

Dạng 5. Xác định điểm

Câu 97. Cho đường thẳng $d: 3x + 5y - 15 = 0$. Trong các điểm sau đây, điểm nào **không** thuộc đường thẳng d

- A. $M_1(5;0)$. B. $M_4(-5;6)$. C. $M_2(0;3)$. D. $M_3(5;3)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d , ta có $M_1, M_4, M_2 \in d$ và $M_3 \notin d$.

Câu 98. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$, $C(-3;-8)$. Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là:

- A. $(-1;4)$. B. $(1;-4)$. C. $(1;4)$. D. $(4;1)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm B và C có dạng: $\frac{x+3}{2+3} = \frac{y+8}{7+8} \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình:

$$1(x-4) + 3(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 13 = 0$$

Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 \\ x + 3y - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Câu 99. Cho đường thẳng $d: -3x + y - 5 = 0$ và điểm $M(-2;1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên d là

- A. $\left(\frac{7}{5}; -\frac{4}{5}\right)$. B. $\left(-\frac{7}{5}; \frac{4}{5}\right)$. C. $\left(-\frac{7}{5}; -\frac{4}{5}\right)$. D. $\left(-\frac{5}{7}; \frac{4}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với d .

Ta có phương trình của Δ là: $x + 3y - 1 = 0$

Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên d là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} -3x + y - 5 = 0 \\ x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}.$$

Câu 100. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2)$ lên đường thẳng $\Delta: x - y = 0$ là

- A. $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $(1;1)$. C. $(2;2)$. D. $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ có 1 VTPT là $\vec{n} = (1; -1)$ nên Δ có 1 VTCP là $\vec{u} = (1; 1)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(1;2)$ lên đường thẳng Δ , tọa độ $H(t;t)$

$$\text{Vì } MH \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{MH} \perp \vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1+t-2=0 \Leftrightarrow t=\frac{3}{2} \Rightarrow H\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Câu 101. Cho hai điểm $A(3;-1), B(0;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

A. $M\left(\frac{7}{2}; 0\right)$ và $M(1; 0)$.

B. $M(\sqrt{13}; 0)$.

C. $M(4; 0)$.

D. $M(2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 4)$

Phương trình đường thẳng $AB: 4x+3(y-3)=0 \Leftrightarrow 4x+3y-9=0$.

$$d(M; AB) = \frac{|4x-9|}{5} \Leftrightarrow 5 = |4x-9| \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy $M\left(\frac{7}{2}; 0\right); M(1; 0)$.

Câu 102. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$, $B(4;-3)$ và đường thẳng $d: x-2y-1=0$. Tìm điểm M thuộc d có tọa độ nguyên và thỏa mãn khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 6.

A. $M(3; 7)$.

B. $M(7; 3)$.

C. $M(-43; -27)$.

D. $M\left(3; -\frac{27}{11}\right)$.

Lời giải

$$\begin{cases} M \in d: x-2y-1=0 \rightarrow M(2m+1; m), m \in \mathbb{Z} \\ AB: 4x+3y-7=0 \end{cases} \text{ . Khi đó}$$

$$6 = d(M; AB) = \frac{|8m+4+3m-7|}{5} \Leftrightarrow |11m-3| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{27}{11} \end{cases} (1) \rightarrow M(7; 3). \text{ Chọn B.}$$

Câu 103. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(0;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 3+t \end{cases}$. Tìm điểm M thuộc d và cách A một khoảng bằng 5, biết M có hoành độ âm.

A. $M(4; 4)$. B. $M\left(-4; 4\right)$. C. $M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right)$. D. $M(-4; 4)$.

$$M \in d: \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 3+t \end{cases} \rightarrow M(2+2t; 3+t) \text{ với } 2+2t < 0 \Leftrightarrow t < -1. \text{ Khi đó}$$

$$5 = AM \Leftrightarrow (2t+2)^2 + (t+2)^2 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 (l) \\ t = -\frac{17}{5} \end{cases} \rightarrow M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right).$$

Chọn C.

Câu 104. Biết rằng có đúng hai điểm thuộc trục hoành và cách đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$ một khoảng bằng $2\sqrt{5}$. Tích hoành độ của hai điểm đó bằng:

- A. $-\frac{75}{4}$. B. $-\frac{25}{4}$. C. $-\frac{225}{4}$. D. Đáp số khác.

Lời giải

Gọi $M(x; 0) \in Ox$ thì hoành độ của hai điểm đó là nghiệm của phương trình:

$$d(M; \Delta) = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2x+5|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} = x_1 \\ x = -\frac{15}{2} = x_2 \end{cases} \longrightarrow x_1 \cdot x_2 = -\frac{75}{4}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 105. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(0; 3)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

- A. $\begin{bmatrix} M\left(\frac{7}{2}; 0\right) \\ M(1; 0) \end{bmatrix}$. B. $\begin{bmatrix} M\left(\frac{14}{3}; 0\right) \\ M\left(\frac{4}{3}; 0\right) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} M\left(-\frac{7}{2}; 0\right) \\ M(-1; 0) \end{bmatrix}$. D. $\begin{bmatrix} M\left(-\frac{14}{3}; 0\right) \\ M\left(-\frac{4}{3}; 0\right) \end{bmatrix}$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(x; 0) \\ AB: 4x + 3y - 9 = 0 \end{cases} \rightarrow 1 = d(M; AB) = \frac{|4x-9|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \rightarrow M\left(\frac{7}{2}; 0\right) \\ x = 1 \rightarrow M(1; 0) \end{cases}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 106. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; 0)$ và $B(0; -4)$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6.

- A. $\begin{bmatrix} M(0; 0) \\ M(0; -8) \end{bmatrix}$. B. $M(0; -8)$. C. $M(6; 0)$. D. $\begin{bmatrix} M(0; 0) \\ M(0; 6) \end{bmatrix}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} AB: 4x - 3y - 12 = 0 \\ AB = 5 \\ M(0; y) \rightarrow h_M = d(M; AB) = \frac{|3y+12|}{5} \end{cases} \rightarrow 6 = S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{|3y+12|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow M(0; 0) \\ y = -8 \rightarrow M(0; -8) \end{cases}.$$

Chọn A.

Câu 107. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 2y + 3 = 0$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho M cách đều hai đường thẳng đã cho.

- A. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. C. $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. D. $M(\sqrt{2}; 0)$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(x; 0) \\ d(M; \Delta_1) = d(M; \Delta_2) \end{cases} \rightarrow \frac{|3x-6|}{\sqrt{13}} = \frac{|3x+3|}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 0\right). \text{ Chọn B.}$$

Câu 108. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2;2)$, $B(4;-6)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=t \\ y=1+2t \end{cases}. \text{ Tìm điểm } M \text{ thuộc } d \text{ sao cho } M \text{ cách đều hai điểm } A, B.$$

- A. $M(3;7)$. B. $M(-3;-5)$. C. $M(2;5)$. D. $M(-2;-3)$

Lời giải

$$\begin{cases} M \in d: \begin{cases} x=t \\ y=1+2t \end{cases} \rightarrow M(t;1+2t) \rightarrow (t+2)^2 + (2t-1)^2 = (t-4)^2 + (2t+7)^2 \\ MA=MB \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 20t+60=0 \Leftrightarrow t=-3 \rightarrow M(-3;-5). \text{ Chọn B.}$$

Câu 109. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;2)$, $B(-3;2)$ và đường thẳng

$$d: 2x-y+3=0. \text{ Tìm điểm } C \text{ thuộc } d \text{ sao cho tam giác } ABC \text{ cân tại } C.$$

- A. $C(-2;-1)$. B. $C\left(-\frac{3}{2};0\right)$. C. $C(-1;1)$. D. $C(0;3)$

Lời giải

$$\begin{cases} M \in d: 2x-y+3=0 \rightarrow M(m;2m+3) \rightarrow (m+1)^2 + (2m+1)^2 = (m+3)^2 + (2m+1)^2 \\ MA=MB \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m=-2 \rightarrow M(-2;-1). \text{ Chọn A.}$$

Câu 110. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2)$, $B(0;3)$ và đường thẳng $d: y=2$.

Tìm điểm C thuộc d sao cho tam giác ABC cân tại B .

- A. $C(1;2)$. B. $C(4;2)$. C. $\begin{bmatrix} C(1;2) \\ C(-1;2) \end{bmatrix}$. D. $C(-1;2)$.

Lời giải

$$\begin{cases} C \in d: y=2 \rightarrow C(c;2) \rightarrow 2=c^2+1 \Leftrightarrow c=\pm 1 \rightarrow \begin{bmatrix} C(1;2) \\ C(-1;2) \end{bmatrix}. \text{ Chọn C.} \\ BA=BC \end{cases}$$

Câu 111. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , giả sử điểm $A(a;b)$ thuộc đường thẳng $d: x-y-3=0$ và cách $\Delta: 2x-y+1=0$ một khoảng bằng $\sqrt{5}$. Tính $P=ab$ biết $a>0$.

- A. 4. B. -2 C. 2. D. -4.

Lời giải

Chọn B

Do $A(a;b)$ thuộc đường thẳng $d: x-y-3=0$ nên $a-b-3=0 \Leftrightarrow b=a-3 \Rightarrow A(a;a-3)$.

Khoảng cách từ điểm $A(a;a-3)$ đến đường thẳng $\Delta: 2x-y+1=0$ là

$$d(a,\Delta) = \frac{|2a-(a-3)+1|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{|a+4|}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Theo đề bài } d(a,\Delta) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|a+4|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |a+4| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} a+4=5 \\ a+4=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-9 \end{cases}.$$

Theo đề bài điểm $A(a;b)$ có hoành độ dương nên $a=1 \Rightarrow A(1;-2)$. Vậy $P=ab=1(-2)=-2$.

Câu 112. Trong mặt phẳng Oxy , cho biết điểm $M(a;b)$ ($a > 0$) thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 2+t \end{cases}$ và cách

đường thẳng $\Delta: 2x - y - 3 = 0$ một khoảng $2\sqrt{5}$. Khi đó $a+b$ là.

A. 21.

B. 23.

C. 22

D. 20.

Lời giải

Chọn B

Vì $M(a;b) \in d \Rightarrow M(3+t; 2+t)$.

Lại có M cách đường thẳng $\Delta: 2x - y - 3 = 0$ một khoảng $2\sqrt{5}$ suy ra

$$\frac{|2(3+t) - (2+t) - 3|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |t+1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 9 \\ t = -11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(12; 11) \\ M(-8; -9) \end{cases}.$$

Vì $a > 0$ nên điểm $M(-8; -9)$ không thỏa mãn.

Vậy: $M(12; 11) \Rightarrow a+b = 23$.

Câu 113. Điểm $A(a;b)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3-t \\ y = 2-t \end{cases}$ và cách đường thẳng $\Delta: 2x - y - 3 = 0$ một khoảng bằng $2\sqrt{5}$ và $a < 0$. Tính $P = ab$.

A. $P = -72$.

B. $P = 72$.

C. $P = 132$.

D. $P = -132$.

Lời giải

Chọn B

$A(a;b) \in d \Rightarrow \begin{cases} a = 3-t \\ b = 2-t \end{cases}$.

Giả thiết: $a < 0 \Leftrightarrow 3-t < 0 \Leftrightarrow t > 3$.

Ta có $d(A; \Delta) = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2(3-t) - (2-t) - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |1-t| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 11 \\ t = -9 \end{cases}$.

Vì $t > 3$ nên chọn $t = 11$. Khi đó $\begin{cases} a = -8 \\ b = -9 \end{cases} \Rightarrow P = 72$. Do đó chọn đáp án **B**.

Câu 114. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $I(1; 2)$ và đường thẳng $(d): 2x + y - 5 = 0$. Biết rằng có hai điểm M_1, M_2 thuộc (d) sao cho $IM_1 = IM_2 = \sqrt{10}$. Tổng các hoành độ của M_1 và M_2 là

A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{14}{5}$.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$M_1 \in (d): 2x + y - 5 = 0 \Rightarrow M_1(m; 5-2m) \Rightarrow \overline{IM_1}(m-1; 3-2m)$.

$IM_1 = \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{(m-1)^2 + (3-2m)^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow 5m^2 - 14m + 10 = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{14}{5} \end{cases}$.

$\Rightarrow$ có 2 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán là $M_1(0; 5); M_2(\frac{14}{5}; -\frac{3}{5})$.

Tổng các hoành độ của M_1 và M_2 là: $0 + \frac{14}{5} = \frac{14}{5}$.

Câu 115. Trong hệ tọa độ Oxy cho $A(1;1)$, $B(4;-3)$. Gọi $C(a;b)$ thuộc đường thẳng $d: x-2y-1=0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6. Biết rằng C có hoành độ nguyên, tính $a+b$?

- A. $a+b=10$. B. $a+b=7$. C. $a+b=4$. D. $a+b=-4$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -4)$.

$\Rightarrow$ phương trình tổng quát của đường thẳng AB có dạng $4x+3y+m=0$.

Vì $A(1;1) \in AB$ nên $4.1+3.1+m=0 \Leftrightarrow m=-7 \Rightarrow AB: 4x+3y-7=0$.

Vì $C(a;b) \in d: x-2y-1=0 \Rightarrow a-2b-1=0 \Rightarrow a=2b+1$.

Theo đề ra $d(C; AB) = 6 \Leftrightarrow \frac{|4a+3b-7|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 6 \Leftrightarrow |4a+3b-7| = 30$.

Thay $a=2b+1$ vào ta được:

$$|4(2b+1)+3b-7| = 30 \Leftrightarrow |11b-3| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} 11b-3=30 \\ 11b-3=-30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ b=-\frac{27}{11} \end{cases}$$

Do C có tọa độ nguyên nên $b=3; a=7 \Rightarrow a+b=10$.

