

PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Hoán vị

1. Định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \in \mathbb{N}^*$).

Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.

Ví dụ 1. Hãy liệt kê tất cả các số gồm ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3.

Giải

Các số gồm ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3 là:

123, 132, 213, 231, 312, 321

2. Số các hoán vị

Kí hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử. Ta có: $P_n = n(n-1) \dots 2 \cdot 1$.

Quy ước: Tích $1 \cdot 2 \dots n$ được viết là $n!$ (đọc là n giai thừa), tức là $n! = 1 \cdot 2 \dots n$. Như vậy $P_n = n!$.

Ví dụ 2. Tính số cách xếp thứ tự đá luân lưu 11m của 5 cầu thủ.

Giải.

Mỗi cách xếp thứ tự đá luân lưu 11m của 5 cầu thủ là một hoán vị của 5 cầu thủ. Vậy số cách sắp xếp là:

$$P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

II. Chỉnh hợp

1. Định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \leq k \leq n$.

Kết quả của việc lấy k phần tử từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho.

Ví dụ 3. Hãy liệt kê tất cả các số gồm hai chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số 1, 2,

Giải

Các số gồm hai chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là:

12, 13, 14, 15, 21, 23, 24, 25, 31, 32, 34, 35, 41, 42, 43, 45, 51, 52, 53, 54.

2. Số các chỉnh hợp

Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$).

Ta có: $A_n^k = n(n-1) \dots (n-k+1)$.

Ví dụ 4. Ở các căn hộ chung cư, người ta thường dùng các chữ số để tạo mật mã mở cửa. Gia đình bạn Linh đặt mật mã nhà là một dãy số gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Hỏi gia đình bạn Linh có bao nhiêu cách để tạo mật mã?

Giải

Mỗi mật mã của gia đình bạn Linh là một chỉnh hợp chập 6 của 10 chữ số.

Vậy có $A_{10}^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151200$ (cách để tạo mật mã).

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1. HOÁN VỊ

Câu 1. Rút gọn:

$$A = \frac{12!5!}{10!6!} \quad B = \frac{(n-1)! \cdot (n+1)!}{n!(n-2)!} \quad C = \frac{P_n - P_{n-1}}{(n-2)!}$$

Lời giải

$$A = \frac{12!5!}{10!6!} = \frac{11 \cdot 12}{6} = 22$$

$$B = \frac{(n-1)! \cdot (n+1)!}{n!(n-2)!} = (n-1)(n+1) = n^2 - 1$$

$$C = \frac{P_n - P_{n-1}}{(n-2)!} = \frac{(n-1)!(n-1)}{(n-2)!} = (n-1)^2$$

Câu 2. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ vào 1 hàng dọc theo 1 thứ tự bất kỳ?

Lời giải

Số cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ vào 1 hàng dọc theo 1 thứ tự bất kỳ có 10! **Cách.**

Câu 3. Có 3 cuốn sách lý, 4 cuốn sách sinh, 5 cuốn sách địa lý. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách nếu:

- Sắp xếp tùy ý?
- Các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau?

Lời giải

- Có tất cả 12 cuốn sách nên có 12! cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách.
- Ta phân giá sách làm 3 khu để 3 loại sách toán; lý; hóa có tất cả 3! cách phân như vậy.
Có 3! cách sắp xếp 3 cuốn sách lý vào khu đã được phân.
Có 4! cách sắp xếp 4 cuốn sách sinh vào khu đã được phân.
Có 5! cách sắp xếp 5 cuốn sách địa vào khu đã được phân.
Vậy có tất cả $3!3!4!5! = 103680$ cách sắp xếp các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau trên giá.

Câu 4. (học sinh giải theo 2 cách: quy tắc đếm và hoán vị) Cho các số tự nhiên: 0, 1, 2, 3, 4.

- Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?
- Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chữ số 3 đứng ở chính giữa?

Lời giải

Cách 1

- Số tự nhiên cần lập có dạng abcde ($a \neq 0$)

Trong đó chữ số a có 4 cách chọn.

Chữ số b có 4 cách chọn.

Chữ số c có 3 cách chọn.

Chữ số d có 2 cách chọn.

Chữ số e có 1 cách chọn.

Nên có tất cả $4.4.3.2.1 = 96$ số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

- Số tự nhiên cần lập có dạng $ab3de$ ($a \neq 0$).

Chữ số a có 3 cách chọn.

Chữ số b có 3 cách chọn.

Chữ số d có 2 cách chọn.

Chữ số e có 1 cách chọn.

Vậy thành lập được tất cả $3.3.2 = 18$ số có 5 chữ số khác nhau mà số 3 đứng chính giữa từ các số trên.

Cách 2.

- Mỗi số có 5 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là một hoán vị của $\{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Các số có dạng $0abcd$ mà $a; b; c; d$ khác nhau là một hoán vị của các số $\{1; 2; 3; 4\}$.

Nên có tất cả $5! - 4! = 96$ số có 5 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên.

- Tương tự phân a; các số có dạng $ab3de$ bằng với số hoán vị của 4 số $\{0; 1; 2; 4\}$.

Các số có dạng $0a3cd$ bằng số hoán vị của 3 số $\{1; 2; 4\}$.

Nên có tất cả $4! - 3! = 18$ số có 5 chữ số khác nhau có số 3 đứng giữa được thành lập từ các số trên.

Câu 5. Bao nhiêu cách sắp xếp 7 bạn A, B, C, D, E, F, G vào 1 hàng sao cho

- A đứng chính giữa?

b. A,B ngồi đứng 2 đầu dãy?

