

PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Quy tắc cộng

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện, hành động thứ hai có n cách thực hiện (các cách thực hiện của cả hai hành động là khác nhau đôi một) thì công việc đó có $m + n$ cách hoàn thành.

Ví dụ 1. Bạn Phương có 7 quyển sách Tiếng Anh và 8 quyển sách Văn học, các quyển sách là khác nhau. Hỏi bạn Phương có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc?

Giải

Việc chọn một quyển sách để đọc là thực hiện một trong hai hành động sau:

Chọn một quyển sách tiếng anh: có 7 cách chọn.

Chọn một quyển sách Văn học: có 8 cách chọn.

Vậy có $7 + 8 = 15$ cách chọn một quyển sách để đọc.

Nhận xét: Tương tự, ta cũng có quy tắc sau:

Một công việc được hoàn thành bởi một trong ba hành động. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện, hành động thứ hai có n cách thực hiện, hành động thứ ba có p cách thực hiện (các cách thực hiện của ba hành động là khác nhau đôi một) thì công việc đó có $m + n + p$ cách hoàn thành.

II. Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện và ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất, có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có $m \cdot n$ cách hoàn thành.

Ví dụ 2. Trong Hoạt động 1, nếu gia đình bạn Liên muốn chọn một địa điểm tham quan trong chương trình 1, sau đó đi tham quan tiếp một địa điểm trong chương trình 2 thì có bao nhiêu cách chọn hai địa điểm ở hai chương trình khác nhau để tham quan?

Giải

Việc chọn hai địa điểm ở hai chương trình khác nhau để tham quan là thực hiện hai hành động liên tiếp: chọn một địa điểm trong chương trình 1, sau đó chọn một địa điểm trong chương trình 2.

Có 4 cách chọn địa điểm tham quan trong chương trình 1.

Với mỗi cách chọn một địa điểm tham quan trong chương trình 1 sẽ có 7 cách chọn địa điểm tham quan trong chương trình 2.

Vậy có tất cả $4 \cdot 7 = 28$ cách chọn hai địa điểm tham quan ở hai chương trình khác nhau.

Nhận xét: Tương tự, ta cũng có quy tắc sau:

Một công việc được hoàn thành bởi ba hành động liên tiếp: Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện; ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất, có n cách thực hiện

hành động thứ hai; ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất và mỗi cách thực hiện hành động thứ hai có p cách thực hiện hành động thứ ba thì công việc đó có $m \cdot n \cdot p$ cách hoàn thành.

Ví dụ 3. Trong kinh doanh nhà hàng, combo là một hình thức gọi món theo thực đơn được kết hợp từ nhiều món ăn hoặc đồ uống. Nếu nhà hàng có 5 món rau, 4 món cá và 3 món thịt thì có bao nhiêu cách tạo ra một combo? Biết mỗi combo có đầy đủ 1 món rau, 1 món cá và 1 món thịt.

Giải

Để tạo một combo ta thực hiện ba hành động liên tiếp: chọn 1 món rau, chọn 1 món cá và chọn 1 món thịt.

Chọn 1 món rau: Có 5 cách chọn.

Chọn 1 món cá: Có 4 cách chọn.

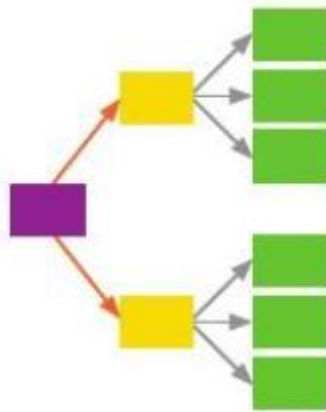
Chọn 1 món thịt: Có 3 cách chọn.

Vậy có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách tạo ra một combo

III. Sơ đồ hình cây.

Nhận xét

- Sơ đồ hình cây là sơ đồ bắt đầu tại một nút duy nhất với các nhánh tỏa ra các nút bổ sung.



- Ta có thể sử dụng sơ đồ hình cây để đếm số cách hoàn thành một công việc khi công việc đó đòi hỏi những hành động liên tiếp.

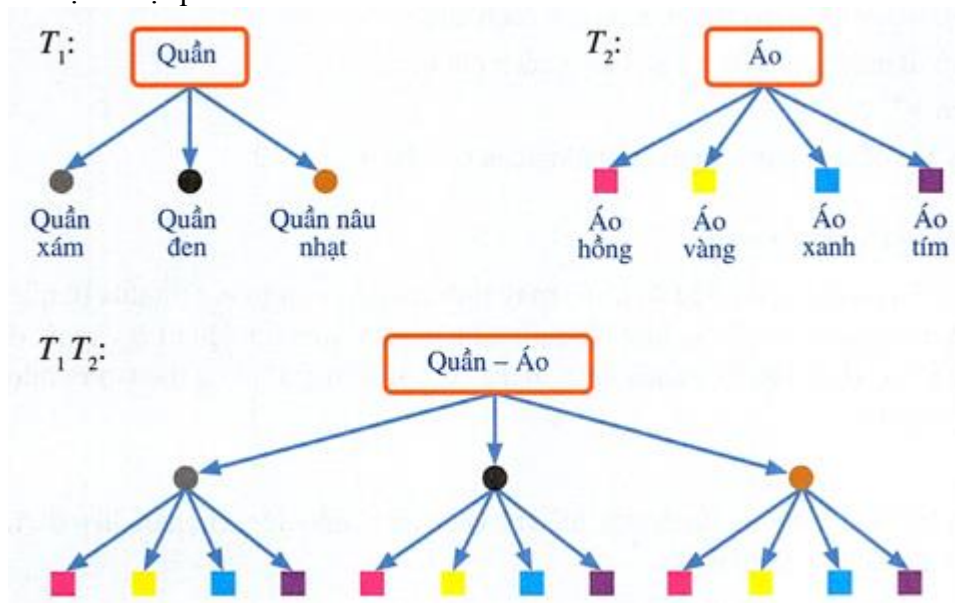
Ví dụ 4. Bạn Hương có 3 chiếc quần khác màu lần lượt là xám, đen, nâu nhạt và 4 chiếc áo sơ mi cũng khác màu lần lượt là hồng, vàng, xanh, tím. Hãy vẽ sơ đồ hình cây biểu thị số cách chọn:

- 1 chiếc quần;
- 1 chiếc áo sơ mi;
- 1 bộ quần áo.

Giải

Các sơ đồ hình cây T_1, T_2, T_1T_2 trong hình sau lần lượt:

- Biểu thị số cách chọn 1 chiếc quần;
- Biểu thị số cách chọn 1 chiếc áo sơ mi;
- Biểu thị số cách chọn 1 bộ quần áo.



IV. Vận dụng trong bài toán đếm

1. Vận dụng trong giải toán

Ví dụ 5. Cho 10 điểm phân biệt, hỏi lập được bao nhiêu vector khác $\vec{0}$? Biết rằng hai đầu mút của mỗi vector là hai trong 10 điểm đã cho.