Câu 116. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm hai điểm $A(-4;2)$, $B(2;6)$ và điểm C nằm trên đường thẳng $d: \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-2}$ sao cho $CA=CB$. Khi đó tọa độ điểm C là

- A. $\left(\frac{2}{5}; \frac{8}{5}\right)$. B. $\left(\frac{-1}{5}; \frac{12}{5}\right)$. C. $\left(\frac{1}{5}; \frac{11}{5}\right)$. D. $\left(\frac{2}{5}; \frac{9}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn C

d có phương trình tham số là $\begin{cases} x=5+3t \\ y=-1-2t \end{cases}$

Gọi $C(5+3t; -1-2t) \in d$, ta có: $\overrightarrow{CA} = (-9-3t; 3+2t)$, $\overrightarrow{CB} = (-3-3t; 7+2t)$

$$CA=CB \Leftrightarrow CA^2 = CB^2 \Leftrightarrow (9+3t)^2 + (3+2t)^2 = (3+3t)^2 + (7+2t)^2$$

$$\Leftrightarrow 20t = -32 \Leftrightarrow t = \frac{-8}{5}$$

Suy ra: $C\left(\frac{1}{5}; \frac{11}{5}\right)$

Câu 117. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $A(-3;5)$, $B(1;3)$ và đường thẳng $d: 2x-y-1=0$, đường thẳng AB cắt d tại I . Tính tỉ số $\frac{IA}{IB}$.

- A. 6. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn A

Véc tơ chỉ phương của AB là: $\overrightarrow{AB} = (4; -2) \Rightarrow$ véc tơ pháp tuyến của AB là: $\vec{n} = (1; 2)$

Phương trình đường thẳng AB là: $(x+3)+2(y-5)=0 \Rightarrow x+2y-7=0$

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{5} \\ y = \frac{13}{5} \end{cases}$$

$\Rightarrow I\left(\frac{9}{5}; \frac{13}{5}\right)$.

Vậy tỉ số $\frac{IA}{IB} = \frac{\sqrt{(x_I - x_A)^2 + (y_I - y_A)^2}}{\sqrt{(x_I - x_B)^2 + (y_I - y_B)^2}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{9}{5} + 3\right)^2 + \left(\frac{13}{5} - 5\right)^2}}{\sqrt{\left(\frac{9}{5} - 1\right)^2 + \left(\frac{13}{5} - 3\right)^2}} = 6$.

Câu 118. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $B(-2;3)$ và $C(3;-2)$. Điểm $I(a;b)$ thuộc BC sao cho với mọi điểm M không nằm trên đường thẳng BC thì $\overrightarrow{MI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{MB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{MC}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

A. 1.

B. 0.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y)$. Khi đó: $\overrightarrow{MI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{MB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} a - x = \frac{2}{5}(-2 - x) + \frac{3}{5}(3 - x) \\ b - y = \frac{2}{5}(3 - y) + \frac{3}{5}(-2 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$.

Nên $I(1;0)$. Vậy $S = a^2 + b^2 = 1$.

Dạng 6. Bài toán liên quan đến tam giác

Câu 119. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;2), B(3;1), C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC ?

A. $2x + 3y - 8 = 0$.

B. $2x + 3y + 8 = 0$.

C. $3x - 2y + 1 = 0$.

D. $2x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi AH là đường cao kẻ từ A của $\triangle ABC$. Ta có: $AH \perp BC \Rightarrow vptpt AH$ là $\overrightarrow{BC} = (2;3)$.

Phương trình $AH: 2(x-1) + 3(y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 8 = 0$.

Câu 120. Cho $\triangle ABC$ có $A(2;-1), B(4;5), C(-3;2)$. Đường cao AH của $\triangle ABC$ có phương trình là

A. $7x + 3y - 11 = 0$.

B. $-3x + 7y + 13 = 0$.

C. $3x + 7y + 17 = 0$.

D. $7x + 3y + 10 = 0$.

Lời giải

Đường cao AH đi qua điểm $A(2;-1)$ và có VTPT là $\overrightarrow{BC} = (-7;-3)$.

Vậy phương trình AH là $-7(x-2) - 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 7x + 3y - 11 = 0$.

Câu 121. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;2), B(3;1), C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC ?

A. $2x + 3y - 8 = 0$.

B. $2x + 3y + 8 = 0$.

C. $3x - 2y + 1 = 0$.

D. $2x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (2; 3)$

Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC nhận $\overrightarrow{BC} = (2; 3)$ làm vector pháp tuyến và đi qua điểm A nên có phương trình: $2(x-1) + 3(y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 8 = 0$.

Câu 122. Trong mặt phẳng cho tam giác ABC cân tại C có $B(2; -1)$, $A(4; 3)$. Phương trình đường cao CH là

- A. $x - 2y - 1 = 0$. B. $x - 2y + 1 = 0$. C. $2x + y - 2 = 0$. D. $x + 2y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Tam giác ABC cân tại C nên H là trung điểm của AB và $CH \perp AB$.

Có $H(3; 1)$ và $\overrightarrow{AB} = (-2; -4) = -2(1; 2)$.

Vậy phương trình đường cao CH là $1(x-3) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$.

Câu 123. Cho $\triangle ABC$ có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$, $C(-3; 2)$. Phương trình tổng quát của đường cao BH là

A. $3x + 5y - 37 = 0$. B. $5x - 3y - 5 = 0$. C. $3x - 5y - 13 = 0$. D. $3x + 5y - 20 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Do $BH \perp AC \Rightarrow$ Chọn VTPT của BH là $\overrightarrow{n_{BH}} = \overrightarrow{CA} = (5; -3)$.

Phương trình tổng quát của BH : $5(x-4) - 3(y-5) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y - 5 = 0$.

Câu 124. Cho tam giác ABC có $A(1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(4; 2)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC kẻ từ A .

- A. $x + y - 2 = 0$. B. $2x + y - 3 = 0$. C. $x + 2y - 3 = 0$. D. $x - y = 0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của BC . Ta cần viết phương trình đường thẳng AM .

Ta có :

$$\begin{cases} B(0; -2) \\ C(4; 2) \end{cases} \rightarrow M(2; 0) \rightarrow \vec{u}_{AM} = \overrightarrow{AM} = (1; -1) \rightarrow \vec{n}_{AM} = (1; 1) \rightarrow AM : x + y - 2 = 0. \text{ Chọn A.}$$

Câu 125. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ và $C(-3; 2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .

- A. $7x + 3y - 11 = 0$. B. $-3x + 7y + 13 = 0$.
C. $3x + 7y + 1 = 0$. D. $7x + 3y + 13 = 0$.

Lời giải

Gọi h_A là đường cao kẻ từ A của tam giác ABC . Ta có

$$\begin{cases} A(2; -1) \in h_A \\ h_A \perp BC \rightarrow \vec{n}_{h_A} = \overrightarrow{BC} = (-7; -3) = -(7; 3) \end{cases} \rightarrow h_A : 7x + 3y - 11 = 0. \text{ Chọn A.}$$

Câu 126. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ và $C(-3; 2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ B .

- A. $3x - 5y - 13 = 0$. B. $3x + 5y - 20 = 0$.
C. $3x + 5y - 37 = 0$. D. $5x - 3y - 5 = 0$.

Lời giải

Gọi h_B là đường cao kẻ từ B của tam giác ABC . Ta có

$$\begin{cases} B(4;5) \in h_B \\ h_B \perp AC \rightarrow \vec{n}_{h_B} = \overrightarrow{AC} = (-5;3) = -(5;-3) \end{cases} \rightarrow h_B: 5x - 3y - 5 = 0. \text{ Chọn D.}$$

Câu 127. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ C .

- A. $x + y - 1 = 0$. B. $x + 3y - 3 = 0$. C. $3x + y + 11 = 0$. D. $3x - y + 11 = 0$.

Lời giải

Gọi h_C là đường cao kẻ từ C của tam giác ABC . Ta có

$$\begin{cases} C(-3;2) \in h_C \\ h_C \perp AB \rightarrow \vec{n}_{h_C} = \overrightarrow{AB} = (2;6) = 2(1;3) \end{cases} \rightarrow h_C: x + 3y - 3 = 0. \text{ Chọn B.}$$

Câu 128. Cho tam giác ABC với $A(1;1)$, $B(0;-2)$, $C(4;2)$. Phương trình tổng quát của đường trung tuyến đi qua điểm B của tam giác ABC là

- A. $7x + 7y + 14 = 0$. B. $5x - 3y + 1 = 0$. C. $3x + y - 2 = 0$. D. $-7x + 5y + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của cạnh } AC \Rightarrow M\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right).$$

Đường trung tuyến BM nhận $\vec{n} = (-7;5)$ làm một vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình tổng quát của đường trung tuyến qua điểm B của tam giác ABC là:
 $-7x + 5(y + 2) = 0 \Leftrightarrow -7x + 5y + 10 = 0$.

Câu 129. Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(1;0)$, $C(-1;-2)$. Phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC là:

- A. $2x - y - 1 = 0$. B. $x - 2y + 4 = 0$. C. $x + 2y - 8 = 0$. D. $2x + y - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow I(0;-1)$$

Ta có $\overrightarrow{AI} = (-2;-4) \Rightarrow \vec{n} = (2;-1)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng AI .

$$\text{Phương trình đường thẳng } AI \text{ là: } 2(x-2) - (y-3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$$

Câu 130. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$ và $C(7;3)$. Viết phương trình tham số của đường trung tuyến CM của tam giác.

- A. $\begin{cases} x = 7 \\ y = 3 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = -7 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 7 + t \\ y = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - t \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(1;4) \\ B(3;2) \end{cases} \rightarrow M(2;3) \rightarrow \overrightarrow{MC} = (5;0) = 5(1;0) \rightarrow CM: \begin{cases} x = 7 + t \\ y = 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R}). \text{ Chọn C.}$$

Câu 131. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(5;0)$ và $C(2;1)$. Trung tuyến BM của tam giác đi qua điểm N có hoành độ bằng 20 thì tung độ bằng:

A. -12.

B. $-\frac{25}{2}$.

C. -13.

D. $-\frac{27}{2}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(2;4) \\ C(2;1) \end{cases} \longrightarrow M\left(2; \frac{5}{2}\right) \longrightarrow \overrightarrow{MB} = \left(3; -\frac{5}{2}\right) = \frac{1}{2}(6; -5) \longrightarrow MB: \begin{cases} x = 5 + 6t \\ y = -5t \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } N(20; y_N) \in BM \longrightarrow \begin{cases} 20 = 5 + 6t \\ y_N = -5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{2} \\ y_N = -\frac{25}{2} \end{cases} \longrightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 132. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB .

Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$.

Phương trình đường thẳng AC là

A. $3x - 4y - 5 = 0$.

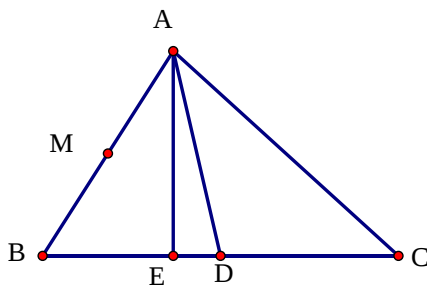
B. $3x + 4y + 5 = 0$.

C. $3x - 4y + 5 = 0$.

D. $3x + 4y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C



+) Gọi AH và AD lần lượt là các đường cao và trung tuyến kẻ từ A của tam giác ABC .

+) Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ 6x - y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(1;2).$

+) M là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x_B = 2x_M - x_A = 3 \\ y_B = 2y_M - y_A = -2 \end{cases} \Rightarrow B(3;-2).$

+) Đường thẳng BC đi qua $B(3;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $AH: 6x - y - 4 = 0$ nên có phương trình $x - 3 + 6(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 6y + 9 = 0$.

+) D là giao điểm của BC và AN nên tọa độ D là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ x + 6y + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow D\left(0; -\frac{3}{2}\right) \text{ mà } D \text{ là trung điểm của } BC \text{ suy ra } C(-3;-1)$$

+) Đường thẳng AC đi qua $A(1;2)$ và $C(-3;-1)$ có phương trình là $3x - 4y + 5 = 0$.

Câu 133. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là

$x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh AC là $x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác là điểm $G(3;2)$ và phương trình đường thẳng BC có dạng $x + my + n = 0$. Tìm $m + n$.

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Tọa độ điểm } A \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \text{ nên } A(3;1)$$

Gọi $B(b; b-2)$ và $C(5-2c; c)$, G là trọng tâm tam giác ABC nên b, c là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 5-2c+b+3=9 \\ c+b-2+1=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=5 \\ c=2 \end{cases}.$$

Vậy $B(5;3); C(1;2) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-4; -1)$ chọn một vectơ pháp tuyến của đường thẳng BC là $\overrightarrow{n_{BC}} = (1; -4)$ suy ra phương trình đường thẳng $BC: 1(x-1) - 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow BC: x - 4y + 7 = 0$.

Câu 134. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A\left(\frac{7}{4}; 3\right)$, $B(1;2)$ và $C(-4;3)$.

Phương trình đường phân giác trong của góc A là:

- A. $4x + 2y - 13 = 0$. B. $4x - 8y + 17 = 0$. C. $4x - 2y - 1 = 0$. D. $4x + 8y - 31 = 0$.

Lời giải

$$\begin{cases} A\left(\frac{7}{4}; 3\right), B(1;2) \rightarrow AB: 4x - 3y + 2 = 0 \\ A\left(\frac{7}{4}; 3\right), C(-4;3) \rightarrow AC: y - 3 = 0 \end{cases}.$$

Suy ra các đường phân giác góc A là:

$$\frac{|4x - 3y + 2|}{5} = \frac{|y - 3|}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y - 13 = 0 \rightarrow f(x; y) = 4x + 2y - 13 \\ 4x - 8y + 17 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} f(B(1;2)) = -5 < 0 \\ f(C(-4;3)) = -23 < 0 \end{cases}$$

suy ra đường phân giác trong góc A là $4x - 8y + 17 = 0$. **Chọn B.**

Câu 135. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;5)$, $B(-4;-5)$ và $C(4;-1)$.

Phương trình đường phân giác ngoài của góc A là:

- A. $y + 5 = 0$. B. $y - 5 = 0$. C. $x + 1 = 0$. D. $x - 1 = 0$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(1;5), B(-4;-5) \rightarrow AB: 2x - y + 3 = 0 \\ A(1;5), C(4;-1) \rightarrow AC: 2x + y - 7 = 0 \end{cases}.$$

Suy ra các đường phân giác góc A là:

$$\frac{|2x - y + 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x + y - 7|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow f(x; y) = x - 1 \\ y - 5 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f(B(-4;-5)) = -5 < 0 \\ f(C(4;-1)) = 3 > 0 \end{cases}$$

suy ra đường phân giác ngoài góc A là $y - 5 = 0$. **Chọn B.**

Câu 136. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 3x - 4y - 3 = 0$ và

$d_2: 12x + 5y - 12 = 0$. Phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

- A. $3x + 11y - 3 = 0$. B. $11x - 3y - 11 = 0$. C. $3x - 11y - 3 = 0$. D. $11x + 3y - 11 = 0$.