Lời giải

Vì bạn A đứng chính giữa và 6 bạn còn lại sắp xếp tùy ý nên có $6!$ cách sắp xếp một hàng.

Vì bạn A; B đứng 2 đầu dãy nên A;B có 2 cách chọn vị trí đứng. 5 bạn còn lại có $5!$ cách sắp xếp.

Vậy có tất cả $2.5!$ cách sắp xếp 7 bạn thành 1 hàng sao cho A,B đứng 2 đầu dãy.

Câu 6. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 viên bi đỏ và 10 viên bi xanh vào 1 hàng sao không có 2 viên bi nào cùng màu đứng gần nhau?

Lời giải

Ta đánh số vị trí của hàng bằng các số 1 đến 20. Vì các viên bi cùng màu không đứng gần nhau nên các viên bi cùng màu được đánh số cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Cách sắp xếp 10 viên bi đỏ vào 10 vị trí cùng chẵn hoặc cùng lẻ có $10!$ cách.

Cách sắp xếp 10 viên bi đỏ vào 10 vị trí cùng chẵn hoặc cùng lẻ có $10!$ cách.

Vậy có tất cả $2.10! 10!$ cách sắp xếp 10 viên bi đỏ và 10 viên bi xanh vào 1 hàng sao cho không có 2 viên bi nào cùng màu đứng gần nhau.

Câu 7. Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 sao cho 2 chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau

Lời giải

Xét số có 5 chữ số gồm 0, 1, 2, 5 và chữ số “kép” là (3,4).

+ Loại 1: chữ số hàng trăm ngàn có thể là 0.

- Bước 1: sắp 5 chữ số vào 5 vị trí có $5! = 120$ cách.

- Bước 2: với mỗi cách sắp chữ số kép có 2 hoán vị chữ số 3 và 4.

Suy ra có $120.2 = 240$ số.

+ Loại 2: chữ số hàng trăm ngàn là 0.

- Bước 1: sắp 4 chữ số vào 4 vị trí còn lại có $4! = 24$ cách.

- Bước 2: với mỗi cách sắp chữ số kép có 2 hoán vị chữ số 3 và 4.

Suy ra có $24.2 = 48$ số. Vậy có $240 - 48 = 192$ số.

DẠNG 2. CHỈNH HỢP

Câu 8. Rút gọn

$$M = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4} \quad N = \frac{A_5^2 \cdot A_6^3}{P_6} - \frac{A_5^3}{P_6} \quad E = \frac{P_n}{(n-3)!A_n^2} - \frac{P_{n+1}}{(n+2)!}$$

Lời giải

$$M = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4} = \frac{\frac{n!}{(n-6)!} + \frac{n!}{(n-5)!}}{\frac{n!}{(n-4)!}} = \frac{\frac{n!}{(n-5)!} \cdot (n-5+1)}{\frac{n!}{(n-4)!}} = \frac{(n-4)}{\frac{1}{(n-4)}} = (n-4)^2$$

$$N = \frac{A_5^2 \cdot A_6^3}{P_6} - \frac{A_5^3}{P_6} = \frac{\frac{5!}{3!} \cdot \frac{6!}{3!}}{6!} - \frac{\frac{5!}{2!}}{6!} = \frac{\frac{5!}{2!} \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{6!}{3!} - 1 \right)}{6!} = \frac{5!}{2!6!} \left(\frac{6!}{3 \cdot 3!} - 1 \right) = \frac{13}{4}$$

$$E = \frac{P_n}{(n-3)!A_n^2} - \frac{P_{n+1}}{(n+2)!} = \frac{n!}{(n-3)! \frac{n!}{(n-2)!}} - \frac{(n+1)!}{(n+2)!} = n-2 - \frac{1}{n+2}$$

Câu 9. Có thể lập được bao nhiêu vectơ từ các đỉnh của hình ngũ giác đều?

Lời giải

Hình ngũ giác đều có tất cả 5 đỉnh. Cứ 2 đỉnh bất kì cho ta 2 vectơ. Nên số vectơ tạo từ các đỉnh của hình ngũ giác là $A_5^2 = 20$ vectơ.

Câu 10. Một nhà hàng có 10 món đặc sản. Mỗi ngày nhà hàng đó chọn ra 2 món ăn khác nhau, trưa 1 món, tối 1 món. Hỏi nhà hàng đó có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Số cách chọn 2 món khác nhau từ 10 món là: $A_{10}^2 = 90$ cách chọn.

Câu 11. (Học sinh giải theo 2 cách: quy tắc đếm và chỉnh hợp) Cho các số tự nhiên 0,1,2,3,4,5,6,7.

- Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?
- Bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau?

Lời giải

Cách 1:

- Gọi số cần lập là $\overline{abcd}$.

Vì $a \neq 0$ nên có 7 cách chọn, b có 7 cách chọn, c có 6 cách chọn, d có 5 cách chọn.

Vậy số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là $7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1470$ số.

- Gọi số cần lập là $\overline{abc}$

Vì số cần lập là số chẵn nên $c=0;2;4;6$.

- ☐ Nếu $c=0$ thì a có 7 cách chọn, b có 6 cách chọn.

Vậy có tất cả $7 \cdot 6 = 42$ số có dạng $\overline{ab0}$ được thành lập từ các số trên.

- ☐ Nếu $c=2;4;6$ thì a có 6 cách chọn; b có 6 cách chọn.

Vậy có tất cả $3 \cdot 6 \cdot 6 = 108$ số.

Vậy số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là $108 + 42 = 150$ số.

Cách 2:

- Số có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là: $A_8^4 = 1680$ số.