Giải

Việc lập vector là thực hiện hai hành động liên tiếp: chọn điểm đầu và chọn điểm cuối.

Chọn điểm đầu: có 10 cách chọn. Chọn điểm cuối: có 9 cách chọn.

Vậy có $10 \cdot 9 = 90$ (vector).

Ví dụ 6. Phân tích số 10125 ra thừa số nguyên tố rồi tìm số ước nguyên dương của nó.

Giải

Ta có: $10125 = 3^4 \cdot 5^3$. Một ước nguyên dương của 10125 thì có dạng $3^m \cdot 5^n$, trong đó m, n là hai số tự nhiên sao cho $0 \leq m \leq 4, 0 \leq n \leq 3$.

Như vậy, để tạo ra một ước nguyên dương của 10125 ta làm như sau:

- Chọn số tự nhiên m mà $0 \leq m \leq 4$ có 5 cách chọn.
- Chọn số tự nhiên n mà $0 \leq n \leq 3$ có 4 cách chọn.
- Lấy tích $3^m \cdot 5^n$.

Vì vậy, số ước nguyên dương của 10125 là: $5 \cdot 4 = 20$ (số).

2. Vận dụng trong thực tiễn

Ví dụ 7. Từ ba mảng dữ liệu A, B, C , máy tính tạo nên một thông tin đưa ra màn hình cho người dùng bằng cách lần lượt lấy một dữ liệu từ A , một dữ liệu từ B và một dữ liệu từ C . Giả sử A, B, C lần lượt chứa m, n, p dữ liệu. Hỏi máy tính có thể tạo ra được bao nhiêu thông tin?

Giải

Việc máy tính tạo ra thông tin là thực hiện ba cách chọn liên tiếp: chọn dữ liệu từ A , chọn dữ liệu từ B và chọn dữ liệu từ C .

Có m cách chọn một dữ liệu từ A .

Có n cách chọn một dữ liệu từ B .

Có p cách chọn một dữ liệu từ C .

Vậy số thông tin máy tính có thể tạo được là: $m \cdot n \cdot p$.

Ví dụ 8. Gia đình bạn Quân đặt mật mã của chiếc khoá công là một dãy gồm bốn chữ số. Hỏi có bao nhiêu cách đặt mật mã nếu:



a) Các chữ số có thể giống nhau?

b) Các chữ số phải đôi một khác nhau?

Giải

Gọi dãy số mật mã là $abcd$.

a) Việc chọn mật mã là chọn liên tiếp các chữ số a, b, c, d , trong đó các chữ số có thể giống nhau.

Chọn a : Có 10 cách chọn. Chọn b : Có 10 cách chọn.

Chọn c : Có 10 cách chọn. Chọn d : Có 10 cách chọn.

Vậy có $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$ cách đặt mật mã.

b) Việc chọn mật mã là chọn liên tiếp các chữ số a, b, c, d , trong đó các chữ số đôi một khác nhau.

Chọn a : Có 10 cách chọn.

Chọn b : Có 9 cách chọn (khác chữ số a đã chọn).

Chọn c : Có 8 cách chọn (khác hai chữ số a, b đã chọn).

Chọn d : Có 7 cách chọn (khác ba chữ số a, b, c đã chọn).

Vậy có $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$ cách đặt mật mã.

Ví dụ 9. Cho kiểu gen $AaBbDdEE$.

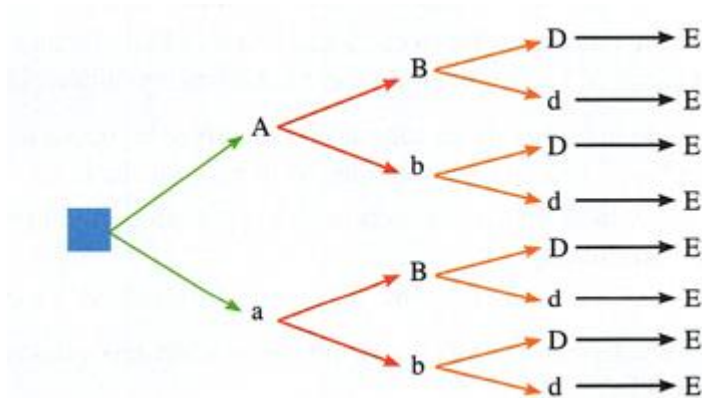
a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b) Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen $AaBbDdEE$.

Biết quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

Giải

a) Sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử:



b) Từ sơ đồ hình cây, ta có 8 loại giao tử của kiểu gen $AaBbDdEE$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Một đồng xu có hai mặt sấp và ngửa (Kí hiệu S và N). Tung đồng xu ba lần liên tiếp và ghi lại kết quả. Tìm số kết quả có thể xảy ra, theo hai cách sau đây:



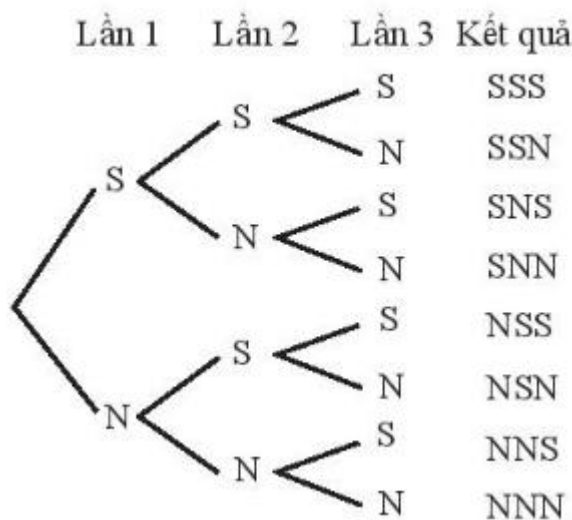
Mặt sấp

Mặt ngửa

- Vẽ sơ đồ hình cây.
- Sử dụng quy tắc nhân.

Lời giải

- Vẽ sơ đồ hình cây như Hình .



Từ sơ đồ này, ta thấy có 8 kết quả có thể xảy ra.

b) Có thể coi việc tung đồng xu ba lần liên tiếp là một công việc gồm ba công đoạn, mỗi công đoạn tương ứng với một lần tung đồng xu. Mỗi lần tung có hai kết quả, là S hoặc N . Do đó, theo quy tắc nhân, số kết quả của việc tung đồng xu ba lần liên tiếp là:

$$2.2.2 = 8 \text{ (kết quả).}$$

Câu 2. Một bạn muốn đi từ tỉnh A đến tỉnh B trong một ngày nhất định. Biết rằng trong ngày hôm đó từ tỉnh A đến tỉnh B có 14 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu. Hỏi bạn đó có bao nhiêu sự lựa chọn để đi từ A đến B ?

Lời giải.

Bạn đó đi từ tỉnh A đến tỉnh B bằng tàu có: 14 cách.

Bạn đó đi từ tỉnh A đến tỉnh B bằng ô tô có: 5 cách.

Vậy bạn đó có: $14+5=19$ sự lựa chọn.