Lời giải

Các đường phân giác của các góc tạo bởi

$d_1: 3x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 12x + 5y - 12 = 0$ là:

$$\frac{|3x - 4y - 3|}{5} = \frac{|12x + 5y - 12|}{13} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 11y - 3 = 0 \\ 11x - 3y - 11 = 0 \end{cases}.$$

Gọi $I = d_1 \cap d_2 \rightarrow I(1;0)$; $d: 3x+11y-3=0 \rightarrow M(-10;3) \in d$,

Gọi H là hình chiếu của M lên d_1 .

Ta có: $IM = \sqrt{130}$, $MH = \frac{|-30-12-3|}{5} = 9$, suy ra

$$\sin \angle MIH = \frac{MH}{IM} = \frac{9}{\sqrt{130}} \rightarrow \angle MIH > 52^\circ \rightarrow 2\angle MIH > 90^\circ.$$

Suy ra $d: 3x+11y-3=0$ là đường phân giác góc tù, suy ra đường phân giác góc nhọn là $11x-3y-11=0$. **Chọn B.**

Câu 137. Cho tam giác ABC có phương trình cạnh $AB: 3x-4y-9=0$, cạnh $AC: 8x-6y+1=0$, cạnh $BC: x+y-5=0$. Phương trình đường phân giác trong của góc A là:

A. $14x+14y-17=0$. B. $2x-2y-19=0$. C. $2x+2y+19=0$. D. $14x-14y-17=0$.

Lời giải

Chọn D.

$$AB: 3x-4y-9=0$$

$$AC: 8x-6y+1=0$$

Phương trình các đường phân giác của góc A của $\triangle ABC$ là:

$$\frac{3x-4y-9}{5} = \pm \frac{8x-6y+1}{10} \Leftrightarrow 2(3x-4y-9) = \pm(8x-6y+1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y+19=0(\Delta_1) \\ 14x-14y-17=0(\Delta_2) \end{cases}$$

Có $\{B\} = AB \cap BC$. Suy ra $B\left(\frac{29}{7}; \frac{6}{7}\right)$.

Có $\{C\} = AC \cap BC$. Suy ra $C\left(\frac{29}{14}; \frac{41}{14}\right)$.

$$\text{Xét } (\Delta_1): 2x+2y+19=0 \text{ có } t_B, t_C = \left(2 \cdot \frac{29}{7} + 2 \cdot \frac{6}{7} + 19\right) \left(2 \cdot \frac{29}{14} + 2 \cdot \frac{41}{14} + 19\right) > 0.$$

Suy ra B, C nằm về cùng một phía đối với (Δ_1) , nên (Δ_1) là đường phân giác ngoài của góc A .

Vậy đường phân giác trong của góc A là $(\Delta_2): 14x-14y-17=0$.

Câu 138. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;-2)$, $B(2;-3)$, $C(3;0)$. Phương trình đường phân giác ngoài góc A của tam giác ABC là

A. $x=1$. B. $y=-2$. C. $2x+y=0$. D. $4x+y-2=0$.

Lời giải

Chọn A

Bài toán tổng quát:

Gọi d là phân giác ngoài góc A của tam giác ABC .

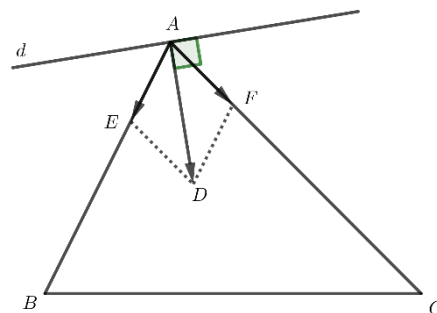
$$\text{Đặt } \overrightarrow{AE} = \frac{1}{AB} \cdot \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF} = \frac{1}{AC} \cdot \overrightarrow{AC} \text{ và } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}.$$

Khi đó tứ giác $AEDF$ là hình thoi (vì $AE = AF = 1$).

(Hình bình hành có 2 cạnh kề bằng nhau).

Suy ra tia AD là tia phân giác trong góc EAF .

Do đó: $AD \perp d$. Nên $\overrightarrow{AD}$ là vector pháp tuyến của đường thẳng d .



Áp dụng: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1; -1), AB = \sqrt{2} \\ \overrightarrow{AC} = (2; 2), AC = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (\sqrt{2}; 0) = \sqrt{2}(1; 0).$

Xem đáp án chỉ có đáp án A có vector pháp tuyến là $(1; 0)$.

Câu 139. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với đỉnh $A(2; 4)$, trọng tâm $G\left(2; \frac{20}{3}\right)$. Biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng (d) có phương trình $x + y + 2 = 0$ và đỉnh C có hình chiếu vuông góc trên (d) là điểm $H(2; -4)$. Giả sử $B(a; b)$, khi đó $T = a - 3b$ bằng

A. $T = 4$.

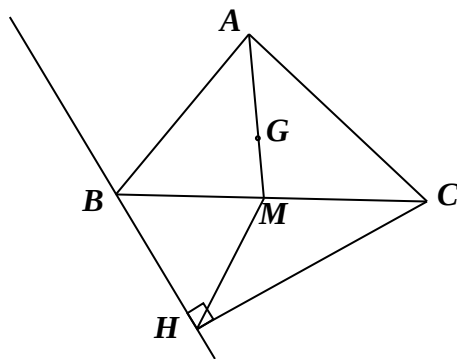
B. $T = -2$.

C. $T = 2$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Ta có

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \hat{=} \begin{cases} x_M - 2 = \frac{3}{2}(2 - 2) \\ y_M - 4 = \frac{3}{2}\left(\frac{20}{3} - 4\right) \end{cases}, \text{ suy ra } M(2; -1).$$

$\overrightarrow{HM} = (0; 3)$ suy ra HM không vuông góc với (d) nên B không trùng với H .

$B(a; b) \in (d) \Rightarrow b = -a - 2$.

Tam giác BHC vuông tại H và CM là trung tuyến nên ta có

$$MB = MH \hat{=} (a - 2)^2 + (a + 1)^2 = 9 \hat{=} a^2 - a - 2 = 0 \hat{=} \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Suy ra $B(-1; -1)$ và $T = a - 3b = 2$.

Câu 140. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác cân ABC có cạnh đáy $BC: x - 3y - 1 = 0$, cạnh bên $AB: x - y - 5 = 0$. Đường thẳng AC đi qua $M(-4; 1)$. Giả sử tọa độ đỉnh $C(m, n)$. Tính $T = m + n$.

A. $T = \frac{5}{9}$.

B. $T = -3$.

C. $T = \frac{9}{5}$.

D. $T = -\frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{n}(a;b)$ với $(a^2 + b^2 \neq 0)$ là véc tơ pháp tuyến của AC , $\vec{n}_1(1;-3)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng BC , $\vec{n}_2(1;-1)$ véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB .

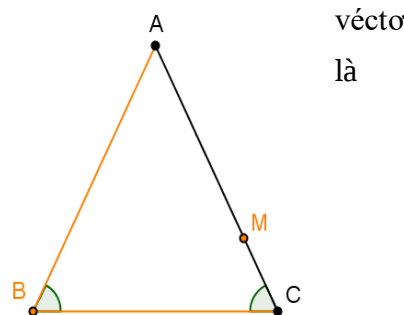
Ta có: $\cos B = \cos C \Leftrightarrow |\cos(\vec{n}, \vec{n}_1)| = |\cos(\vec{n}, \vec{n}_2)|$

$$\Leftrightarrow \frac{|\vec{n}, \vec{n}_1|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}_1|} = \frac{|\vec{n}, \vec{n}_2|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}_2|} \Leftrightarrow \frac{|a-3b|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|1+3|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}}$$

$$2\sqrt{2(a^2+b^2)} = |a-3b| \Leftrightarrow 7a^2 + 6ab - b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ 7a = b \end{cases}$$

+ Với $a = -b$ chọn $a=1, b=-1 \Rightarrow \vec{n}(1;-1)$ loại vì $AC \parallel AB$

+ Với $a = \frac{b}{7}$ chọn $a=1, b=7 \Rightarrow AC: x+7y-3=0$. Điểm $C = AC \cap BC \Rightarrow C\left(\frac{8}{5}; \frac{1}{5}\right)$



Câu 141. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): 2x - y + 5 = 0$ và $(d_2): x + y - 3 = 0$ cắt nhau tại I . Phương trình đường thẳng đi qua $M(-2; 0)$ cắt $(d_1), (d_2)$ tại A và B sao cho tam giác IAB cân tại A có phương trình dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính $T = a - 5b$.

A. $T = -1$.

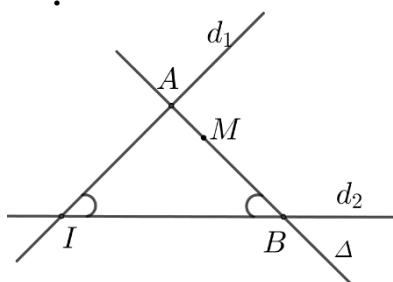
B. $T = 9$.

C. $T = -9$.

D. $T = 11$.

Lời giải

Chọn D



Đường thẳng $(d_1), (d_2)$ có véc tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (2; -1)$, $\vec{n}_2 = (1; 1)$.

Gọi (D) là đường thẳng cần tìm có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b)$.

Góc giữa 2 đường thẳng $(d_1), (d_2)$ và $(D), (d_2)$ xác định bởi:

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n}_1, \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos(D, d_2) = \frac{|\vec{n}, \vec{n}_2|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a + b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|a + b|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}$$

Vì (D) cắt $(d_1), (d_2)$ tại A và B tạo thành tam giác IAB cân tại A nên

$$\cos(d_1, d_2) = \cos(D, d_2) \Rightarrow \frac{|a + b|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sqrt{5}|a + b| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow 5(a + b)^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 2a^2 + 5ab + b^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2b \\ a = -\frac{1}{2}b \end{cases}$$

+ $a = -2b$: chọn $a=2, b=-1$: phương trình đường thẳng là:

$$2(x+2) - y = 0 \Rightarrow 2x - y + 4 = 0 \quad (L).$$

+ $a = -\frac{1}{2}b$: chọn $a=1, b=-2$: phương trình đường thẳng là:

$$(x+2)-2y=0 \hat{=} x-2y+2=0 \quad (T/m). \text{ Do đó } T = a-5b = 1-5(-2) = 11.$$

Câu 142. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;1)$, $B(2;-3)$, $C(-2;-1)$.

Trục tâm H của tam giác ABC có tọa độ $(a;b)$. Biểu thức $S = 3a + 2b$ bằng bao nhiêu?

A. 0.

B. 1.

C. 5.

D. -1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BC} = (-4; 2), \overrightarrow{AC} = (-4; -2), \overrightarrow{AH} = (a-2; b-1), \overrightarrow{BH} = (a-2; b+3).$$

Vì H là trục tâm của tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4(a-2) + 2(b-1) = 0 \\ -4(a-2) - 2(b+3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 3 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = 3a + 2b = 3 \times 1 + 2 \times (-1) = 1.$$

Câu 143. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;2)$ và trung điểm của BC

là $I(-1;-2)$. Điểm $M(a;b)$ thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Tính $S = a + b$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } K \text{ trung điểm } AI \Rightarrow K\left(\frac{1}{2}; 0\right).$$

$$\text{Ta có } 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MI} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MK} = \vec{0} \Leftrightarrow M \equiv K$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}. \text{ Chọn A}$$

Câu 144. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;1)$, đường cao BH có phương trình

$x - 3y - 7 = 0$ và trung tuyến CM có phương trình $x + y + 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $(-1;0)$.

B. $(4;-5)$.

C. $(1;-2)$.

D. $(1;4)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm C thuộc đường trung tuyến CM nên gọi tọa độ điểm $C(x; -x-1)$.

Tọa độ $\overrightarrow{AC} = (x-2; -x-2)$, tọa độ vectơ chỉ phương của đường thẳng BH là $\vec{u} = (3;1)$.

$$\text{Vì } AC \perp BH \text{ nên } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BH} = 0 \Leftrightarrow (x-2) \cdot 3 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

$$\text{Vậy } C(4; -5).$$

Câu 145. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(-4;1)$, trọng tâm $G(1;1)$ và đường thẳng phân

giác trong góc A có phương trình $d: x - y - 1 = 0$. Biết điểm $A(m;n)$. Tính tích $m.n$.

A. $m.n = 20$.

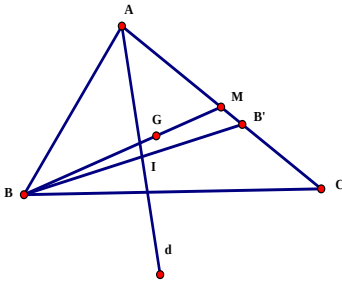
B. $m.n = 12$.

C. $m.n = -12$.

D. $m.n = 6$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm cạnh AC , suy ra $\overline{BG} = 2\overline{GM} \Rightarrow M\left(\frac{7}{2}; 1\right)$.

Gọi điểm B' là điểm đối xứng với B qua đường phân giác trong của góc A . Suy ra điểm B' nằm trên AC .

Đường thẳng BB' qua B và vuông góc với đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$ nên có phương trình $BB': x + y + 3 = 0$

Gọi $I = BB' \cap d$, suy ra tọa độ điểm $I(-1; -2)$ là trung điểm của BB' nên tọa độ $B'(2; -5)$

Đường thẳng AC đi qua $B'(2; -5)$ và có véc tơ chỉ phương $\overline{B'M} = \left(\frac{3}{2}; 6\right)$, suy ra véc tơ pháp

tuyến của AC có tọa độ $(4; -1)$. Đường thẳng AC có phương trình là: $4x - y - 13 = 0$

Điểm $A = d \cap AC \Rightarrow A(4; 3)$.

Vậy tích $m.n = 12$.

