

PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Khái niệm vector

Vector là một đoạn thẳng có hướng.

Vector có điểm đầu là A , điểm cuối là B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$, đọc là "vector AB ".

Để vẽ vector $\overrightarrow{AB}$ ta vẽ đoạn thẳng AB và đánh dấu mũi tên ở đầu mút B



Đối với vectơ $\overrightarrow{AB}$, ta gọi:

- Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B là giá của vectơ $\overrightarrow{AB}$

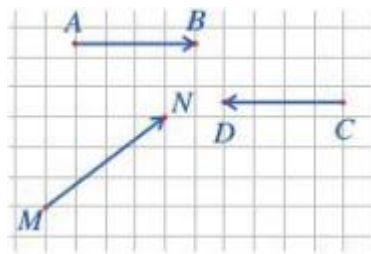


- Độ dài đoạn thẳng AB là độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}$, kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$.

Ví dụ 1. Cho hai điểm phân biệt H, K . Viết hai vectơ mà điểm đầu và điểm cuối là H hoặc K .

Giải. Hai vectơ thỏa mãn yêu cầu đề bài là $\overrightarrow{HK}$ và $\overrightarrow{KH}$.

Ví dụ 2. Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{MN}$



biết rằng độ dài cạnh của ô vuông bằng $1cm$.

Giải

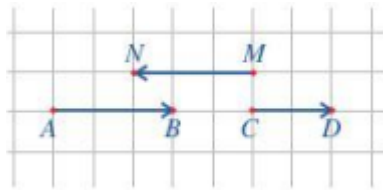
$$|\overrightarrow{AB}| = 4cm, |\overrightarrow{CD}| = 4cm, |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(cm).$$

II. Vectơ cùng phương, vectơ cùng hướng

Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Nhận xét: Nếu hai vectơ cùng phương thì hoặc chúng cùng hướng hoặc chúng ngược hướng.

Ví dụ 3. Trong hình bên,



tìm vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$; ngược hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$.

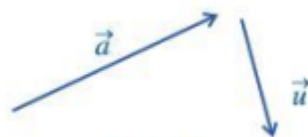
Giải

Vectơ $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$, vectơ $\overrightarrow{MN}$ ngược hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$.

III. Hai vectơ bằng nhau

Hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài, kí hiệu: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

Khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của vectơ, vectơ còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{u}, \vec{v}, \dots$



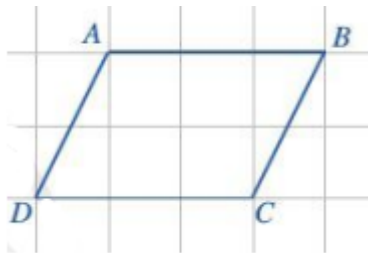
Độ dài của vectơ $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.

Nhận xét

- Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$.

- Khi cho trước vectơ $\vec{a}$ và điểm O , thì ta luôn tìm được một điểm A duy nhất sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$.

Ví dụ 4 Cho hình bình hành $ABCD$



a) Vectơ nào bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$?

b) Vectơ nào bằng vectơ $\overrightarrow{AD}$

Giải

a) Vì $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ cùng hướng và $AB = DC$ nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

b) Vì $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng và $AD = BC$ nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

IV. Vectơ-không

Cho điểm A , ta xét một vectơ đặc biệt, trong đó A vừa là điểm đầu vừa là điểm cuối. Vectơ này được kí hiệu là $\overrightarrow{AA}$ và gọi là vectơ-không.

Vectơ-không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, kí hiệu là $\vec{0}$.

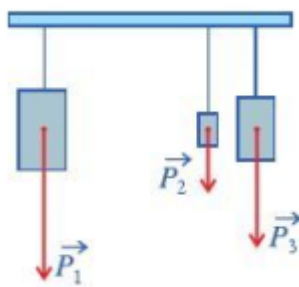
Với các điểm bất kì A, B, C ta có: $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC}$.

Vectơ $\overrightarrow{AA}$ nằm trên mọi đường thẳng đi qua A . Ta quy ước $\vec{0}$ (vectơ-không) cùng phương và cùng hướng với mọi vectơ; $|\vec{0}| = 0$.

Nhận xét: Hai điểm A, B trùng nhau khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

V. Biểu thị một số đại lượng có hướng bằng vectơ

Ví dụ 5. Khi treo ba vật, mỗi vật sẽ tác dụng vào thanh treo một lực (trọng lực) như ở hình dưới



Nhận xét đặc điểm về phương, hướng của ba vectơ biểu thị trọng lực.