Câu 3. Một cửa hàng có 10 bó hoa ly, 14 bó hoa huệ, 6 bó hoa lan. Một bạn muốn mua một bó hoa tại cửa hàng này. Hỏi bạn đó có bao nhiêu sự lựa chọn?

Lời giải.

Bạn đó mua hoa ly có: 10 sự lựa chọn.

Bạn đó mua hoa huệ có: 14 sự lựa chọn.

Bạn đó mua hoa lan có: 6 sự lựa chọn.

Vậy bạn đó có tất cả: $10+14+6=30$ sự lựa chọn để mua một bó hoa.

Câu 4. Một lớp có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Hỏi giáo viên có bao nhiêu sự lựa chọn ra một bạn trong lớp để làm lớp trưởng?

Lời giải.

Nếu chọn một bạn nam làm lớp trưởng có: 25 sự lựa chọn.

Nếu chọn một bạn nữ làm lớp trưởng có: 15 sự lựa chọn.

Vậy giáo viên có tất cả: $25+15=40$ sự lựa chọn.

Câu 5. Một nhà hàng có 3 loại rượu, 4 loại bia và 5 loại nước uống. Một thực khách muốn lựa chọn một loại đồ uống thì có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải.

Nếu thực khách chọn rượu làm đồ uống thì có: 3 cách chọn.

Nếu thực khách chọn bia làm đồ uống thì có: 4 cách chọn.

Nếu thực khách chọn 5 loại nước uống còn lại làm đồ uống thì có 5 cách chọn.

Như vậy thực khách có tất cả: $3+4+5=12$ cách chọn.

Câu 6. Một giáo viên muốn ra đề kiểm tra 45 phút môn Toán phần lượng giác. Trong ngân hàng câu hỏi có 5 chủ đề, mỗi chủ đề có 4 câu. Đề ra đề kiểm tra 45p gồm 5 câu và bao gồm tất cả các chủ đề thì giáo viên có bao nhiêu cách ra đề?

Lời giải.

Vì đề kiểm tra có 5 câu và bao gồm 5 chủ đề nên đề thành lập đề kiểm tra mỗi chủ đề ta lấy một câu hỏi.

Chọn 1 câu hỏi trong chủ đề 1 có 4 cách chọn.

Tương tự đối với các chủ đề 2; 3; 4; 5.

Nên số cách chọn đề ra là: $4.4.4.4.4=4^5$ cách.

Câu 7. Có 3 bạn nữ và 3 bạn nam. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các bạn đó vào một hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ nhau?

Lời giải.

Vị trí thứ nhất có 6 cách lựa chọn.

Vị trí thứ hai có 3 cách lựa chọn. (nếu vị trí thứ nhất là nam thì bắt buộc vị trí thứ 2 phải chọn 1 trong 3 bạn nữ và ngược lại)

Vị trí thứ ba có 2 cách lựa chọn.

Vị trí thứ 4 có 2 cách lựa chọn.

Vị trí thứ 5 có 1 cách lựa chọn.

Vị trí thứ 6 chỉ có 1 cách lựa chọn.

Nên có $6.5.4.3.2.1=72$ cách.

Câu 8. Một lớp có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn, 6 học sinh giỏi Lịch Sử. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 1 nhóm:

a/ Gồm 1 học sinh giỏi bất kỳ?

b/ Gồm 3 học sinh giỏi trong đó có tất cả học sinh giỏi của cả 3 môn?

c/ Gồm 2 học sinh giỏi khác nhau?

Lời giải.

a. Số cách chọn 1 học sinh giỏi trong lớp là: $7+6+5=18$ cách.

b. Số cách chọn 1 học sinh giỏi toán là 7 cách.

Số cách chọn 1 học sinh giỏi văn là 5 cách.

Số cách chọn 1 học sinh giỏi sử là 6 cách.

Nên số cách chọn một nhóm gồm 3 học sinh giỏi trong đó có tất cả các môn là $7.6.5=210$ cách.

c. Số cách chọn 2 học sinh trong đó một giỏi toán; một giỏi văn là $7.5=35$ cách.

Số cách chọn 2 học sinh trong đó một giỏi toán; một giỏi sử là $7.6=42$ cách.

Số cách chọn 2 học sinh trong đó một giỏi văn; một giỏi văn giỏi sử là $5.6=30$ cách.

Vậy số cách chọn ra một nhóm gồm 2 học sinh giỏi khác nhau là $35+30+42=107$ cách.

Câu 9. Cho các số tự nhiên: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

a) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số?

b) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?

c) Hỏi lập được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

Lời giải.

a) Gọi số tự nhiên cần lập là $\overline{abcde}, (a \neq 0)$.

a có 9 cách chọn.

b có 9 cách chọn.

c có 9 cách chọn.

d có 9 cách chọn.

e có 9 cách chọn.

nên số các số tự nhiên có 5 chữ số được thành lập từ các số trên là $9.9.9.9.9=9^5$ cách.

b) Gọi số tự nhiên cần lập là $\overline{abcde}, (a \neq 0)$.

a có 9 cách chọn.

b có 8 cách chọn.

c có 7 cách chọn.

d có 6 cách chọn.

e có 9 cách chọn.

nên số các số tự nhiên có 5 chữ số được thành lập từ các số trên là $9.8.7.6.5=15120$ cách.

c) Gọi số tự nhiên cần lập là $\overline{abcde}, (a \neq 0)$.

e có 4 cách chọn.

d có 8 cách chọn.

c có 7 cách chọn.

b có 6 cách chọn.

a có 5 cách chọn.

nên số các số tự nhiên chẵn có 5 chữ số khác nhau là $4.8.7.6.5=6720$ cách.

Câu 10. Cho các số tự nhiên sau : 1, 2, 5, 6, 7, 9.

a) Hỏi lập được bao số lẻ có 3 chữ số khác nhau?

b) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chia hết

c) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số mà có mặt chữ số 2

Lời giải.

a) Gọi số cần lập là $\overline{abc}, (a \neq 0)$.

Vì số cần lập là số lẻ nên c có thể là $1; 5; 7; 9 \Rightarrow c$ có 4 cách chọn.

Vì khác $a; b; c$ nhau nên b có 5 cách chọn và a có 4 cách chọn.

Vậy số số lẻ có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là $4.5.4 = 80$ số.

b) Gọi số cần lập là $\overline{abc}, (a \neq 0)$.

Vì số cần lập là số chia hết cho 5 nên c có thể là có 1 cách chọn.

Vì $a; b; c$ khác nhau nên b có 5 cách chọn và a có 4 cách chọn.