Câu 146. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , điểm M thuộc cạnh AC , sao cho $AB = 3AM$, đường tròn tâm I đường kính CM cắt BM tại D , đường thẳng CD có phương trình $x - 3y - 6 = 0$. Biết điểm $I(1; -1)$, điểm $E\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ thuộc đường thẳng BC , $x_C \in \mathbb{Z}$. Gọi B là điểm có tọa độ (a, b) . Khi đó:

A. $a + b = 1$.

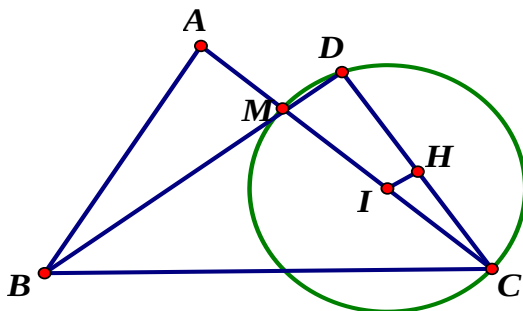
B. $a + b = 0$.

C. $a + b = -1$.

D. $a + b = 2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của I lên cạnh CD .

Do tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn nên

$$\angle ABM = \angle MCD = \angle ICH \Rightarrow \tan \angle ABM = \tan \angle MCD = \tan \angle ICH = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow \sin \angle ICH = \frac{IH}{IC} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{Có } IH = d(I, CD) = \frac{2}{\sqrt{10}} \Rightarrow IC = 2 \Rightarrow IC^2 = 4.$$

$$C \in CD: x - 3y - 6 = 0 \Rightarrow C(3t + 6; t)$$

$$\text{Mà } IC^2 = 4 \text{ và } x_C \in \mathbb{Z} \Rightarrow C(3; -1)$$

Đường thẳng BC qua $C(3;-1)$ và $E\left(\frac{4}{3};0\right)$ có phương trình là $BC: 3x+5y-4=0$.

I là trung điểm của MC nên $M(-1;-1)$.

Đường thẳng BD qua $M(-1;-1)$ và vuông góc với CD có phương trình là $BD: 3x+y+4=0$.

Có $B = BC \cap BD \Rightarrow B(-2;2)$

Câu 147. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng $BC: x+7y-13=0$. Các chân đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $E(2;5), F(0;4)$. Biết tọa độ đỉnh A là $A(a;b)$. Khi đó:

A. $a-b=5$.

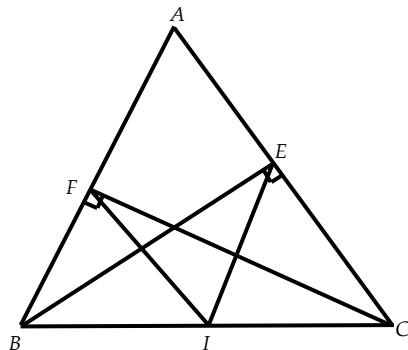
B. $2a+b=6$.

C. $a+2b=6$.

D. $b-a=5$

Lời giải

Chọn D



Gọi $I(13-7n;n)$ là trung điểm của BC, khi đó ta có: $IE = IF$

mà $IE = 50n^2 - 164n + 146$; $IF = 50n^2 - 190n + 185$

$$\Rightarrow 50n^2 - 164n + 146 = 50n^2 - 190n + 185 \Leftrightarrow n = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Gọi $B(13-7m;m)$. Vì I là trung điểm của BC nên $C(7m-8;3-m)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{BE} = (7m-11; 5-m)$; $\overrightarrow{CE} = (10-7m; 2+m)$. Vì $BE \perp AC$

nên $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{CE} = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=2 \end{cases}$$

+ Với $m=1 \Rightarrow B(6;1), C(-1;2) \Rightarrow A\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}\right)$. Trường hợp này không thỏa mãn các đáp án.

+ Với $m=2 \Rightarrow B(-1;2); C(6;1) \Rightarrow A(1;6)$ Suy ra **Chọn D**

Câu 148. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-12;1)$, đường phân giác trong của góc A có phương trình $d: x+2y-5=0$. $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ABC. Đường thẳng BC qua điểm nào sau đây?

A. $(1;0)$.

B. $(2;-3)$.

C. $(4;-4)$.

D. $(4;3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi D là điểm đối xứng với B qua đường thẳng $d: x+2y-5=0$ suy ra $D \in AC$.

Phương trình của đường thẳng BD :- $2x + y - 25 = 0$.

Gọi H là giao điểm của d và BD suy ra tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ -2x + y - 25 = 0 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = -9 \\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow H(-9; 7).$$

Mà H là trung điểm của BD suy ra $D(-6; 13)$.

Gọi $A(5 - 2a; a) \in d$.

Ta có $G(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$ là trọng tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \hat{=} \begin{cases} 5 - 2a - 12 + x_C = 1 \\ a + 1 + y_C = 2 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x_C = 2a + 8 \\ y_C = 1 - a \end{cases} \Rightarrow C(2a + 8; 1 - a)$$

Ta có $\overline{DA} = (11 - 2a; a - 13); \overline{DC} = (2a + 14; -12 - a)$

Mà 3 điểm D, A, C thẳng hàng nên $\overline{DA}, \overline{DC}$ cùng phương $\hat{=} \frac{11 - 2a}{2a + 14} = \frac{a - 13}{-12 - a} \hat{=} a = -2$

Suy ra điểm $C(4; 3)$ nên đường thẳng BC đi qua điểm $C(4; 3)$.

Câu 149. Cho tam giác ABC . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác biết phương trình cạnh $BC: x + y - 2 = 0$; hai đường cao $BB': x - 3 = 0$ và $CC': 2x - 3y + 6 = 0$?

A. $A(1; 2); B(0; 2); C(3; -1)$.

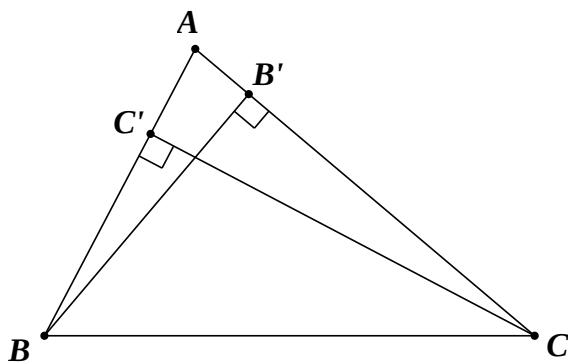
B. $A(1; 2); B(3; -1); C(0; 2)$.

C. $A(1; -2); B(3; -1); C(0; 2)$.

D. $A(2; 1); B(3; -1); C(0; 2)$.

Lời giải

Chọn B



$B = BC \cap BB'$ nên có tọa độ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow B(3; -1)$.

$C = BC \cap CC'$ nên có tọa độ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x - 3y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow C(0; 2)$.

AB qua B và vuông với CC' có phương trình: $3x + 2y - 7 = 0$.

AC qua C và vuông với BB' có phương trình: $y = 2$.

$A = AB \cap AC$ nên có tọa độ là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + 2y - 7 = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(1; 2)$.

Câu 150. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;0), B(3;0), C(2;6)$. Gọi $H(a;b)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tính $6ab$

A. 10.

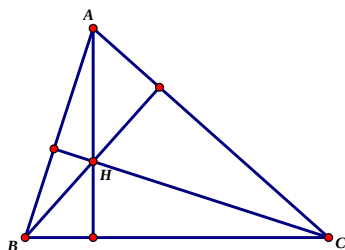
B. $\frac{5}{3}$.

C. 60.

D. 6.

Lời giải

Chọn A



Đường thẳng AH đi qua $A(-3;0)$ và nhận $\overrightarrow{BC} = (-1;6)$ làm vectơ pháp tuyến. Suy ra phương trình đường thẳng AH là: $x - 6y + 3 = 0$.

Đường thẳng BH đi qua $B(3;0)$ và nhận $\overrightarrow{AC} = (5;6)$ làm vectơ pháp tuyến. Suy ra phương trình đường thẳng BH là: $5x + 6y - 15 = 0$.

Ta có $H = AH \cap BH \Leftrightarrow$ Tọa độ H là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x - 6y + 3 = 0 \\ 5x + 6y - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow H\left(2; \frac{5}{6}\right).$$

Do đó $a = 2; b = \frac{5}{6} \Rightarrow 6ab = 10$.

Câu 151. Cho tam giác ABC có $A(1;-3), B(0;2), C(-2;4)$. Đường thẳng Δ đi qua A và chia tam giác ABC thành hai phần có diện tích bằng nhau. Phương trình của Δ là

A. $2x - y - 7 = 0$.

B. $x + y + 2 = 0$.

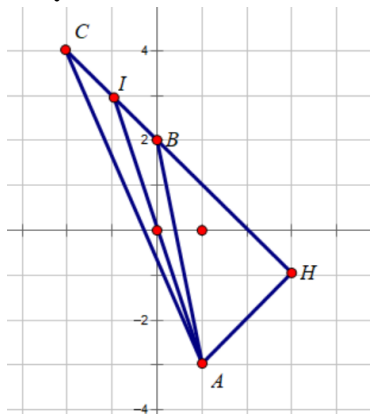
C. $x - 3y - 10 = 0$.

D. $3x + y = 0$.

Lời giải

Chọn

D.



Gọi I là giao điểm của Δ và BC .

Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

Theo đề bài ta có: $S_{AIB} = S_{AIC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot AH \cdot IB = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot IC \Leftrightarrow IB = IC$.

$\Rightarrow I$ là trung điểm của $BC \Rightarrow I(-1;3)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AI} = (-2;6)$.

Đường thẳng Δ đi qua A và nhận vectơ $\vec{n} = (3;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình đường thẳng Δ là $3(x-1) + (y+3) = 0 \Leftrightarrow 3x + y = 0$.

Câu 152. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A , phương trình đường thẳng AB, AC lần lượt là $5x - y - 2 = 0, x - 5y + 14 = 0$. Gọi D là trung điểm của BC , E là trung điểm của AD , $M\left(\frac{9}{5}; \frac{8}{5}\right)$ là hình chiếu vuông góc của D trên BE . Tính OC .

A. $OC = \sqrt{26}$.

B. $OC = \sqrt{10}$.

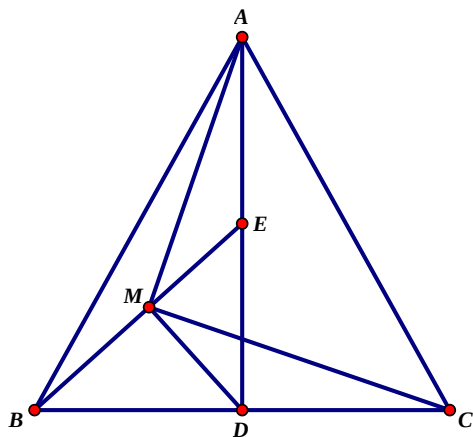
C. $OC = 5$.

D. $OC = \sqrt{52}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



Ta có $A = AB \cap AC \Rightarrow \begin{cases} 5x - y - 2 = 0 \\ x - 5y + 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(1; 3)$

Dễ chứng minh được $AM \perp MC \Rightarrow$ Phương trình MC: $4x - 7y + 4 = 0$

$C = MC \cap AC \Rightarrow \begin{cases} 4x - 7y + 4 = 0 \\ x - 5y + 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow C(6; 4)$

Vậy $OC = \sqrt{52}$

Chứng minh $AM \perp MC$

PP1: Dùng phương pháp véc tơ.

* $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA}) \cdot (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{MB} = 2(\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{MB})$

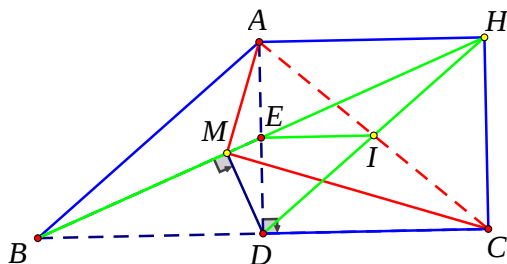
* $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{MB}$

* $\cos(\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{BD}) = \cos MDB \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{BD}}{DM \cdot DB} = \frac{DM}{DB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{BD} = MD^2$

* $\cos(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{MB}) = -\cos MED \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{MB}}{DE \cdot MB} = -\frac{ME}{DE} \Leftrightarrow \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{MB} = -ME \cdot MB = -MD^2$

Do đó $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$ nên $MA \perp MC$.

PP2:



Vẽ hình chữ nhật $ADCF$ (1)

Dễ thấy tứ giác $AHDB$ là hình bình hành (vì $AH \parallel BD$; $AH = BD$)

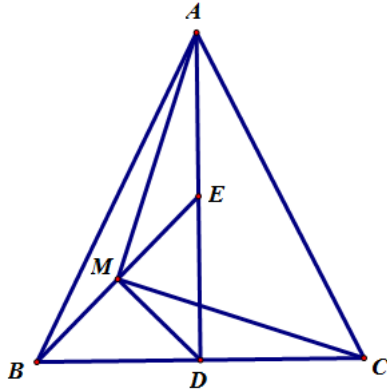
Nên BH qua trung điểm E của AD

$$\Rightarrow HMD = 90^\circ (2)$$

Từ (1) và (2) ta có 5 điểm A, M, D, C, F cùng thuộc đường tròn đường kính AC .

Nên $AMC = 90^\circ \Rightarrow AM \perp MC$.

Cách 2:



Ta có: $A = AB \cap AC \Rightarrow A(1;3)$.

$$\text{Giả sử } DB = kDE \ (k > 0) \Rightarrow \frac{MB}{ME} = \frac{DB^2}{DE^2} = k^2 \Rightarrow \overrightarrow{MB} + k^2 \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{DM} = \frac{1}{k^2 + 1} \overrightarrow{DB} + \frac{k^2}{k^2 + 1} \overrightarrow{DE}$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DM} = -\frac{1}{k^2 + 1} \overrightarrow{DB} + \frac{k^2 + 2}{k^2 + 1} \overrightarrow{DE}.$$

$$\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DM} = -\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DM} = -\frac{k^2 + 2}{k^2 + 1} \overrightarrow{DB} - \frac{k^2}{k^2 + 1} \overrightarrow{DE}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = \frac{k^2 + 2}{k^2 + 1} DB^2 - \frac{k^2(k^2 + 2)}{k^2 + 1} ED^2 = 0 \Rightarrow MA \perp MC.$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{AM} = \left(\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}\right) \Rightarrow MC: 4x - 7y + 4 = 0.$$

$$\text{Vậy } C = MC \cap AC \Rightarrow C(6;4) \Rightarrow OC = \sqrt{52}.$$

Câu 153. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong góc A là $D(5;3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

A. $C(-2;9)$.

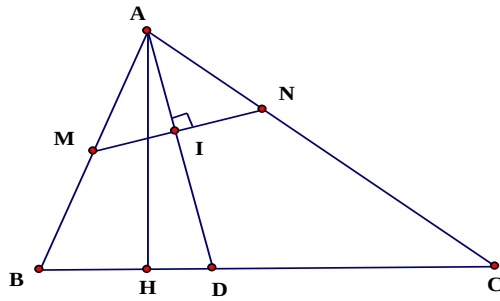
B. $C(9;11)$.