Giải

Trong vật lí, các vectơ trọng lực có cùng hướng nên ba vectơ $\overrightarrow{P_1}, \overrightarrow{P_2}, \overrightarrow{P_3}$ biểu thị trọng lực có cùng hướng.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Hãy tính số các véc-tơ (khác $\vec{0}$) mà các điểm đầu và điểm cuối được lấy từ các điểm phân biệt đã cho trong các trường hợp sau đây:

a) Hai điểm. b) Ba điểm. c) Bốn điểm.

Lời giải.

a) Với hai điểm A, B có hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}$.

b) Với ba điểm A, B, C có 6 véc-tơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}$.

c) Với bốn điểm A, B, C có 4 cách chọn điểm đầu và có 3 cách chọn điểm cuối khác điểm đầu nên có $4.3 = 12$ véc-tơ.

Tổng quát: với n điểm phân biệt thì có $n(n-1)$ véc-tơ khác $\vec{0}$.

Câu 2. Véc-tơ đối của véc-tơ $\vec{a}$ là véc-tơ nào? Véc-tơ đối của véc-tơ $-\vec{a}$ là véc-tơ nào?

Lời giải.

a) Véc-tơ đối của véc-tơ $\vec{0}$ là $\vec{0}$. b) Véc-tơ đối của véc-tơ $-\vec{a}$ là $\vec{a}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

a) Xác định các véc-tơ khác véc-tơ - không, cùng phương với $\vec{MN}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.

b) Xác định các véc-tơ khác véc-tơ - không, cùng hướng với $\vec{AB}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.

c) Vẽ các véc-tơ bằng véc-tơ $\vec{NP}$ mà có điểm đầu A, B .

Lời giải.

a) Các véc-tơ khác véc-tơ không cùng phương với $\vec{MN}$ là $\vec{NM}, \vec{AB}, \vec{BA}, \vec{AP}, \vec{PA}, \vec{BP}, \vec{PB}$.

b) Các véc-tơ khác véc-tơ - không cùng hướng với $\vec{AB}$ là $\vec{AP}, \vec{PB}, \vec{NM}$.

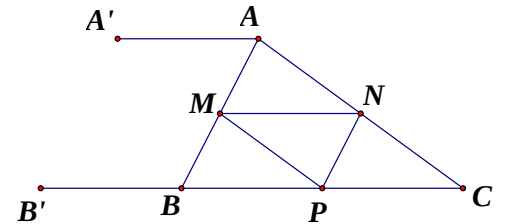
c) Trên tia CB lấy điểm B' sao cho $BB' = NP$.

Khi đó ta có $\vec{BB'}$ là véc-tơ có điểm đầu là B và bằng véc-tơ $\vec{NP}$.

Qua A dựng đường thẳng song song với đường thẳng NP .

Trên đường thẳng đó lấy điểm A' sao cho $\vec{AA'}$ cùng hướng với $\vec{NP}$ và $AA' = NP$.

Khi đó ta có là véc-tơ $\vec{AA'}$ có điểm đầu là A và bằng véc-tơ $\vec{NP}$.



Câu 4. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi I là trung điểm của BC . Dựng điểm B' sao cho $\vec{B'B} = \vec{AG}$.

a) Chứng minh rằng $\vec{BI} = \vec{IC}$.

b) Gọi J là trung điểm của BB' . Chứng minh rằng $\vec{BJ} = \vec{IG}$.

Lời giải.

a) Vì I là trung điểm của BC nên $BI = CI$ và $\vec{BI}$ cùng hướng với $\vec{IC}$ do đó hai véc-tơ $\vec{BI}, \vec{IC}$ bằng nhau hay $\vec{BI} = \vec{IC}$.

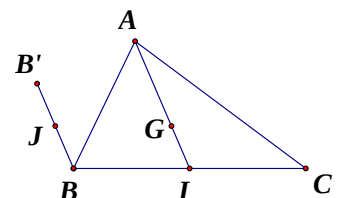
b) Ta có $\vec{B'B} = \vec{AG}$ suy ra $B'B = AG$ và $B'B \parallel AG$. Do đó $\vec{BJ}, \vec{IG}$ cùng hướng. (1)

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $IG = \frac{1}{2}AG$

và J là trung điểm BB' suy ra $BJ = \frac{1}{2}BB'$.

Vì vậy $BJ = IG$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $\vec{BJ} = \vec{IG}$.



Câu 5. Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi B' là điểm đối xứng với B qua O . Chứng minh rằng $\vec{AH} = \vec{B'C'}$, $\vec{AB'} = \vec{HC}$.

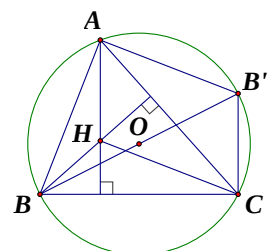
Lời giải.

Vì BB' là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên

$\angle BAB' = \angle BCB' = 90^\circ$.

Do đó $CH \parallel B'A$ và $AH \parallel B'C$. Suy ra tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.