Vậy số số có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là $5.4 = 20$ số.

c) Các số tự nhiên có 3 chữ số mà có mặt chữ số 2

TH1: Các số tự nhiên có 3 chữ số chỉ có mặt 1 chữ số 2

- Số 2: có 3 vị trí đặt, 5 số còn lại mỗi số có 2 vị trí đặt

- Có $3.5.5$ số có 3 chữ số có mặt 1 chữ số 2

TH2: Các số tự nhiên có 3 chữ số chỉ có mặt 2 chữ số 2

- Số 2: có 3 vị trí đặt, 5 số còn lại mỗi số có 1 vị trí đặt

- Có 3.5 số có 3 chữ số có mặt 2 chữ số 2

TH3: Các số tự nhiên có 3 chữ số chỉ có mặt 3 chữ số 2, suy ra có 1 số: 222. Vậy số số tự nhiên có 3 chữ số mà có mặt chữ số 2 thành lập từ các số đã cho là: $3.5.5 + 3.5 + 1 = 91$ số.

Câu 11. Cho các số tự nhiên : 0, 1, 2, 4, 5, 7, 9.

a) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

b) Hỏi lập được bao nhiêu số lẻ có 4 chữ số khác nhau?

Lời giải.

a) Gọi số cần lập là $\overline{abcd}, (a \neq 0)$.

Vì $a \neq 0$ nên a có 6 cách chọn.

Vì các chữ số khác nhau nên b có 6 cách chọn.

Tương tự c có 5 cách chọn; d có 4 cách chọn.

Nên số số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là $6.6.5.4 = 720$ số.

b) Gọi số cần lập là $\overline{abcd}, (a \neq 0)$.

Vì là số lẻ nên $d = 1; 5; 7; 9$. Vậy d có 4 cách chọn.

Vì $a \neq 0$ và các chữ số là khác nhau nên a có 5 cách chọn.

b có 5 cách chọn.

c có 4 cách chọn.

Vậy số số lẻ có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là: $4.5.5.4 \square 400$.

Câu 12. Cho các số tự nhiên 0, 2, 3, 5, 6, 9.

a) Hỏi lập được bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số khác nhau?

b) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 3?

c) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên lớn hơn 601?

Lời giải.

Ta phân các số trên thành 2 nhóm:

Nhóm 1 gồm các số $\{2; 5\}$.

Nhóm 2 gồm các số $\{0; 3; 6; 9\}$.

b) Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ thỏa mãn $\overline{abc}:3 \Leftrightarrow (a+b+c):3 \square a; b; c$ sẽ không đồng thời thuộc cả hai

Số các số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 3 được thành lập từ nhóm 1 là:

Cả 3 chữ số giống nhau: 222, 555

Có 1 chữ số 2 và 2 chữ số 5: 255, 552, 525 (có 3 cách chọn vị trí để chữ số 5 có 1 cách chọn để vị trí 2 chữ số 2, suy ra có 3 số).

Có 1 chữ số 5 và 2 chữ số 2: 522, 225, 252

Vậy từ nhóm 1 ta thành lập được $2 + 3 + 3 = 8$ số chia hết cho 3.

Số các số chia hết cho 3 lập được từ nhóm thứ 2 là:

+ Có 3 cách chọn chữ số a .

+ Có 4 cách chọn chữ số b .

+ Có 4 cách chọn chữ số c .

Vậy có tất cả $3.4.4 = 48$ số có 3 chữ số được thành lập từ nhóm 2 chia hết cho 3.

Vậy số các số có 3 chữ số chia hết cho 3 được thành lập từ các chữ số đã cho là $48 + 8 = 56$ số.

c) Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ thỏa mãn $\overline{abc} > 600$

Vì $\overline{abc} > 600$ nên a chỉ có 2 cách chọn. ($a = 6$ hoặc $a = 9$).

Chữ số b có 6 cách chọn, chữ số c có 6 cách chọn.

$\Rightarrow$ có $6.6.2 = 72$ số có 3 chữ số lớn hơn 600.

Trong 72 số trên có 1 số là: $600 < 601$.

Vậy có tất cả 71 số lớn hơn 601 được thành lập từ các số trên.

Câu 13. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được mấy số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với $a_1 \neq 0$ và các chữ số phân biệt.

+ Bước 1: chữ số $a_1 \neq 0$ nên có 4 cách chọn.

+ Bước 2: sắp 4 chữ số còn lại vào 4 vị trí có $4! = 24$ cách. Vậy có $4.24 = 96$ số.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

A. 9.

B. 5.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

• Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.

• Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5 + 4 = 9$ cách chọn mua áo.

Câu 2. Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 13.

B. 72.

C. 12.

D. 30.

Lời giải.

• Nếu chọn một cái quần thì sẽ có 4 cách.

• Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 6 cách.

• Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $4 + 6 + 3 = 13$ cách chọn.

Câu 3. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

A. 480.

B. 24.

C. 48.

D. 60.

Lời giải.

• Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.

• Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.

• Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8 + 6 + 10 = 24$ cách chọn.

Câu 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự đại hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45.

B. 280.

C. 325.

D. 605.

Lời giải.

• Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.

• Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280 + 325 = 605$ cách chọn.

Câu 5. Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A hoặc lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến?

- A. 31. B. 9. C. 53. D. 682.

Lời giải.

- Nếu chọn một học sinh lớp 11A có 31 cách.
- Nếu chọn một học sinh lớp 12B có 22 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $31+22=53$ cách chọn.

Câu 6. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

- A. 27. B. 9. C. 6. D. 3.

Lời giải.

Vì các quả cầu trắng hoặc đen đều được đánh số phân biệt nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần chọn.

- Nếu chọn một quả trắng có 6 cách.
- Nếu chọn một quả đen có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $6+3=9$ cách chọn.

Câu 7. Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh B?

- A. 20. B. 300. C. 18. D. 15.

Lời giải.

- Nếu đi bằng ô tô có 10 cách.
- Nếu đi bằng tàu hỏa có 5 cách.
- Nếu đi bằng tàu thủy có 3 cách.
- Nếu đi bằng máy bay có 2 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $10+5+3+2=20$ cách chọn.

Câu 8. Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

- A. 20. B. 3360. C. 31. D. 30.

Lời giải.

- Nếu chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.
- Nếu chọn đề tài về thiên nhiên có 7 cách.
- Nếu chọn đề tài về con người có 10 cách.
- Nếu chọn đề tài về văn hóa có 6 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+7+10+6=31$ cách chọn.

Câu 9. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

- A. 20. B. 11. C. 30. D. 10.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 11 học sinh, ta có 11 cách chọn.

Câu 10. Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần:

- A. 5. B. 15. C. 55. D. 10.

Lời giải

Với một cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự giảm dần.

Ta có 10 cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Do đó có 10 số tự nhiên cần tìm.

Câu 11. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A. 4.

B. 7.

C. 12.

D. 16.

Lời giải.

Để chọn một chiếc đồng hồ, ta có:

- Có 3 cách chọn mặt.
- Có 4 cách chọn dây.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $3 \times 4 = 12$ cách.

Câu 12. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13.

B. 72.

C. 12.

D. 30.

Lời giải.

Để chọn một bộ "quần-áo-cà vạt", ta có:

- Có 4 cách chọn quần.
- Có 6 cách chọn áo.
- Có 3 cách chọn cà vạt.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 6 \times 3 = 72$ cách.

Câu 13. Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13.

B. 12.

C. 18.

D. 216.

Lời giải.