C. $C(-9;-11)$.

D. $C(2;-10)$.

Lời giải

Chọn B



Đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình:

$$\frac{x-5}{\frac{17}{5}-5} = \frac{y-3}{-\frac{1}{5}-3} \Leftrightarrow 2x - y - 7 = 0$$

Đường thẳng chứa đường cao AH của tam giác đi qua $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$ có véc tơ pháp tuyến

$$\overrightarrow{HD}\left(\frac{8}{5}; \frac{16}{5}\right) \text{ có phương trình: } \frac{8}{5}\left(x - \frac{17}{5}\right) + \frac{16}{5}\left(y + \frac{1}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0.$$

Gọi $B(x_0; y_0)$, vì M là trung điểm của AB nên $A(-x_0; 2 - y_0)$.

$$\text{Ta có: } B \in BC \Leftrightarrow 2x_0 - y_0 - 7 = 0 \quad (1)$$

$$A \in AH \Leftrightarrow -x_0 + 2(2 - y_0) - 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 + 2y_0 - 1 = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ:

$$\begin{cases} 2x_0 - y_0 - 7 = 0 \\ x_0 + 2y_0 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = -1 \end{cases} \Rightarrow A(-3; 3)$$

Gọi $\vec{u}(a; b)$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) là véc tơ chỉ phương của đường thẳng AC

$$+) \overrightarrow{AM}(3; -2), \overrightarrow{AD}(8; 0)$$

Đường thẳng AD là phân giác trong góc A nên:

$$\angle BAD = \angle CAD \Leftrightarrow \cos \angle BAD = \cos \angle CAD \Leftrightarrow \left| \cos(\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AD}) \right| = \left| \cos(\overrightarrow{AD}; \vec{u}) \right|$$

$$\Leftrightarrow \frac{|24|}{\sqrt{13} \cdot 8} = \frac{|8a|}{8\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow 3\sqrt{a^2 + b^2} = |a|\sqrt{13}$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 = 9b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2}b \\ a = -\frac{3}{2}b \end{cases}$$

Với $a = -\frac{3}{2}b$. Chọn $b = 2 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow \vec{u}(-3; 2)$ (loại vì cùng phương với $\overrightarrow{AM}$)

Với $a = \frac{3}{2}b$. Chọn $b = 2 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \vec{u}(3; 2)$. Đường thẳng AC có phương trình: $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$

Điểm C là giao điểm của AC và BC nên có tọa độ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x - y - 7 = 0 \\ x = -3 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 + 6t - 3 - 2t - 7 = 0 \\ x = -3 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ x = 9 \\ y = 11 \end{cases} \Rightarrow C(9; 11).$$

Câu 154. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại B với $A(1;-1)$, $C(3;5)$. Định B nằm trên đường thẳng $d: 2x - y = 0$. Phương trình các đường thẳng AB, BC lần lượt là $d_1: ax + by - 24 = 0$, $d_2: cx + dy + 8 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = a.b.c.d$.

A. $P = 975$.

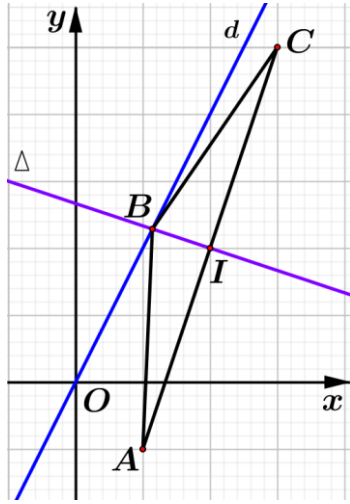
B. $P = 5681$.

C. $P = 3059$.

D. $P = 5083$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1:

Gọi I là trung điểm $AC \Rightarrow I(2;2)$.

Đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với AC có phương trình: $x + 3y - 8 = 0$ (Δ).

Tam giác ABC cân tại B nên ta có $B \in \Delta \Rightarrow B = \Delta \cap d \Rightarrow B\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}\right)$.

Phương trình đường thẳng $AB: \frac{x-1}{\frac{8}{7}-1} = \frac{y+1}{\frac{16}{7}+1} \Leftrightarrow 23x - y - 24 = 0$.

Phương trình đường thẳng $BC: \frac{x-3}{\frac{8}{7}-3} = \frac{y-5}{\frac{16}{7}-5} \Leftrightarrow 19x - 13y + 8 = 0$.

Vậy $a = 23, b = -1, c = 19, d = -13 \Rightarrow P = a.b.c.d = 5681$.

Cách 2:

Gọi $B(a; 2a) \in d$.

Tam giác ABC cân tại B nên ta có

$AB = CB \Rightarrow (a-1)^2 + (2a+1)^2 = (a-3)^2 + (2a-5)^2 \Leftrightarrow a = \frac{8}{7}$. Suy ra $B\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}\right)$.

Phương trình đường thẳng $AB: \frac{x-1}{\frac{8}{7}-1} = \frac{y+1}{\frac{16}{7}+1} \Leftrightarrow 23x - y - 24 = 0$.

Phương trình đường thẳng $BC: \frac{x-3}{\frac{8}{7}-3} = \frac{y-5}{\frac{16}{7}-5} \Leftrightarrow 19x - 13y + 8 = 0$.

Vậy $a = 23, b = -1, c = 19, d = -13 \Rightarrow P = a.b.c.d = 5681$.

Câu 155. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$, $BAC = 90^\circ$. Biết $M(1, -1)$ là trung điểm cạnh BC và $G\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ là trọng tâm $\triangle ABC$. Khi đó, $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $(x_B < 0)$. Tính

$T = 2019x_A^2 + y_A + 2x_B - 3y_B$

A. 3.

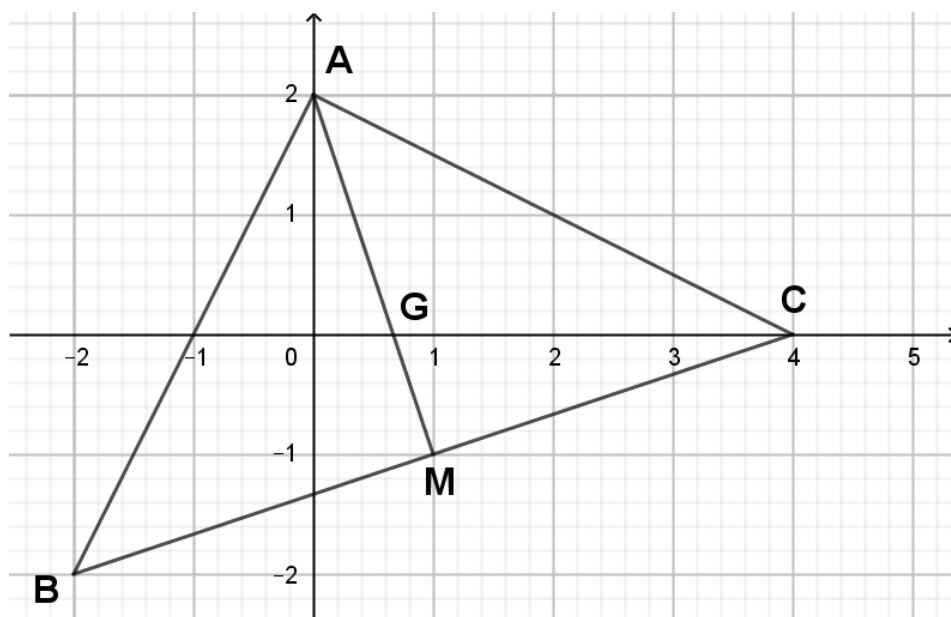
B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\overrightarrow{AG} = \left(\frac{2}{3} - x_A, -y_A\right)$; $\overrightarrow{AM} = (1 - x_A, -1 - y_A)$

+ G là trọng tâm $\triangle ABC$ và AM là trung tuyến suy ra: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} - x_A = \frac{2}{3}(1 - x_A) \\ -y_A = \frac{2}{3}(-1 - y_A) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0, 2) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1, -3) \Rightarrow AM = \sqrt{10}$.

+ $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (C) tâm M , bán kính AM .

$\Rightarrow (C): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 10$

+ BC qua M và vuông góc $AM \Rightarrow (BC): x-1-3(y+1)=0 \Leftrightarrow x=3y+4$

+ Ta có: $(C) \cap (BC) = \{B, C\}$. Suy ra tọa độ B, C là nghiệm hệ: $\begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = 10 \\ x = 3y+4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (3y+3)^2 + (y+1)^2 = 10 \\ x = 3y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y+1)^2 = 1 \\ x = 3y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \\ x = -2 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-2, -2) \text{ (vì } x_B < 0)$

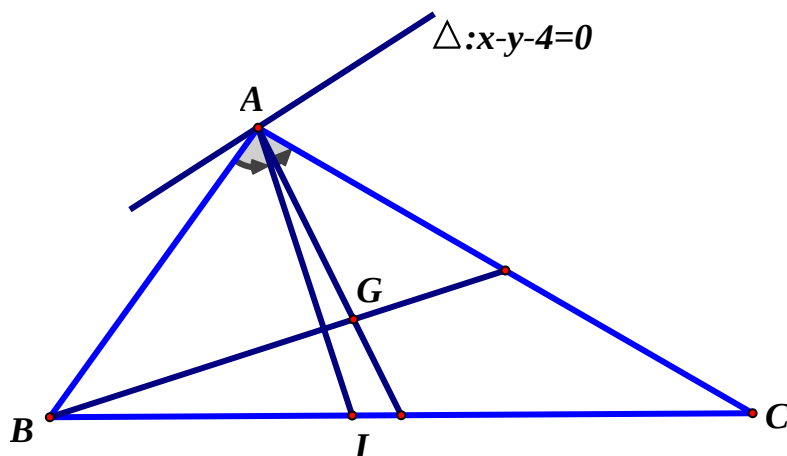
Vậy $T = 2019x_A^2 + y_A + 2x_B - 3y_B = 4$

Câu 156. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm $G(2; -3)$ và $B(1; 1)$. Đường thẳng $\Delta: x - y - 4 = 0$ đi qua A và đường phân giác trong của góc A cắt BC tại điểm I sao cho diện tích tam giác IAB bằng $\frac{4}{5}$ diện tích tam giác IAC . Biết điểm A có hoành độ dương, khi đó phương trình tổng quát của đường thẳng BC là

A. $5x + 3y - 11 = 0$.B. $3x - 8y + 5 = 0$ C. $5x + 3y + 11 = 0$ D. $3x - 8y - 5 = 0$

Lời giải

Chọn A



+ Gọi $A(t; t-4) \in \Delta$ với $t > 0$.

Do $G(2; -3)$ là trọng tâm tam giác ABC nên:
$$\begin{cases} x_C = 3x_G - y_A - y_B = 5 - t \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B = -6 - t \end{cases}$$

$\Rightarrow C(5-t; -6-t)$.

+ Vì AI là phân giác trong của tam giác ABC nên $d(I; AB) = d(I; AC)$, khi đó

$$S_{IAB} = \frac{4}{5} S_{IAC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} d(I; AB) \cdot AB = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot d(I; AC) \cdot AC \Leftrightarrow AB = \frac{4}{5} AC$$

$$\Leftrightarrow 25AB^2 = 16AC^2$$

$$\Leftrightarrow 25[(t-1)^2 + (t-5)^2] = 16[(2t-5)^2 + (2t+2)^2]$$

$$\Leftrightarrow 39t^2 + 54t - 93 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -\frac{31}{13} \text{ (loại)} \Rightarrow C(4; -7).$$

+ Khi đó BC đi qua $B(1; 1)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (3; -8)$ nên có phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 8t \end{cases}$$

Suy ra đường thẳng BC có phương trình tổng quát là $5x + 3y - 11 = 0$.

Câu 157. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng chứa đường cao kẻ từ B có phương trình là $\Delta_1: x + 3y - 18 = 0$, phương trình đường trung trực của đoạn BC là

$\Delta_2: 3x + 19y - 279 = 0$, đỉnh C thuộc đường thẳng $d: 2x - y + 5 = 0$ và biết $\angle BAC = 135^\circ$. Giả sử $A(a; b)$, tính tổng $a^2 + b$.

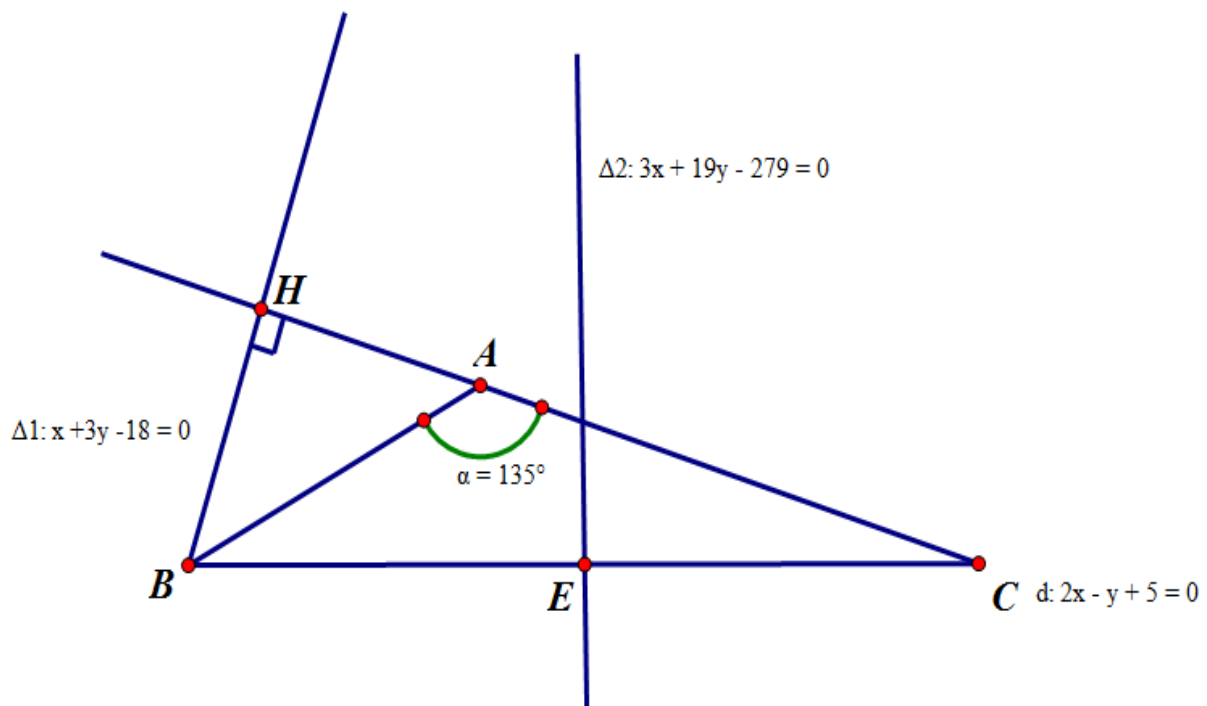
A. 24.