Số có dạng $\overline{0abc(a,b,c)}$ khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là: $A_7^3 = 210$ số.

Vậy số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là: $A_8^4 - A_7^3 = 1470$ số.

- Số số có 3 chữ số được thành lập từ các chữ số trên là: $A_8^3 - A_7^2 = 294$ số.

Gọi số cần lập $\overline{abc}$ là số lẻ. Khi đó c có cách chọn, a có 6 cách chọn, b có 6 cách chọn. Vậy số lẻ được thành lập từ các chữ số trên là: $4 \cdot 6 \cdot 6 = 144$ số.

Vậy số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là: $294 - 144 = 150$ số.

Câu 12. Một đội bóng có 22 cầu thủ, cần chọn ra 11 cầu thủ thi đấu chính thức. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

- Ai cũng có thể chơi ở bất kì vị trí nào?
- Chỉ có cầu thủ A làm thủ môn còn các cầu thủ khác chơi ở vị trí nào cũng được?

Lời giải

- Số cách chọn 11 cầu thủ trong 22 cầu thủ ra sân thi đấu là A_{22}^{11} .

- Số cách chọn 11 cầu thủ trong đó cầu thủ A làm thủ môn còn các cầu thủ khác vào vị trí nào cũng được là: A_{21}^{10} .

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. HOÁN VỊ

Câu 1. Từ các chữ số 2,3,4,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau?

A. 256.

B. 720.

C. 120.

D. 24.

Lời giải

Số cách lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau từ các chữ số đã cho là số hoán vị của 6 phần tử, do đó có $6! = 720$

Câu 2. Cho các số 1, 5, 6, 7. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các số khác nhau lập từ các số đã cho.

- A. 64. B. 24. C. 256. D. 12.

Lời giải

Số các số tự nhiên có 4 chữ số với các số khác nhau lập từ các số đã cho là: $4! = 24$ số.

Câu 3. Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 32. B. 24. C. 256. D. 18.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập A là hoán vị của 4 phần tử. Vậy có $4! = 24$ số cần tìm.

Câu 4. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau:

- A. 120. B. 720. C. 16. D. 24.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5 là một hoán vị của 5 phần tử đó. Nên số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $P_5 = 5! = 120$ (số).

Câu 5. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?

- A. 60. B. 120. C. 24. D. 48.

Lời giải

Mỗi cách lập số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một hoán vị của 5 phần tử. Vậy có $5! = 120$ số cần tìm.

Câu 6. Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp X là

- A. $10!$. B. 10^2 . C. 2^{10} . D. 10^{10} .

Lời giải

Số các hoán vị của 10 phần tử: $10!$.

Câu 7. Số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 12 được lập từ 1; 2; 3; 4; 5; 6 là

- A. 720. B. 966. C. 696. D. 669.

Lời giải

Chọn C

Lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau, ta tìm được: $6!$ số.

Lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau nhưng bắt đầu bằng 12, ta tìm được: $4!$ số.

Vậy số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 12 là $6! - 4! = 696$ số.

Câu 8. Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

- A. 384. B. 120. C. 216. D. 600.

Lời giải

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6! - 5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2 \cdot 5! - 4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau là: $6! - 5! - (2 \cdot 5! - 4!) = 384$.

Câu 9. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 5^5 . B. $5!$. C. $4!$. D. 5.

Lời giải

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là $5!$.

Câu 10. Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một bàn dài là

- A. 120. B. 24. C. 5. D. 1.

Lời giải

Ta có số cách xếp 5 học sinh vào một bàn dài là số các hoán vị của 5 học sinh đó. Vậy kết quả là:

$$P_5 = 5! = 120.$$

Câu 11. Có bao nhiêu các sắp xếp 10 bạn học sinh thành một hàng ngang ?

- A. P_{10} . B. C_{10}^1 . C. A_{10}^1 . D. C_{10}^{10} .

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 10 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của tập hợp có 10 phần tử.

Suy ra số cách sắp xếp là P_{10} .

Câu 12. Ban chấp hành chi đoàn lớp 11D có bạn An, Bình, Công. Hỏi có bao nhiêu cách phân công các bạn này vào các chức vụ Bí thư, phó Bí thư và Ủy viên mà không bạn nào kiêm nhiệm?

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 9.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách phân công 3 bạn An, Bình, Công vào 3 chức vụ Bí thư, phó Bí thư và Ủy viên mà không bạn nào kiêm nhiệm là một hoán vị của 3 phần tử. Vậy có $3! = 6$ cách.

Câu 13. Có tất cả bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách?

- A. $5!$ B. 6^5 C. $6!$ D. 6^6

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách sắp xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách là một hoán vị của 6 phần tử. Vậy số cách sắp xếp là $6!$.

Câu 14. Trong kỳ thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?

- A. 120. B. 625. C. 3125 D. 80.

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 5 sinh viên vào 5 vị trí thỏa đề là một hoán vị của 5 phần tử.

Suy ra số cách xếp là $5! = 120$ cách.

Câu 15. Trong kì thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một Điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?

- A. 625. B. 3125. C. 120. D. 80.

Lời giải

Số cách phân công 5 vị trí trực khác nhau cho 5 người là: $5! = 120$.

Câu 16. Có một con mèo vàng, 1 con mèo đen, 1 con mèo nâu, 1 con mèo trắng, 1 con mèo xanh, 1 con mèo tím. Xếp 6 con mèo thành hàng ngang vào 6 cái ghế, mỗi ghế một con. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ sao cho mèo vàng và mèo đen ở cạnh nhau.