Để chọn một hộp màu đỏ và một hộp màu xanh, ta có:

- Có 12 cách chọn hộp màu đỏ.
- Có 18 cách chọn hộp màu xanh.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \times 18 = 216$ cách.

Câu 14. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

A. 24.

B. 48.

C. 480.

D. 60.

Lời giải.

Để chọn "một cây bút chì - một cây bút bi - một cuốn tập", ta có:

- Có 8 cách chọn bút chì.
- Có 6 cách chọn bút bi.
- Có 10 cách chọn cuốn tập.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $8 \times 6 \times 10 = 480$ cách.

Câu 15. Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240.

B. 210.

C. 18.

D. 120.

Lời giải.

Để chọn ba bông hoa có đủ cả ba màu (nghĩa là chọn một bông hoa hồng trắng- một bông hoa hồng đỏ- hoa hồng vàng), ta có:

- Có 5 cách chọn hoa hồng trắng.
- Có 6 cách chọn hoa hồng đỏ.
- Có 7 cách chọn hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 6 \times 7 = 210$ cách.

Câu 16. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25.

B. 75.

C. 100.

D. 15.

Lời giải.

Để chọn thực đơn, ta có:

- Có 5 cách chọn món ăn.
- Có 5 cách chọn quả tráng miệng.
- Có 3 cách chọn nước uống.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 5 \times 3 = 75$ cách.

Câu 17. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000.

B. 91000.

C. 910.

D. 625.

Lời giải.

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 280 cách chọn học sinh nam.
- Có 325 cách chọn học sinh nữ.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $280 \times 325 = 91000$ cách.

Câu 18. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12.

B. 220.

C. 60.

D. 3.

Lời giải.

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 5 cách chọn học sinh khối 12.
- Có 4 cách chọn học sinh khối 11.
- Có 3 cách chọn học sinh khối 10.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ cách.

Câu 19. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100.

B. 91.

C. 10.

D. 90.

Lời giải.

Để chọn một người đàn ông và một người đàn bà không là vợ chồng, ta có

- Có 10 cách chọn người đàn ông.
- Có 9 cách chọn người đàn bà.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $9 \times 10 = 90$ cách.

Câu 20. An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

A. 6.

B. 4.

C. 10.

D. 24.

Lời giải.

- Từ An $\longrightarrow$ Bình có 4 cách.
- Từ Bình $\longrightarrow$ Cường có 6 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 6 = 24$ cách.

Câu 21. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



A. 9.

B. 10.

C. 18.

D. 24.

Lời giải.

- Từ A $\longrightarrow$ B có 4 cách.
- Từ B $\longrightarrow$ C có 2 cách.
- Từ C $\longrightarrow$ D có 2 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 2 \times 2 = 16$ cách.

Câu 22. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



- A. 1296. B. 784. C. 576. D. 324.

Lời giải.

Từ kết quả câu trên, ta có:

- Từ $A \longrightarrow D$ có 24 cách.
- Tương tự, từ $D \longrightarrow A$ có 24 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24 \times 24 = 576$ cách.

Câu 23. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

- A. 80. B. 60. C. 90. D. 70.

Lời giải

Số cách chọn 1 cái bút có 10 cách, số cách chọn 1 quyển sách có 8 cách.

Vậy theo quy tắc nhân, số cách chọn 1 cái bút và 1 quyển sách là: $10.8 = 80$ cách.

Câu 24. Một hộp đựng 5 bi đỏ và 4 bi xanh. Có bao nhiêu cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu?

- A. 20. B. 16. C. 9. D. 36.

Lời giải

Lấy 1 bi đỏ có 5 cách.

Lấy 1 bi xanh có 4 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu là $5.4 = 20$ cách.

Câu 25. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

- A. 75. B. 12. C. 60. D. 3.

Lời giải

Có 5 cách chọn 1 món ăn trong 5 món ăn, 4 cách chọn 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 3 cách chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống.

Theo quy tắc nhân có $5.4.3 = 60$ cách chọn thực đơn.

Câu 26. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ?

- A. 25. B. 20. C. 50. D. 10.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ là $\overline{ab}$.

Số cách chọn số a là 5 cách.

Số cách chọn số b là 5 cách.

Vậy có $5.5 = 25$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27. Số các số tự nhiên chẵn, gồm bốn chữ số khác nhau đôi một và không tận cùng bằng 0 là :

- A. 504. B. 1792. C. 953088. D. 2296.

Lời giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$

Có 4 cách chọn d , 8 cách chọn a , 8 cách chọn b và 7 cách chọn c . Vậy có tất cả :

$$4.8.8.7 = 1792 \text{ (số)}$$

Câu 28. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 1000. B. 720. C. 729. D. 648.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ có ba chữ số đôi một khác nhau.
Chữ số a có 9 cách chọn.
Chữ số b có 9 cách chọn.
Chữ số c có 8 cách chọn.
Do đó có $9.9.8 = 648$ cách lập số.

Câu 29. Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

- A.** 392 **B.** 1023 **C.** 3014 **D.** 391

Lời giải

Ta chọn các quả cầu theo trình tự sau
Chọn quả xanh: 7 cách chọn
Chọn quả cầu vàng: có 7 cách chọn
Chọn quả cầu đỏ: có 8 cách chọn
Vậy có tất cả $7.7.8 = 392$ cách chọn.

Câu 30. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ sáu chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- A.** 120. **B.** 216. **C.** 256. **D.** 20.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có ba chữ số là $\overline{abc}$.
Có 6 cách chọn a .
Có 6 cách chọn b .
Có 6 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $6.6.6 = 216$ (số tự nhiên).

Câu 31. Cho các số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

- A.** 12. **B.** 24. **C.** 64. **D.** 256.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là: $\overline{abcd}$, $a \neq 0$, khi đó:
 a có 4 cách chọn
 b có 3 cách chọn
 c có 2 cách chọn
 d có 1 cách chọn
Vậy có: $4.3.2.1 = 24$ số.

Câu 32. Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?

- A.** 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!.

Lời giải.

Một tuần có bảy ngày và mỗi ngày thăm một bạn.

- Có 12 cách chọn bạn vào ngày thứ nhất.
- Có 11 cách chọn bạn vào ngày thứ hai.
- Có 10 cách chọn bạn vào ngày thứ ba.
- Có 9 cách chọn bạn vào ngày thứ tư.
- Có 8 cách chọn bạn vào ngày thứ năm.
- Có 7 cách chọn bạn vào ngày thứ sáu.
- Có 6 cách chọn bạn vào ngày thứ bảy.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3991680$ cách.

Câu 33. Nhân mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái tiếng Việt), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

- A. 624. B. 48. C. 600. D.
- $(a, b, c, d) \in A = \{1, 5, 6, 7\}$.

Lời giải.

Một chiếc nhãn gồm phần đầu và phần thứ hai $\in \{1; 2; \dots; 25\}$.

- Có 24 cách chọn phần đầu.
- Có 25 cách chọn phần thứ hai.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24 \times 25 = 600$ cách.