B. 6.

C. 80

D. 4

Lời giải



Vì $B \in \Delta_1: x + 3y - 18 = 0, C \in d: 2x - y + 5 = 0$. Giả sử $B(18 - 3b; b); C(c; 2c + 5)$. Suy ra, tọa độ trung điểm $E(\frac{18 + c - 3b}{2}; \frac{b + 2c + 5}{2}); \overrightarrow{BC} = (c + 3b - 18; 2c - b + 5)$

$$\begin{cases} BC \perp \Delta_2 \\ E \in \Delta_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BC} \cdot \vec{u}_{\Delta_2} = 0 \\ E \in \Delta_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (c + 3b - 18) \cdot 19 - 3(2c - b + 5) = 0 \\ 3 \cdot \frac{18 + c - 3b}{2} + 19 \cdot \frac{b + 2c + 5}{2} - 279 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13c + 60b = 357 \\ 41c + 10b = 409 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 9 \\ b = 4 \end{cases} \\ \Rightarrow B(6; 4); C(9; 23).$$

Đường thẳng AC đi qua $C(9; 23)$ và vuông góc với $\Delta_1: x + 3y - 18 = 0$ nên có phương trình $3(x - 9) - (y - 23) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 4 = 0$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ B. $H = \Delta_1 \cap AC$. Tọa độ H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x - y - 4 = 0 \\ x + 3y - 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow H(3; 5). \text{ Đường tròn tâm H bán kính } R = BH = \sqrt{10} \text{ có phương trình: } (C): (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 10.$$

Vì $BAC = 135^\circ \Rightarrow \triangle ABH$ vuông cân tại H $\Rightarrow HB = HA \Rightarrow A \in (C)$. Do $A \in AC; A \in (C)$. Tọa độ A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x - y - 4 = 0 \\ (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Do A nằm giữa C và H nên chỉ có trường hợp $A(4; 8)$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 4 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b = 24$$

Có thể tìm tọa độ điểm A bằng cách sử dụng công thức $\cos 135^\circ = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|}$

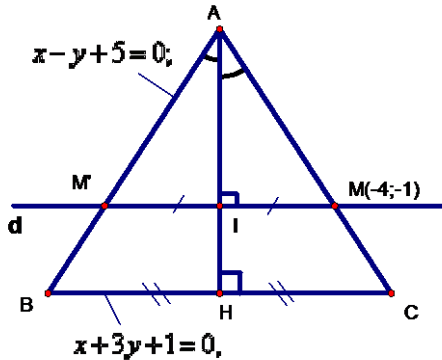
$$\cos 135^\circ = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|}$$

Câu 158. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC cân, cạnh đáy $BC: x + 3y + 1 = 0$, cạnh bên $AB: x - y + 5 = 0$; đường thẳng chứa AC đi qua $M(-4; -1)$. Tìm tọa độ đỉnh C.

A. $C\left(-\frac{43}{10}; \frac{11}{10}\right)$. B. $C\left(-\frac{43}{10}; -\frac{11}{10}\right)$. C. $C\left(\frac{43}{10}; \frac{11}{10}\right)$. D. $C\left(\frac{43}{10}; -\frac{11}{10}\right)$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $M(-4; -1)$ và $d \parallel BC$ nên d có VTPT $\vec{n}_d = \vec{n}_{BC} = (1; 3)$. Đường thẳng d có phương trình: $1(x+4) + 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 7 = 0$.



Gọi $M' = d \cap AB$. Tọa độ M' là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 3y + 7 = 0 \\ x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{11}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M'\left(-\frac{11}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

I là trung điểm của MM' . Suy ra: $I\left(-\frac{19}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

Đường cao AH đi qua I và vuông góc với BC nên có VTPT $\vec{n}_{AH} = \vec{u}_{BC} = (3; -1)$. AH có phương trình: $3\left(x + \frac{19}{4}\right) - 1\left(y + \frac{3}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow 6x - 2y + 27 = 0$.

Cách 1. $H = AH \cap BC \Rightarrow$ tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 6x - 2y + 27 = 0 \\ x + 3y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{83}{20} \\ y = \frac{21}{20} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{83}{20}; \frac{21}{20}\right).$$

H là trung điểm của BC nên $C\left(-\frac{43}{10}; \frac{11}{10}\right)$.

Cách 2.

Ta có: $A = AH \cap AB$. Tọa độ A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 6x - 2y + 27 = 0 \\ x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{17}{4} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{17}{4}; \frac{3}{4}\right).$$

AC đi qua $M(-4; -1)$ và nhận $\vec{AM} = \left(\frac{1}{4}; -\frac{7}{4}\right)$ làm VTCP, do đó AC có VTPT $\vec{n}_{AC} = (7; 1)$. AC có phương trình: $7(x+4) + 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow 7x + y + 29 = 0$.

$$C = AC \cap BC \Rightarrow C\left(\frac{-43}{10}; \frac{11}{10}\right).$$

Câu 159. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có trực tâm $H(2; 0)$, đường trung tuyến $CM : 3x + 7y - 8 = 0$, đường trung trực của BC là: $x = 3$, đỉnh A có tung độ âm. Khi đó tọa độ của đỉnh A có dạng $(a; \frac{-b}{c})$ với $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tìm $a + b + c$

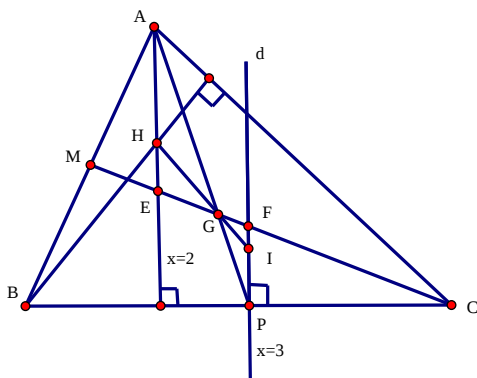
A. 17.

B. 15.

C. 16.

D. 19.

Lời giải



Gọi P là trung điểm của BC và G, I lần lượt là trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC

Đường cao AH // d và $H(2; 0)$ nên phương trình của AH là $x = 2$

Vậy hoành độ của A là $a = 2$

Gọi giao điểm của CM và AH, d lần lượt là E, F. Ta tính được $E(2; \frac{2}{7})$ và $F(3; \frac{-1}{7})$

Theo tính chất đường thẳng Euler ta có $GH = 2GI$, dùng tam giác đồng dạng suy ra $GE = 2GF$

Từ đó tính được G là $G(\frac{8}{3}; 0)$. Sử dụng $GH = 2GI$ tính được $I(3; 0)$

Gọi tọa độ A(2; m) ($m < 0$), P(3; n), theo công thức tọa độ trọng tâm và trung điểm suy ra: $m + 2n = 0$

Gọi tọa độ B(p; n) vì tung độ B, P bằng nhau, suy ra C(6 - p; n) (P là trung điểm của BC)

Vì C thuộc đường thẳng CM suy ra $3p = 7n + 10$

IA = IB suy ra $m^2 + 1 = (p - 3)^2 + n^2$. Giải hệ ta được $\begin{cases} n = -1 \\ n = \frac{4}{7} \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{-8}{7} \end{cases}$

Vậy $m = \frac{-8}{7} \Rightarrow$ Tọa độ A là $A(2; \frac{-8}{7}) \Rightarrow a = 2, b = 8, c = 7 \Rightarrow a + b + c = 17 \Rightarrow$ Đáp án A

Câu 160. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại điểm $A(-2; 0)$. Điểm E là chân đường cao kẻ từ đỉnh A. Gọi F là điểm đối xứng với E qua A, trực tâm tam giác BCF là điểm $H(-2; 3)$. Trung điểm M của đoạn BC thuộc đường thẳng (d): $4x - y + 4 = 0$. Biết hoành độ đỉnh B dương. Tính $S = 2x_B + 3x_C$

A. -4.

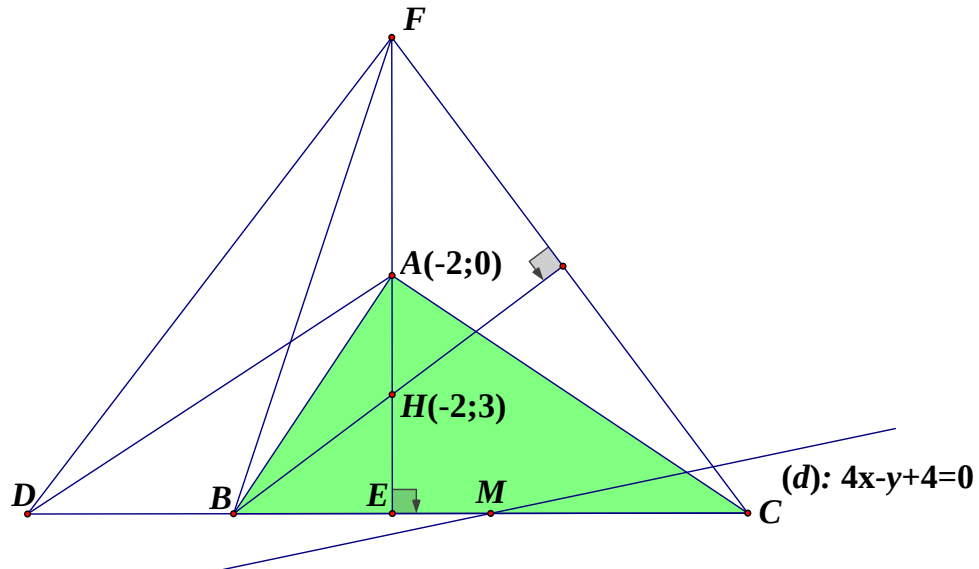
B. 9.

C. 4.

D. -9

Lời giải

Chọn A



Gọi D là điểm đối xứng với E qua B

Xét $\triangle EDF$: $AB \parallel DF \Rightarrow AC \perp DF$

Xét $\triangle DCF$: AC và FE là đường cao $\Rightarrow A$ là trực tâm $\Rightarrow AD \perp FC$ (1)

Mà H trực tâm tam giác $BCF \Rightarrow BH \perp FC$ (2)

Từ (1), (2) suy ra: $AD \parallel BH \Rightarrow H$ là trung điểm $AE \Rightarrow E(-2;6)$

Phương trình (AE) : $x + 2 = 0 \Rightarrow (DC)$: $y - 6 = 0$

$$M = (DC) \cap (d) \Rightarrow \begin{cases} y - 6 = 0 \\ 4x - y + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 6\right)$$

Do $B \in DC \Rightarrow B(b;6)$. Mà $\triangle ABC$ vuông tại $A \Rightarrow MA = MB = MC = \frac{13}{2}$

$$\Rightarrow MC^2 = MB^2 = \frac{169}{4} \Rightarrow \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{169}{4} \Rightarrow \begin{cases} b = 7 \\ b = -6 \end{cases} \Rightarrow B(7,6); C(-6;6) \Rightarrow S = -4$$

Dạng 7. Bài toán liên quan đến tứ giác

Câu 161. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng d : $2x + y + 5 = 0$ và điểm $A(-4;8)$. Gọi M đối xứng với B qua C , điểm $N(5;-4)$ là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng MD . Biết tọa độ $C(m;n)$, giá trị của $m - n$ là

A. 6.

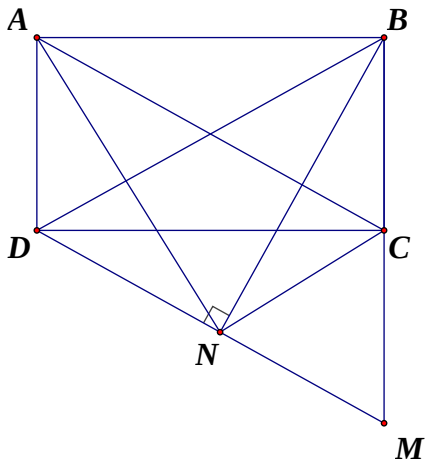
B. -6.

C. 8.

D. 7

Lời giải

Chọn C



Gọi $C(t; -2t - 5) \in (d)$.

Dễ thấy hai tứ giác $BCND$ và $ADNB$ nội tiếp.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \overline{BNC} = \overline{BDC} \\ \overline{BNA} = \overline{BDA} \end{cases} \Rightarrow \angle ANC = 90^\circ \Leftrightarrow CN \perp AN.$$

$$\text{Do đó } \overline{CN} \cdot \overline{AN} = 0 \Leftrightarrow 9(5-t) - 12(2t+1) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow C(1; -7).$$

$$\text{Vậy } m - n = 1 + 7 = 8$$

Câu 162. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A .

A. $A(1; -1)$ hoặc $A(4; -5)$.

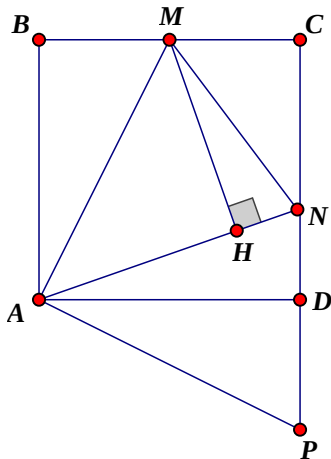
B. $A(1; -1)$ hoặc $A(-4; -5)$.