A. 720.

B. 120.

C. 144.

D. 240.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp con mèo vàng và con mèo đen ở cạnh nhau là: 2.

Xem nhóm con mèo vàng và đen này là một phần tử, cùng với 1 con mèo nâu, 1 con mèo trắng, 1 con mèo xanh, 1 con mèo tím, ta được 5 phần tử. Xếp 5 phần tử này là: $5!$.

Vậy có: $2.5! = 240$.

Câu 17. Tính số cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi sao cho các nữ sinh luôn ngồi cạnh nhau.

A. $10!$.

B. $7! \times 4!$.

C. $6! \times 4!$.

D. $6! \times 5!$.

Lời giải:

Chọn B

Sắp xếp 4 nữ sinh vào 4 ghế: $4!$ cách.

Xem 4 nữ sinh lập thành nhóm X, sắp xếp nhóm X cùng với 6 nam sinh: có $7!$ cách
vậy có $7! \times 4!$ cách sắp xếp.

Câu 18. Có 6 học sinh và 2 thầy giáo được xếp thành hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho hai thầy giáo không đứng cạnh nhau?

A. 30240 cách.

B. 720 cách.

C. 362880 cách.

D. 1440 cách.

Lời giải

Chọn A

Xếp 8 người thành hàng ngang có P_8 cách.

Xếp 8 người thành hàng ngang sao cho 2 thầy giáo đứng cạnh nhau có $7.2!.6!$ cách.

Vậy số cách xếp cần tìm là: $P_8 - 7.2!.6! = 30240$ cách.

Câu 19. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau.

A. 160.

B. 156.

C. 752.

D. 240.

Lời giải

Gọi số cần tìm là: $\overline{abcd}$ (với $b, c, d \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, $a \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$).

□ **Trường hợp 1:**

Chọn $d = 0$, nên có 1 cách chọn.

Chọn $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ nên có 5 cách chọn.

Chọn b có 4 cách chọn.

Chọn c có 3 cách chọn.

Suy ra, có $1.5.4.3 = 60$ số.

□ **Trường hợp 2:**

Chọn $d \in \{2, 4\}$, nên có 2 cách chọn.

Chọn $a \neq 0$ nên có 4 cách chọn.

Chọn b có 4 cách chọn.

Chọn c có 3 cách chọn.

Suy ra, có $2.4.4.3 = 96$ số.

Vậy có tất cả: $60 + 96 = 156$ số.

Câu 20. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng vị trí ghế (số ở ghế). Số cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ bằng

A. $4!.4!.2^4$.

B. $4!.4!$.

C. $4!.2$.

D. $4!.4!.2$.

Lời giải

Chọn A

Xếp 4 bạn nam vào một dãy có $4!$ (cách xếp).

Xếp 4 bạn nữ vào một dãy có $4!$ (cách xếp).

Với mỗi một số ghế có 2 cách đổi vị trí cho bạn nam và bạn nữ ngồi đối diện nhau.

Số cách xếp theo yêu cầu là: $4!.4!.2^4$ (cách xếp).

Câu 21. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau?

A. 24.

B. 72.

C. 12.

D. 48.

Lời giải

Chọn B

+) Xếp 5 bạn vào 5 chỗ ngồi có $5!$ cách.

+) Xếp An và Dũng ngồi cạnh nhau có 2 cách. Xem An và Dũng là 1 phần tử cùng với 3 bạn còn lại là 4 phần tử xếp vào 4 chỗ. Suy ra số cách xếp 5 bạn sao cho An và Dũng luôn ngồi cạnh nhau là: $2.4!$ cách.

Vậy số cách xếp 5 bạn vào 5 ghế sao cho An và Dũng không ngồi cạnh nhau là:

$5! - 2.4! = 72$.

Câu 22. Một nhóm học sinh gồm 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 học sinh trên thành 1 hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ?

A. 5760.

B. 2880.

C. 120.

D. 362880.

Lời giải

Xếp 4 học sinh nam thành hàng dọc có $4!$ cách xếp.

Giữa 4 học sinh nam có 5 khoảng trống ta xếp các bạn nữ vào vị trí đó nên có $5!$ cách xếp.

Theo quy tắc nhân có $4!5! = 2880$ cách xếp thỏa mãn bài ra.

Câu 23. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345600.

B. 518400.

C. 725760.

D. 103680.

Lời giải

Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $3!$.

Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành một dãy bằng: $4!$.

Số cách xếp 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $5!$.

Số cách xếp 3 nhóm bi thành một dãy bằng: $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa yêu cầu đề bài bằng $3!.4!.5!.3! = 103680$ cách.

Câu 24. Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?

A. $5!.8!$.

B. $5!.7!$.

C. $2.5!.7!$.

D. $12!$.

Lời giải

Chọn A

Vì các sách Văn phải xếp kề nhau nên ta xem 5 cuốn sách Văn là một phần tử.

Xếp 7 cuốn sách toán lên kệ có $7!$ cách.

Giữa 7 cuốn sách Toán có 8 khoảng trống, ta xếp phần tử chứa 5 cuốn sách Văn vào 8 vị trí đó có 8 cách.

5 cuốn sách Văn có thể hoán đổi vị trí cho nhau ta được $5!$ cách.

Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $8.7!.5! = 8!.5!$.

Câu 25. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ?

A. 6.

B. 144.

C. 720.

D. 72.

Lời giải

Chọn D

Đánh số thứ tự các vị trí theo hàng dọc từ 1 đến 6.

➤ **Trường hợp 1:** Nam đứng trước, nữ đứng sau.

