x) = x^2 + 5x - 2$

C. $f(x) = x^2 + x - 2$ **D.** $f(x) = x^2 + x + 2$

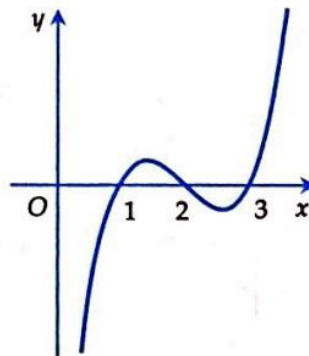
Lời giải

Ta có $\forall x \in \mathbb{R} : f(x-1) = x^2 + 3x - 2 = (x-1)^2 + 5(x-1) + 2$.

Do đó $f(x) = x^2 + 5x + 2$.

Đáp án A.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $f(1,5) < 0 < f(2,5)$

B. $f(1,5) < 0, f(2,5) < 0$

C. $f(1,5) > 0, f(2,5) > 0$

D. $f(1,5) > 0 > f(2,5)$

Lời giải

Đáp án D.

Quan sát trên đồ thị ta thấy $f(x) > 0 \forall x \in (1; 2)$ và $f(x) < 0 \forall x \in (2; 3)$.

Do đó $f(1,5) > 0 > f(2,5)$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{36\}$. Biết

$f(2x-5) = x^2 + 3x - 2$ và $g(5x+1) = \frac{x}{x-7}$. Tính $g(f(1))$.

A. $g(f(1)) = \frac{-3}{4}$

B. $g(f(1)) = \frac{3}{4}$

C. $g(f(1)) = \frac{47}{4}$

D. $g(f(1)) = \frac{-47}{4}$

Lời giải**Đáp án A.**Ta có $2x-5=1 \Leftrightarrow x=3$.Vậy $f(1)=3^2+3.3-2=16$.Lại có $5x+1=16 \Leftrightarrow x=3$.Vậy $g(f(1))=\frac{3}{3-7}=\frac{-3}{4}$.**Câu 20.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^3+\frac{1}{x^3} \forall x \neq 0$. Tính $f(3)$.**A.** $f(3)=36$ **B.** $f(3)=18$ **C.** $f(3)=29$ **D.** $f(3)=25$ **Lời giải****Đáp án B.**Ta có $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^3+\frac{1}{x^3}$

$$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right).$$

Do đó $f(x)=x^3-3x$.Vậy $f(3)=3^3-3.3=18$.**Câu 21.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ thỏa mãn $f\left(\frac{3x-2}{x-1}\right)=x+2 \forall x \neq 1$. Tính $f(2)+f(4)$.**A.** $f(2)+f(4)=6$ **B.** $f(2)+f(4)=2$ **C.** $f(2)+f(4)=-6$ **D.** $f(2)+f(4)=-2$ **Lời giải****Đáp án A.****Cách 1:** Đặt $\frac{3x-2}{x-1}=t$

$$\Rightarrow x=\frac{t-2}{t-3} \Rightarrow x+2=\frac{3t-8}{t-3}.$$

Do đó ta có

$$f(t)=\frac{3t-8}{t-3} \Rightarrow f(x)=\frac{3x-8}{x-3}.$$

Vậy $f(2)+f(4)=6$.**Cách 2:**

$$\frac{3x-2}{x-1}=2 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow f(2)=2;$$

$$\frac{3x-2}{x-1}=4 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow f(4)=4.$$

Vậy $f(2)+f(4)=6$.