C. $A(1; -1)$ hoặc $A(4; 5)$.

D. $A(1; 1)$ hoặc $A(4; 5)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $a > 0$ là độ dài cạnh của hình $ABCD$.

Trên tia đối của tia DC lấy điểm P sao cho $DP = \frac{1}{2}a$.

$$\text{Tam giác } MCN \text{ có } MN = \sqrt{MC^2 + CN^2} = \frac{5}{6}a.$$

$$\text{Tam giác } ANP \text{ có } NP = ND + DP = \frac{5}{6}a.$$

Vậy $\triangle AMN = \triangle APN$ (c.c.c) suy ra $\angle MAN = 45^\circ$.

Suy ra với H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng thì tam giác AHM vuông cân tại H .

Tính được $H\left(\frac{5}{2}; 2\right)$, $HM = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ suy ra tọa độ A là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 = \frac{45}{4} \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \\ x = 1 \\ y = -1 \end{cases}.$$

Câu 163. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$; các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD ; CM cắt DN tại điểm $I(5; 2)$. Biết $P\left(\frac{11}{2}; \frac{11}{2}\right)$ và điểm A có hoành độ âm. Tọa độ điểm A và D là:

A. $A(-2; 3)$ và $D(3; 8)$.

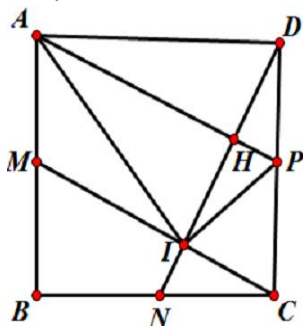
B. $A(-2; 3)$ và $D(-3; 8)$.

C. $A(-2; 3)$ và $D(3; -8)$.

D. $A(-2; -3)$ và $D(3; 8)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là giao điểm của ND, AP

Ta có: $\triangle MBC = \triangle NCD$ ($c - g - c$) nên $\angle MCB = \angle NDC$.

Mà $\angle MCB + \angle MCD = 90^\circ \Rightarrow \angle NDC + \angle MCD = 90^\circ \Rightarrow \angle DIC = 90^\circ \Rightarrow ND \perp MC \Rightarrow ID \perp AP$ (1)

Do $AMCP$ là hình bình hành nên $AP \parallel MC \Rightarrow HP \parallel IC$ suy ra H là trung điểm của ID (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AP$ là đoạn trung trực của $ID \Rightarrow \triangle ADP = \triangle AIP \Rightarrow AI \perp IP$,

$$AI = 2IP = 2 \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}.$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AI: \begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 2 - t \end{cases}.$$

$$A \in AI, A \neq I, x_A < 0 \Leftrightarrow A(5 + 7t; 2 - t), 5 + 7t < 0.$$

$$AI = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow 50t^2 = 50 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (nhận)} \\ t = 1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$t = -1 \Rightarrow A(-2; 3).$$

$$AP: x - 3y + 11 = 0, DN: 3x + y - 17 = 0.$$

$$H = AP \cap DN \Rightarrow \text{Tọa độ của } H \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x - 3y + 11 = 0 \\ 3x + y - 17 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}.$$

$$H(4;5), I(5;2) \Rightarrow D(3;8).$$

$$\text{Vậy } A(-2;3), D(3;8).$$

Câu 164. Trên mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$.

Gọi $P(a;b)$ là giao điểm của AN và BD . Giá trị $2a + b$ bằng

A. 6

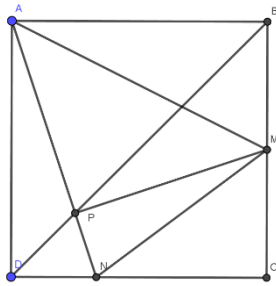
B. 5.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn D



Ta chứng minh được $MP \perp AN$, nên P là hình chiếu của M trên AN .

(Thật vậy gán hệ trục tọa độ Dxy , $D(0;0), C(1;0), B(1;1), A(0;1)$. Khi đó $M\left(1; \frac{1}{2}\right); N\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

Phương trình đường thẳng BD : $y = x$. Phương trình đường thẳng AN : $3x + y = 1$.

Điểm $P\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MP} = \left(\frac{-3}{4}; \frac{-1}{4}\right); \overrightarrow{AN} = \left(\frac{1}{3}; -1\right) \Rightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{AN} = 0 \Rightarrow MP \perp AN$ (đpcm).

Phương trình đường thẳng MP qua M và vuông góc với AN là $x + 2y - \frac{13}{2} = 0$.

P là giao điểm MP và AN nên tọa độ P là nghiệm hệ
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

Từ đó: $a = \frac{5}{2}, b = 2 \Rightarrow 2a + b = 7$.

Câu 165. Trong mặt phẳng tọa độ với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm $H(1;2)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BD . Điểm $M\left(\frac{9}{2}; 3\right)$ là trung điểm cạnh BC . Phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ADH là $4x + y - 4 = 0$. Biết điểm D có tọa độ là $(x_D; y_D)$ tính giá trị biểu thức $S = 4x_D^2 + y_D^2$.

A. $S = 3$.

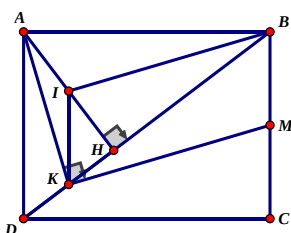
B. $S = 4$.

C. $S = 6$.

D. $S = 5$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AH và $DH \Rightarrow IK \parallel \frac{1}{2}AD \Rightarrow IK \parallel BM \Rightarrow$ tứ giác $IBMK$

là hình bình hành $\Rightarrow BI \parallel MK$. (1)

Do $IK \parallel AD$ và $AD \perp AB \Rightarrow IK \perp AB \Rightarrow I$ là trực tâm tam giác $ABK \Rightarrow BI \perp AK$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $MK \perp AK$.

Phương trình $AK: 4x + y - 4 = 0$, suy ra phương trình $MK: 2x - 8y + 15 = 0$.

Tọa độ điểm K là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 4x + y - 4 = 0 \\ 2x - 8y + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow K\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Do đó $\begin{cases} x_D = 2x_K - x_H = 0 \\ y_D = 2y_K - y_H = 2 \end{cases} \Rightarrow D(0; 2) \Rightarrow P = 4$.

Câu 166. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x + y + 5 = 0$ và điểm $A(-4; 8)$. Gọi M là điểm đối xứng với B qua C , điểm $N(5; -4)$ là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng MD . Biết tọa độ $C(m; n)$, giá trị của $m - n$ là:

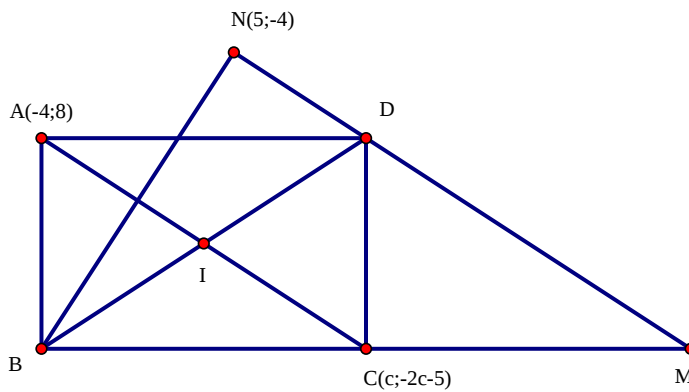
A. 6.

B. -6.

C. 8.

D. 7.

Lời giải



Chọn C

Gọi $I(a; b)$ là trung điểm BD

Có $\angle BAD = \angle BND = 90^\circ$. Suy ra $BAND$ nội tiếp đường tròn đường kính BD , tâm I

$$\text{Có } IA = IN \Leftrightarrow (a+4)^2 + (b-8)^2 = (a-5)^2 + (b+4)^2 \Leftrightarrow 6a - 8b + 13 = 0$$

Có I là trung điểm AC . Nên $C(2a+4; 2b-8)$

$$\text{Có } C \in d. \text{ Suy ra } 2(2a+4) + (2b-8) + 5 = 0 \Leftrightarrow 4a + 2b + 5 = 0$$

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} 6a - 8b + 13 = 0 \\ 4a + 2b + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

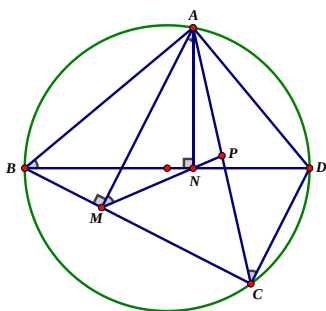
$$\text{Có } m - n = (2a+4) - (2b-8) = 8.$$

Câu 167. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD . Gọi M , N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC và BD ; gọi P là giao điểm của MN và AC . Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0$, $M(0; 4)$, $N(2; 2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A, B .

- A. $P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $A(0; -1)$, $B(4; 1)$.
- B. $P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $A(0; -1)$, $B(-1; 4)$.
- C. $P\left(\frac{5}{3}; \frac{3}{2}\right)$, $A(0; -1)$, $B(-1; 4)$.
- D. $P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $A(-1; 0)$, $B(4; 1)$.

Lời giải

Chọn B



* Ta chứng minh P là trung điểm của AC .

Thật vậy: do các tứ giác $ABMN$, $ABCD$ là các tứ giác nội tiếp nên $\widehat{AMP} = \widehat{ABN} = \widehat{ACD}$

Lại do: $AM \parallel CD$ (cùng vuông góc với BC) nên $\widehat{ACD} = \widehat{CAM} \Rightarrow \widehat{PAM} = \widehat{PMA}$

$\Rightarrow \Delta PAM$ cân tại $P \Rightarrow PA = PM$. Đồng thời ΔPCM cân tại P nên $PC = PM$

$\Rightarrow PA = PC$ hay P là trung điểm của AC .

- Ta có: $\overrightarrow{MN} = (2; -2) \Rightarrow$ đường thẳng MN có phương trình: $x + y - 4 = 0$

Điểm P có tọa độ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow P = \left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$

- Do $A \in AC: x - y - 1 = 0 \Rightarrow A = (a; a - 1)$ (với $a < 2$)

- Do $PA = PM \Leftrightarrow \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{2} \Leftrightarrow \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a - \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \\ a - \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow A = (0; -1) \Rightarrow C = (5; 4)$

- Do BC đi qua $M(0; 4)$ và $C(5; 4)$ nên BC có phương trình: $y - 4 = 0$.

- Lại có: $\overrightarrow{AN} = (2; 3)$ là vector pháp tuyến của BD nên phương trình BD là: $2x + 3y - 10 = 0$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} y - 4 = 0 \\ 2x + 3y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow B = (-1; 4)$.

Vậy $P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $A(0; -1)$, $B(-1; 4)$.

Câu 168. Trên hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh CD sao cho $\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{DM}$, $N(0; 2019)$ là trung điểm của cạnh BC , K là giao điểm của hai đường thẳng AM và BD . Biết đường thẳng AM có phương trình $x - 10y + 2018 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng NK bằng

- A. 2019. B. $2019\sqrt{101}$. C. $\frac{2018}{11}$. D. $\frac{2019\sqrt{101}}{101}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi cạnh hình vuông bằng a . Do $\triangle ABK \sim \triangle MDK \Rightarrow \frac{MD}{AB} = \frac{DK}{KB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DK}{DB} = \frac{1}{4}$.

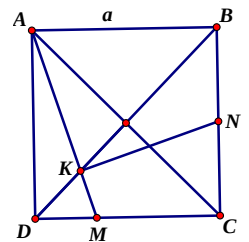
Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ (1)

$\overrightarrow{NK} = \overrightarrow{BK} - \overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{4}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \Rightarrow AM \perp NK$.

Vì $AM \perp NK$ nên NK có phương trình tổng quát: $10x + y - 2019 = 0$.

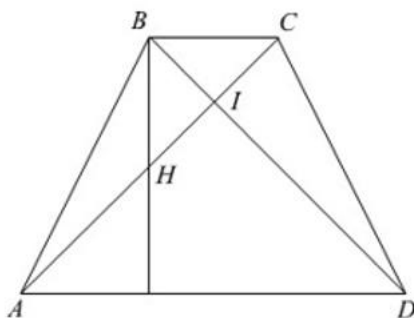
Khoảng cách từ O đến NK là $d(O, NK) = \frac{|-2019|}{\sqrt{10^2 + 1^2}} = \frac{2019\sqrt{101}}{101}$.



Câu 169. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D .

- A. $C(-1; 6), D(4; 1)$ và $C(-1; 6), D(-8; 7)$. B. $C(1; 6), D(-4; 1)$ và $C(1; 6), D(-8; 7)$.
C. $C(1; 6), D(-4; 1)$ và $C(1; 6), D(8; 7)$. D. $C(-1; 6), D(4; -1)$ và $C(-1; 6), D(8; -7)$.

Lời giải.



Gọi I là giao điểm của AC và $BD \Rightarrow IB = IC$.

Mà $IB \perp IC$ nên $\triangle IBC$ vuông cân tại $I \Rightarrow \angle ICB = 45^\circ$.

$BH \perp AD \Rightarrow BH \perp BC \Rightarrow \triangle HBC$ vuông cân tại $B \Rightarrow I$ là trung điểm của đoạn thẳng HC .

Do $CH \perp BD$ và trung điểm I của CH thuộc BD nên tọa độ điểm C thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 2(x+3) - (y-2) = 0 \\ \frac{x-3}{2} + 2\left(\frac{y+2}{2}\right) - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 6).$$

Ta có: $\frac{IC}{ID} = \frac{IB}{ID} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow ID = 3IC \Rightarrow CD = \sqrt{IC^2 + ID^2} = IC\sqrt{10} = \frac{CH\sqrt{10}}{2} = 5\sqrt{2}$.

Ta có: $D(6-2t; t)$ và $CD = 5\sqrt{2}$ suy ra $(7-2t)^2 + (t-6)^2 = 50 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=7 \end{cases}$.

Do đó: $D(4;1)$ hoặc $D(-8;7)$.