Vậy $\vec{AH} = \vec{B'C'}$, $\vec{AB'} = \vec{HC}$.



Câu 6. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy hai điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$; BE cắt AM tại N . Chứng minh $\overrightarrow{NA} = -\overrightarrow{NM}$ là hai vec-tơ đối nhau.

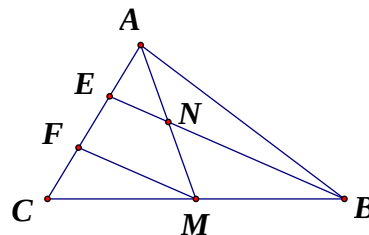
Lời giải.

Ta có $FM \parallel BE$ vì FM là đường trung bình của tam giác CEB .

Mà $EA = EF$ nên EN là đường trung bình của tam giác AFM .

Suy ra N là trung điểm của AM .

Vậy $\overrightarrow{NA} = -\overrightarrow{NM}$.



Câu 7. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh rằng $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

Lời giải.

Do M, Q lần lượt là trung điểm của AB và AD nên MQ là đường trung bình của tam giác ABD .

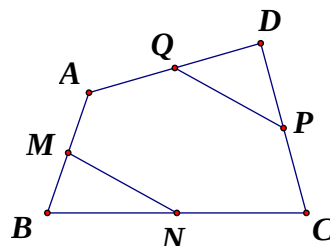
Suy ra $MQ \parallel BD$ và $MQ = \frac{1}{2}BD$. (1)

Tương tự NP là đường trung bình của tam giác BCD .

Suy ra $NP \parallel BD$ và $NP = \frac{1}{2}BD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MQ \parallel NP$ và $MQ = NP$ do đó tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Vậy ta có $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.



Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{QB}$.

Lời giải.

Ta có $DM = BN \Rightarrow AN = MC$, mặt khác AN song song với MC do tứ giác $ANCM$ là hình bình hành.

Suy ra $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$.

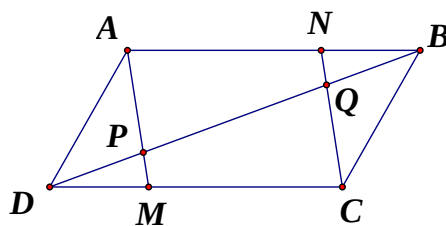
Xét tam giác $\triangle DMP$ và $\triangle BNQ$ ta có

$$\begin{cases} DM = NB & (\text{giả thiết}) \\ \angle PDM = \angle QBN & (\text{so le trong}). \end{cases}$$

Mặt khác $\angle DMP = \angle APB$ (đối đỉnh) và $\angle APQ = \angle NQB$ (hai góc đồng vị) suy ra $\angle DMP = \angle BNQ$.

Do đó $\triangle DMP = \triangle BNQ$ (c.g.c) suy ra $DB = QB$.

Dễ thấy $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{QB}$ cùng hướng vì vậy $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{QB}$.

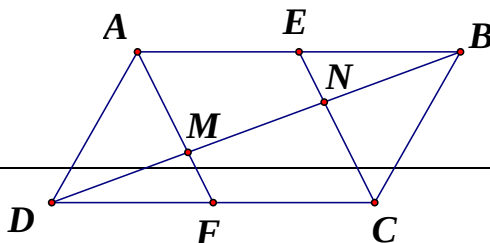


Câu 9. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD . Nối AF và CE , hai đường này cắt đường chéo BD lần lượt tại M và N . Chứng minh $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NB}$.

Lời giải.

Ta có $AECF$ là hình bình hành nên: $EN \parallel AM$.

Vì E là trung điểm AB nên N là trung điểm của BM , do đó $MN = NB$.



Tương tự, M là trung điểm của DN , do đó $DM = MN$.

Hơn nữa, vì các véc-tơ cùng hướng nên $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NB}$.

- Câu 10.** Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ với A, D, F không thẳng hàng. Dựng các vectơ $\overrightarrow{EH}$ và $\overrightarrow{FG}$ bằng vectơ $\overrightarrow{AD}$. Chứng minh tứ giác $CDGH$ là hình bình hành.

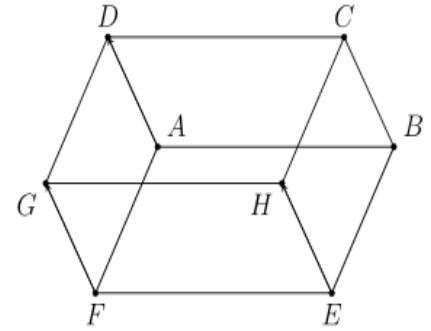
Lời giải

Ta có $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG} \Rightarrow$ Tứ giác $FEHG$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{FE}$ (1).