✎ Xếp nam (vào các vị trí đánh số 1,3,5): Có $3! = 6$ cách.

✎ Xếp nữ (vào các vị trí đánh số 2,4,6): Có $3! = 6$ cách.

Vậy trường hợp này có: $6.6 = 36$ cách.

➤ **Trường hợp 2:** Nữ đứng trước, nam đứng sau.

✎ Xếp nữ (vào các vị trí đánh số 1,3,5): Có $3! = 6$ cách.

✎ Xếp nam (vào các vị trí đánh số 2,4,6): Có $3! = 6$ cách.

Vậy trường hợp này có: $6.6 = 36$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có: $36 + 36 = 72$ cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ.

Câu 26. Xếp 6 chữ số 1, 1, 2, 2, 3, 4 thành hàng ngang sao cho hai chữ số giống nhau thì không xếp cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách

A. 120 cách.

B. 96 cách.

C. 180 cách.

D. 84 cách.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp sáu chữ số thành hàng một cách tùy ý là $\frac{6!}{2!.2!} = 180$.

*) Tìm số cách xếp sáu chữ số sao cho có hai chữ số giống nhau đứng cạnh nhau

+) TH1: Số cách xếp sao cho có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau $5. \frac{4!}{2!} = 60$.

+) TH2: Số cách xếp sao cho có hai chữ số 2 đứng cạnh nhau $5. \frac{4!}{2!} = 60$.

+) TH3: Số cách xếp sao cho có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau và hai chữ số 2 đứng cạnh nhau

-) Nếu hai chữ số 1 ở vị trí (1;2) và (5;6) ta có số cách xếp là $2.3.2 = 12$.

-) Nếu hai chữ số 1 ở ba vị trí còn lại thì số các xếp là $3.2.2=12$.

Vậy số cách xếp hai chữ số giống nhau đứng cạnh nhau là $60+60-12-12=96$.

$\Rightarrow$ Số cách xếp không có hai chữ số giống nhau nào đứng cạnh nhau là $180-96=84$.

Câu 27. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt mà tổng các chữ số là số lẻ?

A. 320.

B. 144.

C. 180.

D. 60.

Lời giải

Chọn A

➤ Trường hợp 1: 3 chữ số đều lẻ. Có $A_5^3 = 60$ số thỏa mãn.

➤ Trường hợp 2: số đó gồm 2 chữ số chẵn và 1 chữ số lẻ

- Chọn 2 chữ số chẵn khác nhau có $C_5^2 = 10$ cách.

- Chọn 1 chữ số lẻ có 5 cách.

- Từ 3 số đã chọn đó lập được $3! = 6$ số.

Do đó có $10.5.6 = 300$ dãy gồm 3 chữ số phân biệt, trong đó có 2 chữ số chẵn, 1 chữ số lẻ kể cả chữ số 0 đứng đầu.

Xét dãy số có 3 chữ số phân biệt, gồm 2 chữ số chẵn, 1 chữ số lẻ mà chữ số đầu bằng 0

- Chọn 1 chữ số lẻ có 5 cách.

- Chọn 1 chữ số chẵn khác chữ số 0 có 4 cách.

Vậy có $4.5.2! = 40$ số có 3 chữ số phân biệt, gồm 2 chữ số chẵn, 1 chữ số lẻ mà chữ số đầu bằng 0.

Do đó có $60+300-40=320$ số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt mà tổng các chữ số là số lẻ.

Câu 28. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32.

B. 72.

C. 36.

D. 24.

Lời giải

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần tìm

Ta có $a_6 \in \{1; 3; 5\}$ và $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5 + a_6) = 1$

○ Với $a_6 = 1$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 2 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{4, 5\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 4, 5\} \\ a_4, a_5 \in \{3, 6\} \end{cases}$

○ Với $a_6 = 3$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2; 4; 5\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 6\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 5\} \end{cases}$

○ Với $a_6 = 5$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 6 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 4\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 3\} \end{cases}$

Mỗi trường hợp có $3!.2! = 12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6.12 = 72$ số cần tìm.

Câu 29. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

A. 9333420.

B. 46666200.

C. 9333240.

D. 46666240.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ 5, 6, 7, 8, 9 là $5! = 120$ số.

Vì vai trò các chữ số như nhau nên mỗi chữ số 5, 6, 7, 8, 9 xuất hiện ở hàng đơn vị là $4! = 24$ lần.

Tổng các chữ số ở hàng đơn vị là $24(5+6+7+8+9)=840$.

Tương tự thì mỗi lần xuất hiện ở các hàng chục, trăm, nghìn, chục nghìn của mỗi chữ số là 24 lần.

Vậy tổng các số thuộc tập S là $840(1+10+10^2+10^3+10^4)=9333240$.

DẠNG 2. CHÍNH HỢP

Câu 30. Cho tập $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.

- A. $4!$. B. A_9^4 . C. 4^9 . D. C_9^4 .

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là: A_9^4 .

Câu 31. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

- A. C_7^2 . B. 7^2 . C. A_7^2 . D. 2^7 .

Lời giải

Mỗi số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau thành lập được từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là một chỉnh hợp chập 2 của 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Vậy số các số tự nhiên thành lập được là A_7^2 .

Câu 32. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?.

- A. 2^8 . B. C_8^2 . C. A_8^2 . D. 2^2 .

Lời giải

Số số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau lập được từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 là số cách chọn 2 chữ số khác nhau từ 8 số khác nhau có thứ tự.

Vậy có A_8^2 số.

Câu 33. Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5?

- A. A_5^4 . B. P_5 . C. C_5^4 . D. P_4 .