Câu 34. Biển số xe máy của tỉnh A (nếu không kể mã số tỉnh) có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong bảng 26 cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1; 2; \dots; 9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

- A. 2340000. B. 234000. C. 75. D. 2600000.

Lời giải.

Giả sử biển số xe là $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$.

- Có 26 cách chọn a_1
- Có 9 cách chọn 1, 2, 3, 4, 5, 6
- Có 10 cách chọn a_3
- Có 10 cách chọn a_4
- Có 10 cách chọn a_5
- Có 10 cách chọn a_6

Vậy theo qui tắc nhân ta có $26 \times 9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 2340000$ biển số xe.

Câu 35. Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

- A. 160. B. 240. C. 180. D. 120.

Lời giải.

Ta có $253125000 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^8$ nên mỗi ước số tự nhiên của số đã cho đều có dạng $2^m \times 3^n \times 5^p$ trong đó $m, n, p \in \mathbb{N}$ sao cho $0 \leq m \leq 3; 0 \leq n \leq 4; 0 \leq p \leq 8$.

- Có 4 cách chọn m .
- Có 5 cách chọn n .
- Có 9 cách chọn p .

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 5 \times 9 = 180$ ước số tự nhiên.

Câu 36. Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?

- A. 324. B. 256. C. 248. D. 124.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{1, 5, 6, 7\}$.

Vì số cần tìm có 4 chữ số không nhất thiết khác nhau nên:

- ☐ a được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- ☐ b được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- ☐ c được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- ☐ d được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ số cần tìm.

Câu 37. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

- A. 99. B. 50. C. 20. D. 10.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ và $a \neq 0$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 5 phần tử) nên có 5 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \times 5 = 20$ số cần tìm.

Câu 38. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36.

B. 62.

C. 54.

D. 42.

Lời giải.

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 39. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154.

B. 145.

C. 144.

D. 155.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d = \{1, 3, 5\} \Rightarrow d$: có 3 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn (khác 0 và d), b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ số cần tìm.

Câu 40. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156.

B. 144.

C. 96.

D. 134.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d = \{0, 2, 4\}$.

TH1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

TH2. Nếu $d = \{2, 4\} \Rightarrow d$: có 2 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn (khác 0 và d), b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.

Câu 41. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

A. 210.

B. 105.

C. 168.

D. 145.

Lời giải

- Gọi số có ba chữ số cần tìm là $n = \overline{abc}$, với $a \neq 0$ và c là số chẵn chọn từ các số đã cho.
- $a \neq 0$ nên có 6 cách chọn, c chẵn nên có 4 cách chọn và b tùy ý nên có 7 cách chọn.
- Vậy số các số cần tìm là $6 \cdot 4 \cdot 7 = 168$.

Câu 42. Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số khác nhau, trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ? Câu trả lời nào đúng?

- A. 40000 số. B. 38000 số. C. 44000 số. **D. 42000 số.**

Lời giải

Gọi số có 6 chữ số đó là $\overline{abcdef}$. Vì a lẻ nên $a \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$, vậy a có 5 lựa chọn. Vì f chẵn nên $f \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$, vậy f có 5 lựa chọn. Tiếp theo b có 8 lựa chọn, c có 7 lựa chọn, d có 6 lựa chọn, e có 5 lựa chọn. Vậy có tất cả $5.5.8.7.6.5 = 42000$ số thỏa mãn.

Câu 43. Cho các chữ số 1, 2, 3, ..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

- A. 168 B. 170 C. 164 D. 172**

Lời giải

Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$, $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Vì x chẵn nên $d \in \{2, 4, 6, 8\}$. Đồng thời $x \leq 2011 \Rightarrow a = 1$

• $a = 1 \Rightarrow a$ có 1 cách chọn, khi đó d có 4 cách chọn; b, c có 7.6 cách

Suy ra có: $1.4.6.7 = 168$ số

Câu 44. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số lẻ

- A. 360 B. 343 C. 480 D. 347**

Lời giải

Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$; $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ và a, b, c, d đôi một khác nhau.

Vì số x cần lập là số lẻ nên d phải là số lẻ. Ta lập x qua các công đoạn sau.

Bước 1: Có 4 cách chọn d

Bước 2: Có 6 cách chọn a

Bước 3: Có 5 cách chọn b

Bước 4: Có 4 cách chọn c

Vậy có 480 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 45. Có bao nhiêu cách xếp 4 người A, B, C, D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.

- A. 81 B. 68 C. 42 D. 98**

Lời giải

Để xếp A ta có 3 cách lên một trong ba toa

Với mỗi cách xếp A ta có 3 cách xếp B lên toa tàu

Với mỗi cách xếp A, B ta có 3 cách xếp C lên toa tàu

Với mỗi cách xếp A, B, C ta có 3 cách xếp D lên toa tàu

Vậy có $3.3.3.3 = 81$ cách xếp 4 người lên toa tàu.

Câu 46. Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ?

- A. 72 B. 74 C. 76 D. 78**

Lời giải

Có 6 cách chọn một người tùy ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có: $6.3.2.2.1.1 = 72$ cách.

Câu 47. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

- A. 6. B. 72. C. 720. D. 144.**

Lời giải

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.

Xếp 3 nam có: 3.2.1 cách xếp.

Xếp 3 nữ có: 3.2.1 cách xếp.

Vậy có $2.1.(3.2.1)^2 = 72$ cách xếp.

Câu 48. Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại:

- A. 1000. B. 100000. C. 10000. D. 1000000.

Lời giải

Gọi số điện thoại cần tìm có dạng $\overline{790abcd}$.

Khi đó: a có 10 cách chọn, b có 10 cách chọn, c có 10 cách chọn, d có 10 cách chọn.

Nên có tất cả $10.10.10.10 = 10^4$ số.

Câu 49. Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

- A. 190 B. 182 C. 280 D. 194

Lời giải

Cứ mỗi đội phải thi đấu với 19 đội còn lại nên có 19.20 trận đấu. Tuy nhiên theo cách tính này thì một trận đấu chẳng hạn A gặp B được tính hai lần. Do đó số trận đấu thực tế diễn ra là:

$$\frac{19.20}{2} = 190 \text{ trận.}$$

Câu 50. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

- A. 36. B. 62. C. 54. D. 42.

Lời giải

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 51. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 154. B. 145. C. 144. D. 155.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d \in \{1, 3, 5\} \Rightarrow d$: có 3 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn (khác 0 và d), b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ số cần tìm.

Câu 52. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 156. B. 144. C. 96. D. 134.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d \in \{0, 2, 4\}$.

TH1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

TH2. Nếu $d = \{2, 4\} \Rightarrow d$: có 2 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn (khác 0 và d), b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.

Câu 53. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

A. 8232.

B. 1230.

C. 1260.

D. 2880.

Lời giải

Gọi số có 5 chữ số cần tìm là $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$; $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in A$; $a_1 \neq 0$; $a_5 \in \{0; 2; 4; 6\}$.

Công việc thành lập số x được chia thành các bước:

- Chọn chữ số a_1 có 6 lựa chọn vì khác 0.