Ta có $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FE} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FE}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{DC}$.

Vậy tứ giác $GHCD$ là hình bình hành.



PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Vectơ có điểm đầu là D , điểm cuối là E được kí hiệu là:

A. DE . B. $|\overrightarrow{DE}|$. C. $\overrightarrow{ED}$. D. $\overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn D

- Câu 2.** Cho tứ giác $ABCD$. Số các vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và cuối là đỉnh của tứ giác bằng:

A. 4 B. 6 C. 8 D. 12.

Lời giải

Chọn D

Hai điểm phân biệt, giả sử A, B tạo thành hai véc tơ khác véc tơ- không là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$.

Vì vậy từ 4 đỉnh A, B, C, D của tam giác ta có 6 cặp điểm phân biệt nên có 12 véc tơ khác véc tơ – không được tạo thành.

- Câu 3.** Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Hỏi cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{MB}$. C. $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{MB}$. D. $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn A

- Câu 4.** Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Chọn D

Tập hợp điểm D là đường tròn tâm C , bán kính bằng $|\overrightarrow{AB}|$

- Câu 5.** Xét các mệnh đề sau

(I): Véc tơ – không là véc tơ có độ dài bằng 0.

(II): Véc tơ – không là véc tơ có nhiều phương.

A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. (I) và (II) đúng. D. (I) và (II) sai.

Lời giải

Chọn C

- Câu 6.** Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$. B. $\overrightarrow{AC} = a$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Cho M là một điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AB = 3AM$. Hãy tìm khẳng định sai?

- A. $|\overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MA}|$. B. $|\overrightarrow{MA}| = 2|\overrightarrow{MB}|$. C. $|\overrightarrow{BA}| = 3|\overrightarrow{AM}|$. D. $|\overrightarrow{AM}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BM}|$.

Lời giải

Chọn D

Câu 8. Cho hình bình hành ABCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9. Cho hình bình hành ABCD tâm O. Các vectơ ngược hướng với $\overrightarrow{OB}$ là:

- A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{OD}$. B. $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{BO}$. C. $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DO}$. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{BO}$

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 3, AD = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. B. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$. C. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}|$. D. $|\overrightarrow{BD}| = 7$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11. Cho hình chữ nhật ABCD tâm I, $AB = 3, BC = 4$. Khi đó $|\overrightarrow{BI}|$ là:

- A. 7. B. $\frac{5}{2}$. C. 5. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 12. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng.
B. Hai vectơ cùng phương thì giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
C. Hai vectơ có giá vuông góc thì cùng phương.
D. Hai vectơ ngược hướng với 1 vectơ thứ ba thì cùng phương.

Lời giải

Chọn B

Câu 13. Cho tam giác đều ABC với đường cao AH. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC}$. B. $|\overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{HC}|$. C. $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{HC}|$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ thì:

- A. tam giác ABC là tam giác cân B. tam giác ABC là tam giác đều
C. A là trung điểm đoạn BC D. điểm B trùng với điểm C

Lời giải

Đáp án D

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow B \equiv C$$

Câu 15. Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$ C. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$ D. $\overrightarrow{NP}$ và $\overrightarrow{NM}$

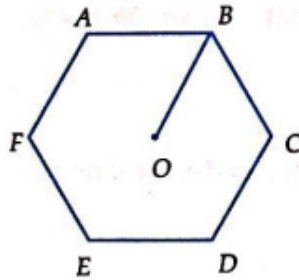
Lời giải

Đáp án A

Câu 16. Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector khác vector không, cùng phương với vector $\overrightarrow{OB}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Lời giải



Các vector cùng phương với vector $\overrightarrow{OB}$ là:

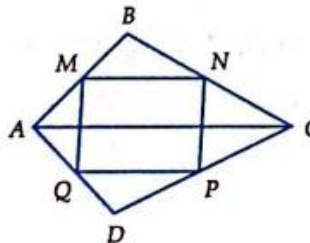
$$\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{AF}.$$

Đáp án B.

Câu 17. Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ B. $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$ C. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases} \text{ (do cùng song song và bằng } \frac{1}{2} AC \text{).}$$

Do đó $MNPQ$ là hình bình hành.

Đáp án D.

Câu 18. Cho ba điểm A, B, C phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$ cùng hướng
C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ngược hướng D. $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương

Lời giải

Với ba trường hợp lần lượt A, B, C nằm giữa thì ta luôn có $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương.

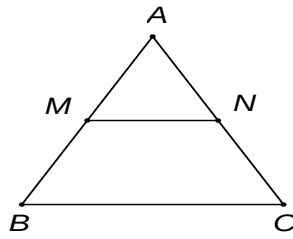
Đáp án D.