Lời giải

Số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử

Vậy có A_5^4 số cần tìm.

Câu 34. Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?

- A. 24. B. 720. C. 840. D. 35.

Lời giải

Ta có: $A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840$.

Câu 35. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

- A. $5!$. B. 9^5 . C. C_9^5 . D. A_9^5 .

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau là một chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử.

Vậy số các số tự nhiên thỏa đề bài là A_9^5 số.

Câu 36. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S ?

- A. 360. B. 120. C. 15. D. 20.

Lời giải

Từ tập S lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau.

Câu 37. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số, các chữ số khác nhau và đều khác 0?

- A. 90. B. 9^2 . C. C_9^2 . D. A_9^2 .

Lời giải

Số tự nhiên cần lập có 2 chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số từ 1 đến 9 nên có A_9^2 số như vậy.

Câu 38. Từ tập $X = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

- A. 60. B. 125. C. 10. D. 6.

Lời giải

Số các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập X là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ số các số cần lập là $A_5^3 = 60$ (số).

Câu 39. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

- A. 720. B. 360. C. 120. D. 24.

Lời giải

Tập A gồm có 6 phần tử là những số tự nhiên khác 0.

Từ tập A có thể lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau.

Câu 40. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là

- A. A_{10}^2 . B. C_2^{10} . C. C_{10}^2 . D. A_2^{10} .

Lời giải

Chọn A

Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là: A_{10}^2 .

Câu 41. Tính số các chỉnh hợp chập 5 của 7 phần tử.

- A. 21. B. 2520. C. 5040. D. 120.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết công thức tính số các chỉnh hợp chập 5 của 7: $A_7^5 = \frac{7!}{(7-5)!} = 2520$.

Câu 42. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

- A. 216. B. 120. C. 504. D. 6.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách lập số là một chỉnh hợp chập 3 của 6.

Vậy có $A_6^3 = 120$ số.

Câu 43. Tính số các chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử.

- A. 35. B. 24. C. 720. D. 840.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840.$$

Câu 44. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau

A. C_9^3 .

B. A_9^3 .

C. $9!$.

D. $A_9^3 - A_9^2$.

Lời giải

Chọn B

Mỗi số tự nhiên lập được có 3 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 là một chỉnh hợp chập 3 của 9.

Vậy lập được A_9^3 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. A_{10}^2 .

B. C_{10}^2 .

C. A_{10}^8 .

D. 10^2 .

Lời giải

Chọn ra 2 học sinh từ một tổ có 10 học sinh và phân công giữ chức vụ tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử. Số cách chọn là A_{10}^2 cách.

Câu 46. Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

A. 55440.

B. 120.

C. 462.

D. 39916800.

Lời giải

Số cách ủa huấn luyện viên của mỗi đội là $A_{11}^5 = 55440$.

Câu 47. Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư kí là:

A. 13800.

B. 5600.

C. Một kết quả khác.

D. 6900.

Lời giải

Mỗi cách chọn 3 người ở 3 vị trí là một chỉnh hợp chập 3 của 25 thành viên.

Số cách chọn là: $A_{25}^3 = 13800$.

Câu 48. Trong một lớp có 30 bạn học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một bạn để làm lớp trưởng và một bạn khác làm lớp phó?

A. 30^2

B. A_{30}^{28}

C. A_{30}^2

D. C_{30}^2

Lời giải

Mỗi cách chọn một bạn làm lớp trưởng và một bạn làm lớp phó là chỉnh hợp chập 2 của 30 phần tử nên số cách chọn là A_{30}^2 .

Câu 49. Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư ký là

A. 5600.

B. 13800.

C. 6900.

D. Kết quả khác.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn ban quản lí là $A_{25}^3 = 13800$ cách.

Câu 50. Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

- A. 10^3 . B. 3×10 . C. C_{10}^3 . D. A_{10}^3 .

Lời giải

Số cách chọn 3 em học sinh là số cách chọn 3 phần tử khác nhau trong 10 phần tử có phân biệt thứ tự nên số cách chọn thỏa yêu cầu là A_{10}^3 .

Câu 51. Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là

- A. 6^{10} . B. $6!$. C. A_{10}^6 . D. C_{10}^6 .

Lời giải

Mỗi cách chọn 6 ghế từ 10 ghế sắp xếp 6 người là một chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử. Vậy có A_{10}^6 cách chọn.

Câu 52. Lớp 11A có 38 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 3 bạn học sinh để sắp xếp làm Lớp trưởng, Lớp phó và Thư kí. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra như vậy?

- A. 50616. B. 8436. C. 114. D. 41.

Lời giải

Chọn A

Chọn 3 học sinh trong 38 học sinh và sắp xếp ba học sinh vào ba chức vụ khác nhau: Lớp trưởng, Lớp phó, Bí thư. Mỗi cách chọn ra 3 học sinh như vậy là một chỉnh hợp chập 3 của 38 phần tử.

Vậy số cách chọn là: $A_{38}^3 = 50616$.

Câu 53. Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

- A. A_{11}^5 . B. C_{11}^5 . C. $A_{11}^2 \cdot 5!$. D. C_{10}^5 .

Lời giải

Số cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm là số chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử nên số cách chọn là A_{11}^5 .

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$

- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

Lời giải

Số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử $\Rightarrow$ số vectơ là $A_4^2 = 12$.

Câu 55. Cho lục giác $ABCDEF$. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ – không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác trên.

- A. 6^2 . B. 2^6 . C. C_6^2 . D. A_6^2 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi vectơ khác vectơ – không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là một chỉnh hợp chập 2 của 6 phần tử. Vậy số vectơ thỏa yêu cầu bài toán là A_6^2 vectơ.