- Chọn các chữ số a_2, a_3, a_4 , mỗi chữ số có 7 lựa chọn.

- Chọn chữ số a_5 có 4 lựa chọn vì số tạo thành chia hết cho 2.

Số số thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $6 \cdot 7^3 \cdot 4 = 8232$ (số).

Câu 54. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C . Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320.

B. 90.

C. 43200.

D. 720.

Lời giải

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả có: $6! \cdot A_5^3 = 43200$ cách.

Câu 55. Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

A. 180

B. 160.

C. 90.

D. 45.

Lời giải

Mỗi đội sẽ gặp 9 đội khác trong hai lượt trận sân nhà và sân khách. Có $10 \cdot 9 = 90$ trận.

Mỗi đội đá 2 trận sân nhà, 2 trận sân khách. Nên số trận đấu là $2 \cdot 90 = 180$ trận.

Câu 56. Từ tập có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

A. 11523

B. 11520

C. 11346

D. 22311

Lời giải

Vì chữ số đứng đầu chẵn nên a_1 có 4 cách chọn, chữ số đứng cuối lẻ nên a_8 có 4 cách chọn. Các số còn lại có $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ cách chọn

Vậy có $4^2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 11520$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 57. Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3.

A. 12.

B. 16.

C. 17.

D. 20.

Lời giải

Số các số tự nhiên lớn nhất, nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là 96.

Số các số tự nhiên nhỏ nhất, nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là 0.

Số các số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là $\frac{96-0}{6} + 1 = 17$ nên chọn **C**.

Câu 58. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.

A. 15120

B. 23523

C. 16862

D. 23145

Lời giải

Vì x lẻ và không chia hết cho 5 nên $d \in \{1, 3, 7\} \Rightarrow d$ có 3 cách chọn

Số các chọn các chữ số còn lại là: 7.6.5.4.3.2.1

Vậy 15120 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 59. Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

A. 660

B. 432

C. 679

D. 523

Lời giải

Gọi $x = \overline{abcde}$ là số cần lập, $e \in \{0, 5\}, a \neq 0$

• $e = 0 \Rightarrow e$ có 1 cách chọn, cách chọn a, b, c, d : 6.5.4.3

Trường hợp này có 360 số

$e = 5 \Rightarrow e$ có một cách chọn, số cách chọn a, b, c, d : 5.5.4.3 = 300

Trường hợp này có 300 số

Vậy có 660 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 60. Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là:

A. 3260.

B. 3168.

C. 9000.

D. 12070.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcde}$ ($a \neq 0$).

Chọn e : có 1 cách ($e = 0$)

Chọn a : có 9 cách ($a \neq 0$)

Chọn $\overline{bcd}$: có 10^3 cách

Theo quy tắc nhân, có $1.9.10^3 = 9000$ (số).

Câu 61. Cho tập hợp số: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

A. 114

B. 144

C. 146

D. 148

Lời giải

Ta có một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi tổng các chữ số chia hết cho 3. Trong tập A có các tập con các chữ số chia hết cho 3 là $\{0, 1, 2, 3\}$, $\{0, 1, 2, 6\}$, $\{0, 2, 3, 4\}$, $\{0, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 6\}$, $\{1, 3, 5, 6\}$.

Vậy số các số cần lập là: $4(4! - 3!) + 3.4! = 144$ số.

Câu 62. Một hộp chứa 16 quả cầu gồm sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số.

A. 72.

B. 150.

C. 60.

D. 80.

Lời giải

Kí hiệu các quả cầu như hình vẽ.

Xanh						Đỏ					Vàng				
X1	X2	X3	X4	X5	X6	Đ1	Đ2	Đ3	Đ4	Đ5	V1	V2	V3	V4	V5

TH1: Có quả xanh X6.

Bước 1: Lấy quả X6 có 1 cách.

Bước 2: Lấy 1 quả đỏ có 5 cách.

Bước 3: Lấy 1 quả vàng có 4 cách. (vì khác số với quả đỏ).

Vậy có $1.5.4 = 20$ (cách).

TH2: Không có quả xanh X6.

Bước 1: Lấy quả xanh có 5 cách.

Bước 2: Lấy 1 quả đỏ có 4 cách. (vì khác số với quả xanh).

Bước 3: Lấy 1 quả vàng có 3 cách. (vì khác số với quả xanh, đỏ).

Vậy có $5.4.3 = 60$ (cách).

Vậy có 80 (cách).

Câu 63. Một bàn dài có 2 dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm có 6 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi sao cho bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau thì khác trường nhau.

A. 1036800

B. 234780

C. 146800

D. 2223500

Lời giải

Ta đánh số liên tiếp 12 chỗ ngồi bằng các số từ 1 đến 6 thuộc một dãy và từ 7 đến 12 thuộc một dãy

1 2 3 4 5 6

--

12 11 10 9 8 7

Vị trí	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số cách xếp	12	6	5	5	4	4	3	3	2	2	1	1

Vậy có $12.6.5^2.4^2.3^2.2^2.1 = 1036800$ cách xếp.

Câu 64. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

A. 6.

B. 72.

C. 720.

D. 144.

Lời giải

Chọn B

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.

Xếp 3 nam có: 3.2.1 cách xếp.

Xếp 3 nữ có: 3.2.1 cách xếp.

Vậy có $2.1.(3.2.1)^2 = 72$ cách xếp.

Câu 65. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số.

B. 108 số.

C. 228 số.

D. 144 số.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$. Do số cần lập là số lẻ và phải có mặt chữ số 3 nên ta có các trường hợp.

TH1: $a = 3$ khi đó số có dạng $\overline{3bcd}$.

Có 2 cách chọn d .

Có 4 cách chọn a .

Có 3 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $1.4.3.2 = 24$ (số).

TH2: $b = 3$ khi đó số có dạng $\overline{a3cd}$.

Có 2 cách chọn d .

Có 3 cách chọn a (do $a \neq 0$).

Có 3 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$ (số).

TH3: $c = 3$ khi đó số có dạng $\overline{ab3d}$.

Có 2 cách chọn d .

Có 3 cách chọn a (do $a \neq 0$).

Có 3 cách chọn b .

Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$ (số).

TH4: $d = 3$ khi đó số có dạng $\overline{abc3}$.

Có 4 cách chọn a (do $a \neq 0$).

Có 4 cách chọn b .

Có 3 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $4.4.3.1 = 48$ (số).

Theo quy tắc cộng có $24 + 18 + 18 + 48 = 108$ (số).

Câu 66. Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

A. 384

B. 120

C. 216

D. 600

Lời giải

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6! - 5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2.5! - 4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau là: $6! - 5! - (2.5! - 4!) = 384$.

Câu 67. Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152.

B. 10001.

C. 1048577.

D. 1048576.

Lời giải

Mỗi câu hỏi có 4 lựa chọn.

$\Rightarrow$ 10 câu hỏi có $4^{10} = 1048576$ phương án trả lời khác nhau.