Câu 19. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$ D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Lời giải

Chọn D



Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC .

$$\text{Do đó } BC = 2MN \longrightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|.$$

Câu 20. Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

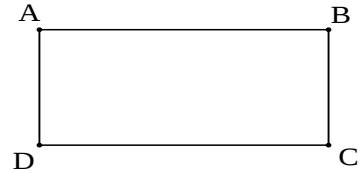
- A. $ABCD$ là hình bình hành. B. $ABDC$ là hình bình hành.
C. AD và BC có cùng trung điểm. D. $AB = CD$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC \text{ là hình bình hành.}$$



• Mặt khác, $ABDC$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}.$$

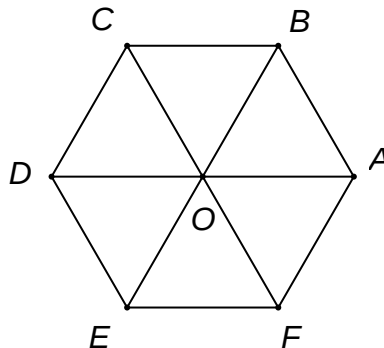
Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành.

Câu 21. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$. C. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.

Lời giải

Chọn D



Hai vector này ngược hướng.

Câu 22. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên làm điểm gốc hoặc điểm ngọn các vector. Tìm mệnh đề **sai**:

- A. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{PQ}$ B. Có 4 vector bằng $\overrightarrow{AR}$
C. Có 3 vector bằng $\overrightarrow{BO}$ D. Có 5 vector bằng $\overrightarrow{OP}$

Lời giải

Chọn C

- Câu 23.** Cho hai điểm phân biệt A và B . Điều kiện để điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:
A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$. **B.** $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$. **C.** $IA = IB$. **D.** $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}.$$

- Câu 24.** Cho hình thoi $ABCD$ có tâm I . Hãy cho biết số khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
 a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ c) $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IO}$

d) $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA}$ e) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ f) $2|\overrightarrow{IA}| = |\overrightarrow{BD}|$

A. 3.

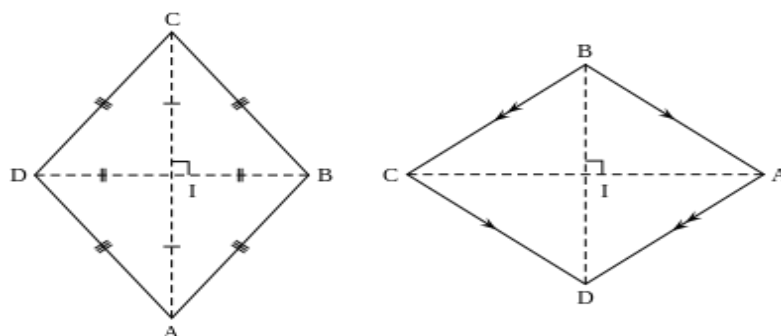
B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A



- Câu 25.** Điền từ thích hợp vào dấu (...) để được mệnh đề đúng. Hai véc tơ ngược hướng thì (...).
A. Bằng nhau. **B.** Cùng phương. **C.** Cùng độ dài. **D.** Cùng điểm đầu.

Lời giải

Chọn B

- Câu 26.** Cho vector $\vec{a}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Có vô số vector $\vec{u}$ mà $\vec{u} = \vec{a}$.

B. Có duy nhất một $\vec{u}$ mà $\vec{u} = \vec{a}$.

C. Có duy nhất một $\vec{u}$ mà $\vec{u} = -\vec{a}$.

D. Không có vector $\vec{u}$ nào mà $\vec{u} = \vec{a}$.

Lời giải

Chọn A

Cho vector $\vec{a}$, có vô số vector $\vec{u}$ cùng hướng và cùng độ dài với vector $\vec{a}$. Nên có vô số vector $\vec{u}$ mà $\vec{u} = \vec{a}$.

- Câu 27.** Cho hình bình hành $ABGE$. Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EG}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BE}$.

C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BE}$.

D. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GE}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Hình bình hành } ABGE \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GE}.$$

- Câu 28.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Hãy tìm các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho bằng với $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{FD}$

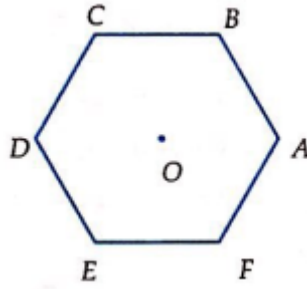
B. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ED}$

C. $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$

D. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$

Lời giải

Đáp án D

Các vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là:

$\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$

Câu 29. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Xác định các vector cùng phương với $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$

B. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{AP}$

C. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$

D. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{PN}, \overrightarrow{CP}$

Lời giải

Đáp án C

Có 3 đường thẳng song song với MN là AC, AP, PC

Nên có 7 vector

$\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$

Câu 30. Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng khi và chỉ khi:

A. Điểm B thuộc đoạn AC B. Điểm A thuộc đoạn BC C. Điểm C thuộc đoạn AB D. Điểm A nằm ngoài đoạn BC

Lời giải

Đáp án A



Câu 31. Cho tam giác đều cạnh $2a$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AB} = 2a$

C. $|\overrightarrow{AB}| = 2a$

D. $\overrightarrow{AB} = AB$

Lời giải

Đáp án C

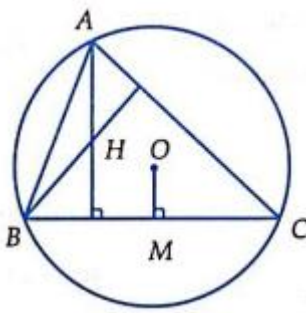
Vì tam giác đều nên $AB = |\overrightarrow{AB}| = 2a$

Câu 32. Cho tam giác không cân ABC . Gọi H, O lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác. M là trung điểm của BC . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Tam giác ABC nhọn thì $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng hướng.B. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ luôn cùng hướng.C. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng phương nhưng ngược hướng.D. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ có cùng giá

Lời giải

Đáp án A



Thật vậy khi $\triangle ABC$ nhọn thì ta có:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \parallel OM$$

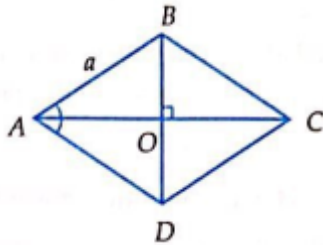
O, H nằm trong tam giác $\Rightarrow \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng hướng

Câu 33. Cho hình thoi tâm O , cạnh bằng a và $A = 60^\circ$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $|\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $|\overrightarrow{OA}| = a$ C. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$ D. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Đáp án A



$$\text{Vì } A = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 34. Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\forall M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$. B. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.
C. $\forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$. D. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ.

Suy ra $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$ không cùng phương $\Rightarrow \forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$.

Câu 35. Cho hai điểm phân biệt A, B . Số vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B là:

- A. 2. B. 6. C. 13. D. 12.

Lời giải

Chọn A

Số vector (khác $\vec{0}$) là $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BA}$.

Câu 36. Gọi C là trung điểm của đoạn AB . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.
C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CB}$ ngược hướng. D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}|$.

Lời giải

Chọn B

Ta có C là trung điểm của đoạn AB và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 37. Cho hình bình hành $ABCD$. Các vectơ là vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AD}$ là

- A. $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

Vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AD}$ là $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$.

Câu 38. Số vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là

- A. 42. B. 3. C. 9. D. 27.

Lời giải

Chọn A

Số vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là $7.6 = 42$

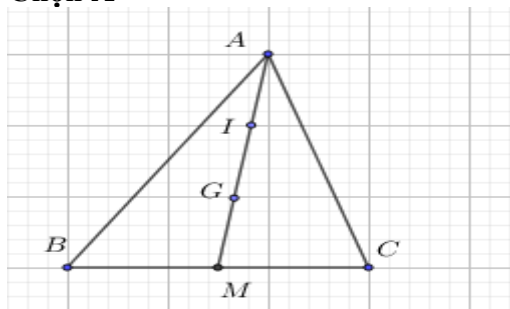
Câu 39. Cho tam giác ABC đều cạnh a và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG .

Độ dài của vectơ $\overrightarrow{BI}$ là

- A. $a \frac{\sqrt{21}}{6}$. B. $a \frac{\sqrt{21}}{3}$. C. $a \frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $a \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $|\overrightarrow{AB}| = AB = a$

Gọi M là trung điểm của BC

Ta có $|\overrightarrow{AG}| = AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \sqrt{AB^2 - BM^2} = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

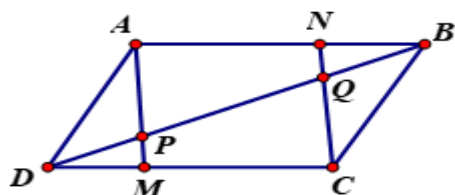
$|\overrightarrow{BI}| = BI = \sqrt{BM^2 + MI^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$

Câu 40. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{QB}$. B. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$. C. $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$. D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $DM = BN \Rightarrow AN = MC$, mặt khác AN song song với MC do đó tứ giác $ANCM$ là hình bình hành. Suy ra $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$.

Xét tam giác $\triangle DMP$ và $\triangle BNQ$ ta có $DM = NB$ (giả thiết), $PDM = QBN$ (so le trong)

Mặt khác $DMP = APB$ (đối đỉnh) và $APQ = NQB$ (hai góc đồng vị) suy ra $DMP = BNQ$.