Câu 56. Số các số gồm 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10 là

- A. 5436. B. 3024. C. 3260. D. 12070.

Lời giải

Chọn B

Xét $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $|X| = 9$.

Gọi $x = \overline{abcd0}$ là số cần lập ($a, b, c, d \in X$ và đôi một khác nhau).

Mỗi số cần lập là một chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử nên số các số thỏa yêu cầu bài toán là $A_9^4 = 3024$.

Câu 57. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

- A. C_9^3 . B. A_9^3 . C. $9!$. D. $A_9^3 - A_8^2$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $x = \overline{abc}$, trong đó a, b, c đôi một khác nhau.

Lấy 3 phần tử từ tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ và xếp vào 3 vị trí. Có A_9^3 cách.

Suy ra có A_9^3 số thỏa yêu cầu bài.

Câu 58. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 15. B. 4096. C. 360. D. 720.

Lời giải

Để được một số có 4 chữ số theo yêu cầu đề bài, ta chọn 4 chữ số trong 6 chữ số đã cho và xếp theo một thứ tự nào đó, nghĩa là ta được một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử.

Vậy số các số cần thành lập là $A_6^4 = 360$.

Câu 59. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5, gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 120. B. 72. C. 69. D. 54.

Lời giải

Chọn D

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abcd}$, từ yêu cầu bài toán ta có:

$d \in \{1; 2; 3\}$: có 3 cách chọn

a : có 3 cách chọn ($a \neq 0, a \neq d$)

Trong 3 số còn lại chọn ra 2 số lần lượt đặt vào các vị trí b, c có A_3^2 cách.

Số các số thỏa yêu cầu bài toán là $S = 3 \cdot 3 \cdot A_3^2 = 54$ số.

Câu 60. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau.

- A. 500. B. 405. C. 360. D. 328.

Lời giải

Chọn D

Xét hai trường hợp.

TH1: Chữ số tận cùng là 0 có 1 cách chọn chữ số tận cùng.

Có A_9^2 cách chọn hai chữ số đầu.

Do đó có $1 \cdot A_9^2 = 72$ số.

TH2: Chữ số tận cùng là 2, 4, 6, 8 có 4 cách chọn chữ số tận cùng.

Có 8 cách chọn chữ số đầu tiên.

Có 8 cách chọn chữ số ở giữa.

Do đó có $4 \cdot 8 \cdot 8 = 256$ số.

Vậy có $72 + 256 = 328$ số thỏa mãn bài toán. Chọn **D**.

Câu 61. Từ các số 0;1;2;3;5 có thể lập thành bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 120.

B. 54.

C. 72.

D. 69.

Lời giải

Chọn B

Giả sử số tự nhiên có 4 chữ số có dạng $\overline{abcd}$

+ Do số tự nhiên đó không chia hết cho 5 nên d có 3 cách chọn (1; 2; 3)

+ Có 3 cách chọn a (khác d; 0)

+ Số cách chọn 2 chữ số còn lại là số chỉnh hợp chập 2 của 3 $\Rightarrow A_3^2$

Vậy có $3 \cdot 3 \cdot A_3^2 = 54$ số.

Câu 62. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và lớn hơn 350?

A. 32.

B. 40.

C. 43.

D. 56.

Lời giải

Chọn C

Gọi số có ba chữ số khác nhau thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\overline{abc}$.

Vì $\overline{abc} > 350$ nên ta xét 2 trường hợp sau:

TH 1: Chọn $a \in \{4;5\} \Rightarrow a$ có 2 cách chọn.

Chọn b và c trong số 5 chữ số còn lại có A_5^2 cách.

Suy ra TH 1 có $2 \cdot A_5^2 = 40$ số được lập.

TH 2: Chọn $a = 3, b = 5 \Rightarrow c \in \{1;2;4\}$ nên có 3 số được lập.

Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $40 + 3 = 43$ số.

Câu 63. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau, sao cho trong mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

A. 7056.

B. 120.

C. 5040.

D. 15120.

Lời giải

Chọn A

Gọi số đó có dạng $\overline{abcde}$ ($a, b, c, d, e \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}, a \neq 0$).

TH1: $e = 0$

Số các số tự nhiên thỏa mãn bài toán là: A_9^4 (số).

TH2: $e \neq 0$.

Khi đó e có 4 cách chọn (vì e được lấy từ các số 2, 4, 6, 8).

Có 3 cách để xếp chữ số 0 vào 3 vị trí b, c, d.

Số cách lấy 3 số trong 8 số còn lại và sắp xếp là A_8^3 .

Số các số tự nhiên thỏa mãn bài toán là: $4 \cdot 3 \cdot A_8^3$ (số).

Vậy số các số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau, sao cho trong mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0 là: $A_9^4 + 4 \cdot 3 \cdot A_8^3 = 7056$ (số)

Câu 64. Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 2520.

B. 50000.

C. 4500.

D. 2296.

Lời giải

↳ Số có 4 chữ số khác nhau đôi một: $9.A_9^3$.

↳ Số có 4 chữ số lẻ khác nhau đôi một: $5.8.A_8^2$.

Vậy số có 4 chữ số chẵn khác nhau đôi một: $9.A_9^3 - 5.8.A_8^2 = 2296$.

Câu 65. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5?

A. 72.

B. 120.

C. 54.

D. 69.

Lời giải

Gọi số cần tìm dạng: $\overline{abcd}$, ($a \neq 0$).

- Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau: $4.A_4^3 = 96$ số.
- Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 5: $A_4^3 + 3.A_3^2 = 42$.
- Vậy số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau không chia hết cho 5 là: $96 - 42 = 54$ số.

Câu 66. Từ các chữ số của tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

A. 504.

B. 480.

C. 720.

D. 120.

Lời giải

• Cách 1: Gọi số cần tìm là $n = \overline{abcde}$.

✓ Có 4 vị trí xếp số 0 vì $a \neq 0$.

✓ - a, b, c, d được chọn trong 5 số còn lại và sắp, có $A_5^4 = 120$ cách.

✓ Vậy số các số cần tìm là $4.120 = 480$.

• Cách 2: Gọi số cần tìm là $n = \overline{abcde}$.

✓ Có 5 vị trí xếp số 0 (kể cả vị trí đầu tiên), 4 vị trí còn lại chọn 4 trong 5 số và sắp, nên có $5.A_5^4 = 600$ số.

✓ Các số có dạng $\overline{0bcde}$ là $A_5^4 = 120$ số.

✓ Vậy số các số cần tìm là $600 - 120 = 480$.

Câu 67. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số chẵn có bốn chữ số và các chữ số phải khác nhau.

A. 160.

B. 156.

C. 752.

D. 240.

Lời giải

Gọi số có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$ ($a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, a \neq 0$).

+ TH1: $d = 0$ Số cách xếp số abc là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Suy ra có $A_5^3 = 60$ (số).

+ TH2: $d \in \{2, 4\}$

d có 2 cách chọn

a có 4 cách chọn

b có 4 cách chọn

c có 3 cách chọn

Suy ra có $2.4.4.3 = 96$ (số)

Áp dụng quy tắc cộng ta có tất cả $60 + 96 = 156$ (số)

Câu 68. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau.

A. 648

B. 1000

C. 729

D. 720

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc}$ ($a \neq 0$; a, b, c đôi một khác nhau)

$\Rightarrow$ số có ba chữ số là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$.

Câu 69. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1.

A. 2802.

B. 2280.

C. 65.

D. 2520.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abcde}$ với $a, b, c, d, e \in A$ và $a > 0$, các chữ số khác nhau.

TH1: $a = 1$. Số cách sắp chữ số còn lại là $A_7^4 = 840$.

TH2: $a \neq 1$.

Đề chọn vị trí cho chữ số 1 có 2 cách.

Đề chữ số a có 6 cách.

Đề sắp chữ số còn lại có A_6^3 .

Do đó có $2.6.A_6^3$ số lập được.

Vậy có $A_7^4 + 2.6.A_6^3 = 2280$ số thỏa mãn đề bài.

Câu 70. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau?

A. 500.

B. 328.

C. 360.

D. 405.

Lời giải

Gọi số tự nhiên chẵn cần tìm có dạng $\overline{abc}$, $c \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

Xét các số có dạng $\overline{ab0}$ có tất cả $A_9^2 = 72$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Xét các số dạng $\overline{abc}$, $c \in \{2; 4; 6; 8\}$ có tất cả: $4.8.8 = 256$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy số các số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau là: $72 + 256 = 328$ số.

Câu 71. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321.

B. 21312.

C. 12312.

D. 21321.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của các chữ số này. Do đó, ta lập được $A_5^3 = 60$ số.

Do vai trò các số 1, 2, 3, 4, 6 như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong các chữ số này ở mỗi hàng (hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm) là như nhau và bằng $60:5=12$ lần.

Vậy, tổng các số lập được là:

$$S = 12.(1+2+3+4+6)(100+10+1) = 21312.$$

Câu 72. Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

A. 3204 số.

B. 249 số.

C. 2942 số.

D. 7440 số.

Lời giải

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321.

TH1: Số cần lập có bộ ba số 123.

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $\overline{123abcd}$.

Có $A_7^4 = 840$ cách chọn số a, b, c, d nên có $A_7^4 = 840$ số.

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123.

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3 = 120$ cách chọn số b, c, d .

Theo quy tắc nhân có $6.4.A_6^3 = 2880$ số

Theo quy tắc cộng có $840 + 2880 = 3720$ số.

TH2: Số cần lập có bộ ba số 321.

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2(840 + 2880) = 7440$

Câu 73. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau nằm trong khoảng (300;500)

A. 24.

B. 25.

C. 23.

D. 22.

Bài làm

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Để $\overline{abc} \in (300; 500)$ thì $a = 3$ hoặc $a = 4$.

Với $a = 3$, số cách chọn b, c là $A_4^2 = 12$.

Với $a = 4$, số cách chọn b, c là $A_4^2 = 12$.

Vậy số các số lập được là 24. Chọn đáp án **A.**

Câu 74. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

A. 360.

B. 144.

C. 252.

D. 108.

Lời giải

Giả sử số cần lập có dạng $\overline{abcde}$, với $a, b, c, d, e \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

+ **Trường hợp 1:** a, b là hai chữ số lẻ: Có $A_3^2 = 6$ cách chọn $\overline{ab}$

Với mỗi $\overline{ab}$, có $A_4^3 = 24$ cách chọn $\overline{cde}$

$\Rightarrow$ có $6.24 = 144$ số thỏa mãn.

+ **Trường hợp 2:** d, e là hai chữ số lẻ: Có $A_3^2 = 6$ cách chọn $\overline{de}$

Với mỗi $\overline{de}$, có 3 cách chọn a , $A_3^2 = 6$ cách chọn $\overline{bc}$

$\Rightarrow$ có $6.3.6 = 108$ số thỏa mãn.

Vậy có $144 + 108 = 252$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.