Vậy nếu có nhiều hơn 1048576 phiếu hợp lệ thì luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống nhau nên số phiếu hợp lệ tối thiểu cần phát là 1048577 phiếu.

Câu 68. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

A. 9333240.

B. 46666200.

C. 9333240.

D. 46666240.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ 5, 6, 7, 8, 9 là $5! = 120$ số.

Vì vai trò các chữ số như nhau nên mỗi chữ số 5, 6, 7, 8, 9 xuất hiện ở hàng đơn vị là $4! = 24$ lần.

Tổng các chữ số ở hàng đơn vị là $24(5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 840$.

Tương tự thì mỗi lần xuất hiện ở các hàng chục, trăm, nghìn, chục nghìn của mỗi chữ số là 24 lần.

Vậy tổng các số thuộc tập S là $840(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4) = 9333240$.

Câu 69. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32.

B. 72.

C. 36.

D. 24.

Lời giải

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần tìm

Ta có $a_6 \in \{1; 3; 5\}$ và $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5 + a_6) = 1$

$$\text{○ Với } a_6 = 1 \text{ thì } (a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 2 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{4, 5\} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 4, 5\} \\ a_4, a_5 \in \{3, 6\} \end{cases}$$

$$\text{○ Với } a_6 = 3 \text{ thì } (a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2; 4; 5\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 6\} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 5\} \end{cases}$$

$$\text{○ Với } a_6 = 5 \text{ thì } (a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 6 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 4\} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 3\} \end{cases}$$

Mỗi trường hợp có $3! \cdot 2! = 12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6 \cdot 12 = 72$ số cần tìm.

Câu 70. Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

- A. 360. B. 480. C. 600. D. 630.

Lời giải

Trường hợp 1: Tô cạnh AB và CD khác màu:

- ☐ Số cách tô cạnh AB : 6 cách.
- ☐ Số cách tô cạnh BC : 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).
- ☐ Số cách tô cạnh CD : 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và BC).
- ☐ Số cách tô cạnh AD : 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và CD).

Theo quy tắc nhân ta có: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 = 480$ cách tô cạnh AB và CD khác màu.

Trường hợp 2: Tô cạnh AB và CD cùng màu:

- ☐ Số cách tô cạnh AB : 6 cách.
- ☐ Số cách tô cạnh BC : 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).
- ☐ Số cách tô cạnh CD : 1 cách (tô cùng màu với cạnh AB).
- ☐ Số cách tô cạnh AD : 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Theo quy tắc nhân ta có: $6 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 = 150$ cách tô cạnh AB và CD cùng màu.

Vậy số cách tô màu thỏa đề bài là: $480 + 150 = 630$ cách.

Câu 71. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

- A. 12321 B. 21312 C. 12312 D. 21321

Lời giải

Mỗi số số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của các chữ số này. Do đó, ta lập được $A_5^3 = 60$ số.

Do vai trò các số 1, 2, 3, 4, 6 như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong các chữ số này ở mỗi hàng (hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm) là như nhau và bằng $60 : 5 = 12$ lần.

Vậy, tổng các số lập được là:

$$S = 12 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 6) \cdot (100 + 10 + 1) = 21312.$$

Câu 72. Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

- A. 32 B. 16 C. 80 D. 64

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng $a_1 a_2 a_3 \dots a_{10}$

Bước 1: Xếp số 2 ở vị trí lẻ $a_1, a_3, \dots, a_9$ hoặc vị trí chẵn $a_2, a_4, \dots, a_{10}$ có 2 cách.

Bước 2: Xếp các số 1 hoặc 3 vào các vị trí còn lại có 2^5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $2 \cdot 2^5 = 64$ cách.

Câu 73. Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

- A. $\frac{9^{2011} - 2019 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$ B. $\frac{9^{2011} - 2 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$ C. $\frac{9^{2011} - 9^{2010} + 8}{9}$ D. $\frac{9^{2011} - 19 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$

Lời giải

Đặt X là các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.

$A = \{ \text{các số tự nhiên không vượt quá 2011 chữ số và chia hết cho 9} \}$

Với mỗi số thuộc A có m chữ số ($m \leq 2008$) thì ta có thể bổ sung thêm $2011 - m$ số 0 vào phía trước thì số có được không đổi khi chia cho 9. Do đó ta xét các số thuộc A có dạng

$$\overline{a_1 a_2 \dots a_{2011}}; a_i \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A_0 = \{a \in A \mid \text{mà trong } a \text{ không có chữ số } 9\}$$

$$A_1 = \{a \in A \mid \text{mà trong } a \text{ có đúng 1 chữ số } 9\}$$

• Ta thấy tập A có $1 + \frac{9^{2011} - 1}{9}$ phần tử

• Tính số phần tử của A_0

Với $x \in A_0 \Rightarrow x = \overline{a_1 \dots a_{2011}}; a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 8\} \quad i = \overline{1, 2010}$ và $a_{2011} = 9 - r$ với $r \in [1; 9], r \equiv \sum_{i=1}^{2010} a_i$. Từ

đó ta suy ra A_0 có 9^{2010} phần tử

• Tính số phần tử của A_1

Để lập số của thuộc tập A_1 ta thực hiện liên tiếp hai bước sau

Bước 1: Lập một dãy gồm 2010 chữ số thuộc tập $\{0, 1, 2, \dots, 8\}$ và tổng các chữ số chia hết cho 9.

Số các dãy là 9^{2009}

Bước 2: Với mỗi dãy vừa lập trên, ta bổ sung số 9 vào một vị trí bất kì ở dãy trên, ta có 2010 các bổ sung số 9

Do đó A_1 có $2010 \cdot 9^{2009}$ phần tử.

Vậy số các số cần lập là:

$$1 + \frac{9^{2011} - 1}{9} - 9^{2010} - 2010 \cdot 9^{2009} = \frac{9^{2011} - 2019 \cdot 9^{2010} + 8}{9}.$$

Câu 74. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104

B. 106

C. 108

D. 112

Lời giải

Cách 1: Gọi $x = \overline{a_1 a_2 \dots a_6}$, $a_i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ là số cần lập

Theo bài ra ta có: $a_1 + a_2 + a_3 + 1 = a_4 + a_5 + a_6$ (1)

Mà $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và đôi một khác nhau nên

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra: $a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Phương trình này có các bộ nghiệm là: $(a_1, a_2, a_3) = (1, 3, 6); (1, 4, 5); (2, 3, 5)$

Với mỗi bộ ta có $3! \cdot 3! = 36$ số.

Vậy có $3 \cdot 36 = 108$ số cần lập.

Cách 2: Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số cần lập

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a + b + c + d + e + f = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \\ a + b + c = d + e + f + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 11. \text{ Do } a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Suy ra ta có các cặp sau: $(a, b, c) = (1, 4, 6); (2, 3, 6); (2, 4, 5)$

Với mỗi bộ như vậy ta có $3!$ cách chọn a, b, c và $3!$ cách chọn d, e, f

Do đó có: $3 \cdot 3! \cdot 3! = 108$ số thỏa yêu cầu bài toán.