Do đó $\triangle DMP = \triangle BNQ$ (c.g.c) suy ra $DB = QB$.

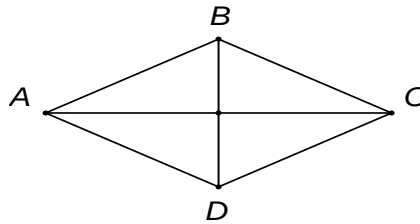
Dễ thấy $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{QB}$ cùng hướng vì vậy $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{QB}$.

Câu 41. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $BAD = 60^\circ$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$. B. $|\overrightarrow{BD}| = a$. C. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$.

Lời giải

Chọn B



Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a nên $BD = a \longrightarrow |\overrightarrow{BD}| = a$.

Câu 42. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là các vector khác $\vec{0}$ với $\vec{a}$ là vector đối của $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương. B. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng.
C. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài. D. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ chung điểm đầu.

Lời giải

Chọn D

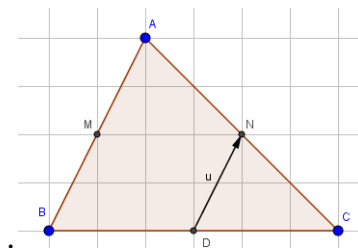
Ta có $\vec{a} = -\vec{b}$. Do đó, $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương, cùng độ dài và ngược hướng nhau.

Câu 43. Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là:

- A. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. B. $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.
C. $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$. D. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.

Lời giải

Chọn A



Nhìn hình ta thấy vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là: $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.

Câu 44. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DC, AB ; P là

giao điểm của AM , DB và Q là giao điểm của CN , DB . Khẳng định nào sau đây là đúng nhất.

- A. $\overline{DM} = \overline{NB}$ B. $\overline{DP} = \overline{PQ} = \overline{QB}$ C. Cả A, B đều đúng D. Cả A, B đều sai

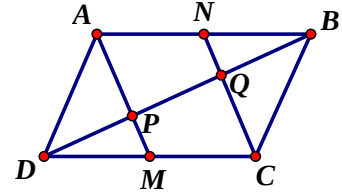
Lời giải

Chọn C

Ta có tứ giác $DMBN$ là hình bình hành vì

$$DM = NB = \frac{1}{2}AB, DM \parallel NB. \text{ Suy ra } \overline{DM} = \overline{NB}.$$

Xét tam giác CDQ có M là trung điểm của DC và $MP \parallel QC$ do đó P là trung điểm của DQ . Tương tự xét tam giác ABP suy ra được Q là trung điểm của PB



Vì vậy $DP = PQ = QB$ từ đó suy ra $\overline{DP} = \overline{PQ} = \overline{QB}$.

Câu 45. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD với $AB = 2CD$. Từ C vẽ $\overline{CI} = \overline{DA}$. Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

- A. $\overline{AD} = \overline{IC}$ B. $\overline{DI} = \overline{CB}$
C. Cả A, B đều đúng D. A đúng, B sai

Lời giải

Chọn C

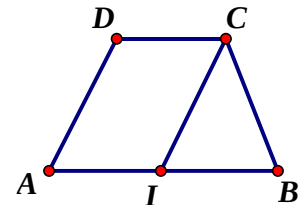
Ta có $\overline{CI} = \overline{DA}$ suy ra $AICD$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overline{AD} = \overline{IC}$$

Ta có $DC = AI$ mà $AB = 2CD$ do đó $AI = \frac{1}{2}AB \Rightarrow I$ là trung điểm AB

Ta có $DC = IB$ và $DC \parallel IB \Rightarrow$ tứ giác $BCDI$ là hình bình hành

Suy ra $\overline{DI} = \overline{CB}$

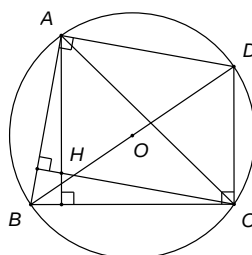


Câu 46. Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{CH}$. B. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{HC}$.
C. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AC} = \overline{CH}$. D. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{HC}$ và $\overline{OB} = \overline{OD}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc DCB chắn nửa đường tròn). Suy ra $AH \parallel DC$.

Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD$.

Câu 47. Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$

B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{HC}$

C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$

D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$

Lời giải

Ta có BD là đường kính $\Rightarrow \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$.

$AH \perp BC, DC \perp BC \Rightarrow AH \parallel DC$ (1)

Ta lại có $CH \perp AB, DA \perp AB \Rightarrow CH \parallel DA$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ tứ giác $HADC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}; \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Đáp án C.

Câu 48. Cho $\triangle ABC$ với điểm M nằm trong tam giác. Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB và N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với M qua A', B', C' . Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$ và $\overrightarrow{QB} = \overrightarrow{NC}$

B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$ và $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CN}$ và $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{QN}$

D. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$

Lời giải

Ta có $AMCP$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$

Lại có $AQBM$ và $BMCN$ là hình bình hành

$\Rightarrow NC = BM = QA$

$\Rightarrow AQNC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$.

Đáp án B.

Câu 49. Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi D là điểm đối xứng với B qua O . Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$

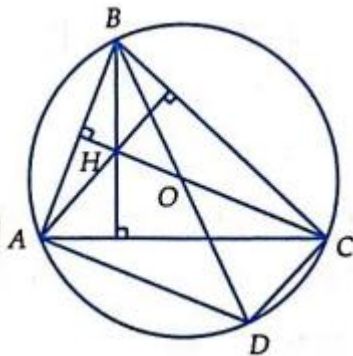
B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AH}$

Lời giải

Đáp án A



Ta có thể chỉ ra được $ADCH$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$

Câu 50. Cho đường tròn tâm O . Từ điểm A nằm ngoài (O) , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới (O) . Xét mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ (II) $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC}$ (III) $|\overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{CO}|$

Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ (I)

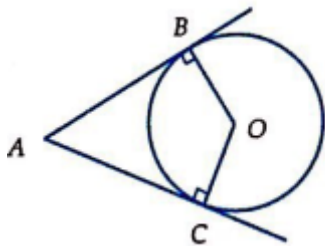
B. (I) và (III)

C. (I), (II), (III)

D. Chỉ (III)

Lời giải

Đáp án D



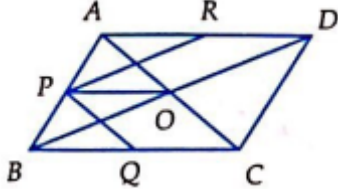
Ta có: $OB = OC = R \Rightarrow |\overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{CO}|$

Câu 51. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vector. Tìm mệnh đề sai?

A. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{PR}$ B. Có 4 vector bằng $\overrightarrow{AR}$ C. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{BO}$ D. Có 5 vector bằng $\overrightarrow{OP}$

Lời giải

Đáp án D



Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$

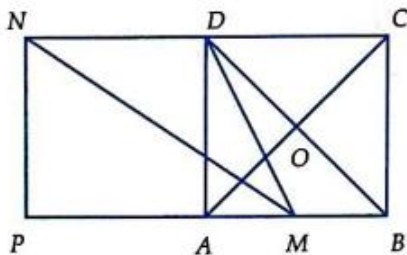
$\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{PO} = \overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{QC}, \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{PR}, \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{RA} = \overrightarrow{DR} = \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{QB}$

Câu 52. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của vector $\overrightarrow{MN}$.

A. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ B. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$ C. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ D. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{4}$

Lời giải

Đáp án C



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông MAD ta có:

$$DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{5a^2}{4}$$

$$\Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P .

Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và $PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông NPM ta có:

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2$$

$$= \frac{13a^2}{4}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

Câu 53. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Gọi O là giao điểm của các đường chéo của tứ giác $MNPQ$, trung điểm của các đoạn thẳng AC, BD tương ứng là I, J . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OJ}$

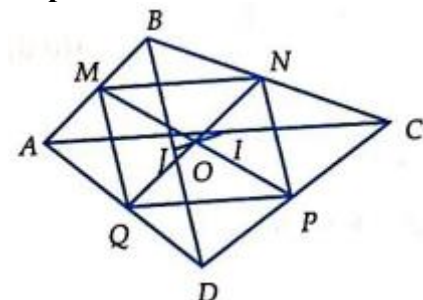
B. $MP = NQ$

C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$

D. $\overrightarrow{OI} = -\overrightarrow{OJ}$

Lời giải

Đáp án D



Ta có: $MNPQ$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$

Ta có:

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$$

$$= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OI} = -\overrightarrow{OJ}$$

Câu 54. Cho tam giác ABC có trực tâm H , D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$.

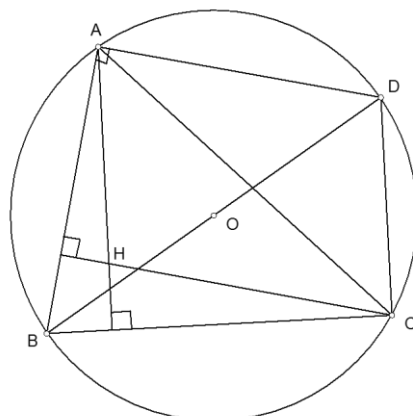
B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HD}$.

D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: Vì D đối xứng với B qua O nên D thuộc đường tròn (O)

$AD \perp DH$ (cùng vuông góc với AB)

$AH \perp CD$ (cùng vuông góc với BC)

Suy ra $ADHC$ là hình bình hành

Vậy $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$.