Câu 170. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD. Các đường thẳng AC và AD lần lượt có phương trình là $x+3y=0$ và $x-y+4=0$; đường thẳng BD đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

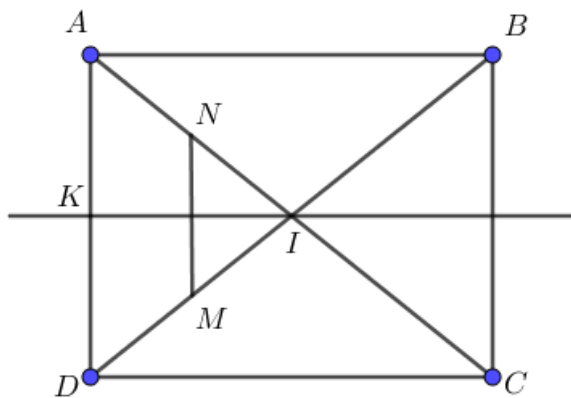
A. Tọa độ trọng tâm của tam giác BCD là $G\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

B. Tọa độ trọng tâm của tam giác ACD là $G\left(-\frac{1}{3}; -1\right)$

C. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABD là $G(-1; 3)$

D. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3}; -1\right)$

Lời giải



+ Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x+3y=0 \\ x-y+4=0 \end{cases} \Rightarrow A(-3; 1)$$

+ Gọi N là điểm thuộc AC sao cho $MN \parallel AD$. Suy ra MN có phương trình là: $x-y+\frac{4}{3}=0$

Vì N thuộc AC nên tọa độ điểm N thỏa mãn hệ $\begin{cases} x-y+\frac{4}{3}=0 \\ x+3y=0 \end{cases} \Rightarrow N\left(-1; \frac{1}{3}\right)$

Đường trung trực Δ của MN đi qua trung điểm của MN và vuông góc với AD, nên ta có phương trình $x+y=0$

Gọi I, K lần lượt là giao điểm của Δ với AC và AD.

Suy ra tọa độ điểm I thỏa mãn hệ $\begin{cases} x+y=0 \\ x+3y=0 \end{cases} \Rightarrow I(0; 0)$

Tọa độ điểm K thỏa mãn hệ $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y+4=0 \end{cases} \Rightarrow K(-2;2)$

Ta có

$$\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI} \Rightarrow C(3;-1); \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AK} \Rightarrow D(-1;3); \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow B(1;-3)$$

Vậy tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3}; -1\right)$

Câu 171. Trong mặt phẳng với trục tọa độ Oxy cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi H, I lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên các đường thẳng AC, CD . Giả sử M, N lần lượt là trung điểm của AD, HI . Phương trình đường thẳng AB có dạng $mx + ny - 7 = 0$ biết $M(1;-2), N(3;4)$ và đỉnh B nằm trên đường thẳng $x + y - 9 = 0$, $\cos ABM = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Khi đó

$m + n$ có giá trị thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

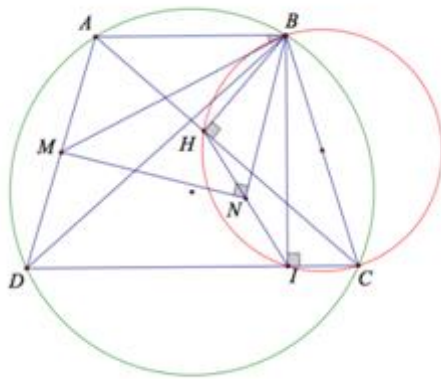
B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

D. $\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$

Lời giải

Chọn B



Xét tam giác ABD và HBI có: $ABD = HCI = HBI$.

Và $ADB = ACB = HIB$. Suy ra $\triangle ABD$ và $\triangle HBI$ đồng dạng.

Ta có BM, BN lần lượt là hai trung tuyến của hai tam giác ABD, HBI do đó:

$$\frac{BM}{BN} = \frac{BA}{BH} \quad (1).$$

Lại có $ABM = HBN \Rightarrow MBN = ABH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle ABH$ và $\triangle MBN$ đồng dạng.

Do đó $MNB = AHB = 90^\circ$ hay $MN \perp NB$

Đường thẳng BN đi qua N và vuông góc với MN nên có phương trình là:

$$x + 3y - 15 = 0.$$

Tọa độ điểm B thỏa mãn $\begin{cases} x+y-9=0 \\ x+3y-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}$. Suy ra $B(6;3)$.

Gọi $\vec{n}(a;b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Ta có $\overrightarrow{MB}(5;5)$ Theo bài ra ta có $\cos ABM = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$$\cos ABM = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{|a+b|}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}$$

$$\Leftrightarrow 8(a^2+b^2) = 5(a+b)^2 \Leftrightarrow 3a^2 - 10ab + 3b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 3b \text{ và } b = 3a$$

Với $b = 3a$, chọn $a = 1; b = 3$ ta có phương trình $AB: x + 3y - 15 = 0$ (loại do trùng với BN).

Với $a = 3b$, chọn $a = 3; b = 1$ ta có phương trình $AB: 3x + y - 21 = 0$

Vậy phương trình đường thẳng $AB: x + \frac{1}{3}y - 7 = 0$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 172. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ có diện tích bằng 14 và $AB // CD$. Biết

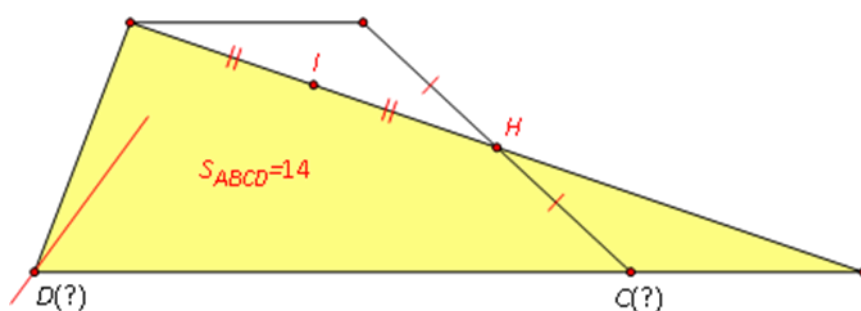
$H\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ là trung điểm của cạnh BC và $I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ là trung điểm của AH . Viết phương trình đường thẳng

AB , biết điểm D có hoành độ dương và D thuộc đường thẳng $5x - y + 1 = 0$.

A. $3x - y + 2 = 0$. B. $3x - y - 2 = 0$. C. $x + 3y - 2 = 0$. D. $x - 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B



$A(?) B(?)$

E

• Do I là trung điểm của $AH \Rightarrow A(1;1)$. Gọi E là giao điểm của AH và DC . Khi đó $\triangle ABH = \triangle ECH$. Do đó $S_{ABH} = S_{ECH} \Rightarrow S_{AED} = S_{AHCD} + S_{ECH} = S_{AHCD} + S_{ABH} = S_{ABCD} = 14$ và H là trung điểm AE .

Suy ra $E(-2; -1)$ từ đó có phương trình $AE: 2x - 3y + 1 = 0$.

• Do D thuộc đường thẳng $5x - y + 1 = 0$ nên $D(t; 5t+1), t > 0$.

Ta

có

$$AE = \sqrt{13} \Rightarrow d(D; AE) = \frac{2S_{AED}}{AE} \Leftrightarrow \frac{|2t - 3(5t+1) + 1|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{28}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{30}{13} \end{cases} \Rightarrow t = 2 \Rightarrow D(2; 11).$$

• Ta có $\vec{ED} = (4; 12) = 4(1; 3)$. Do $AB // ED$ nên $\vec{n}_{AB} = \vec{n}_{ED} = (3; -1)$ là vectơ pháp tuyến của AB .

Vậy phương trình đường thẳng AB là $3x - y - 2 = 0$

Câu 173. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , cạnh $AB = BC = \frac{AD}{2}$. Biết đường thẳng chứa cạnh

CD có phương trình $3x + y - 4 = 0$ và $A(-2; 0)$. Điểm $B(a; b)$ với $b > 0$ khi đó $a^2 + b^2 = ?$

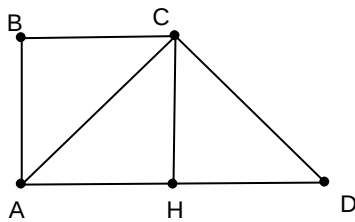
A. 5

B. 3

C. 1

D. 4

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AD suy ra tứ giác ABCH là hình vuông nên các tam giác AHC, DHC vuông cân tại H vậy nên AC vuông góc với CD

$$\Rightarrow AC : x - 3y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow AC \cap CD = C(1;1)$$

ΔABC vuông cân tại B nên B nằm trên đường tròn đường kính AC và $AB = BC$ ta có hệ

$$\begin{cases} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \\ 3x + y = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0, y = -1 (L) \\ x = -1, y = 2 (TM) \end{cases} \text{ Vậy } B(-1; 2)$$

Vậy $a^2 + b^2 = 5$ **Chọn A**

Câu 174. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình

$2x - y - 3 = 0$. Gọi P(a;b) là giao điểm của AN và BD. Giá trị $2a + b$ bằng:

A. 5.

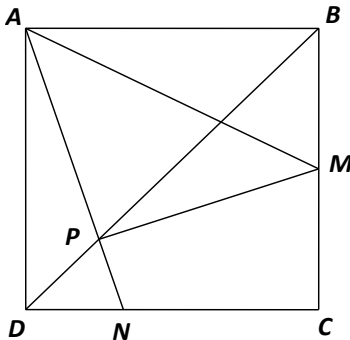
B. 7.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

Chọn B



Xét tam giác vuông ABM có $\tan \widehat{BAM} = \frac{BM}{AB} = \frac{1}{2}$

Xét tam giác vuông ADN có $\tan \widehat{DAN} = \frac{DN}{DA} = \frac{1}{3}$

Ta có $\tan(\widehat{BAM} + \widehat{DAN}) = \frac{\tan \widehat{BAM} + \tan \widehat{DAN}}{1 - \tan \widehat{BAM} \cdot \tan \widehat{DAN}} = 1$. Suy ra $\widehat{BAM} + \widehat{DAN} = 45^\circ$

Do đó $\widehat{PAM} = 90^\circ - (\widehat{BAM} + \widehat{DAN}) = 45^\circ$

Ta có $\widehat{PAM} = 45^\circ = \widehat{PBM}$ nên tứ giác ABMP nội tiếp.

Suy ra $\widehat{APM} = 180^\circ - \widehat{ABM} = 90^\circ$ hay $MP \perp AN$

Đường thẳng MP đi qua M và vuông góc với AN nên $MP: x + 2y - \frac{13}{2} = 0$.

Do $P = AN \cap MP$ nên tọa độ điểm P thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x + 2y - \frac{13}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow P\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Vậy $2a + b = 7$.

Câu 175. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có phương trình đường chéo AC là $5x + y + 4 = 0$. Tọa độ trực tâm tam giác ABC là $H\left(-\frac{23}{7}; \frac{15}{7}\right)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ACD là $G\left(-\frac{2}{3}; 4\right)$. Gọi x_A, x_B, x_C, x_D lần lượt là hoành độ của các điểm A, B, C, D.

Tính giá trị biểu thức $T = x_A^2 + x_C^2 + 2018x_D + x_B$.

A. 2024.

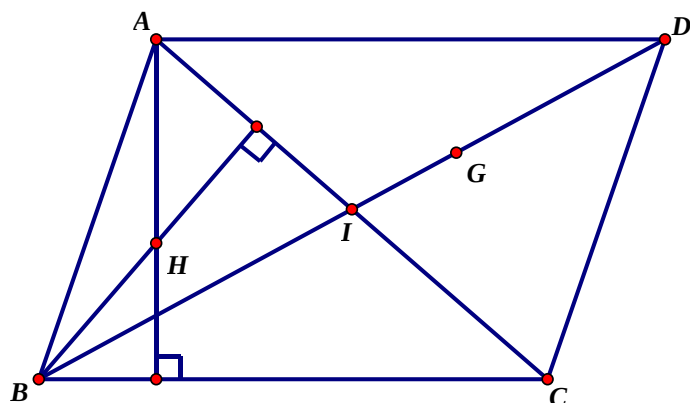
B. 2015.

C. 2021.

D. 2019.

Lời giải

Chọn D



+ Đường thẳng BH qua $H\left(-\frac{23}{7}; \frac{15}{7}\right)$ và vuông góc với AC nên có phương trình: $x - 5y + 14 = 0$

hay $x = 5y - 14$

Giả sử $B(5b - 14; b)$. Ta có

$$d(B; AC) = d(D; AC) = 3d(G; AC) \Rightarrow \frac{|5(5b - 14) + b + 4|}{\sqrt{5^2 + 1^2}} = 3 \cdot \frac{\left| -5 \cdot \frac{2}{3} + 4 + 4 \right|}{\sqrt{5^2 + 1^2}}$$

$$\Leftrightarrow |26b - 66| = 14 \Leftrightarrow \begin{cases} 26b - 66 = 14 \\ 26b - 66 = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{40}{13} \\ b = 2 \end{cases}$$

Suy ra $B\left(\frac{18}{13}; \frac{40}{13}\right)$ hoặc $B(-4; 2)$. Do B, G nằm khác phía AC nên $B(-4; 2)$.

Giả sử $D(x; y)$ ta có:

$$\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BD} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}(x + 4) = \frac{10}{3} \\ \frac{2}{3}(y - 2) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow D(1; 5)$$

Vì I là trung điểm của BD nên $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$

Đường thẳng AC có phương trình $y = -5x - 4$.

Giả sử $A(a; -5a - 4)$, vì $I(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2})$ là trung điểm của AC nên $C(-a - 3; 5a + 11)$.

Ta có $\overrightarrow{HA} = (a + \frac{23}{7}; -5a - \frac{43}{7})$; $\overrightarrow{BC} = (-a + 1; 5a + 9)$.

Do $HA \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow (a + \frac{23}{7})(-a + 1) + (-5a - \frac{43}{7})(5a + 9) = 0$

$$\Leftrightarrow a^2 + 3a + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$a = -1 \Rightarrow A(-1; 1); C(-2; 6)$$

$$a = -2 \Rightarrow A(-2; 6); C(-1; 1)$$

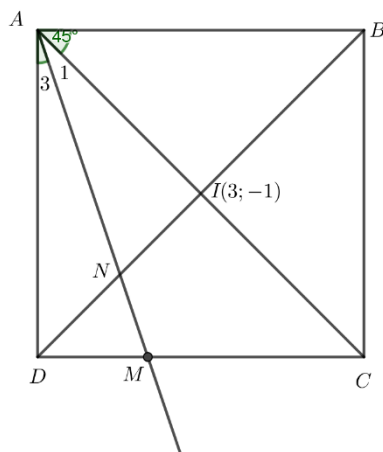
$$\text{Khi đó: } T = x_A^2 + x_C^2 + 2018x_D + x_B = (-1)^2 + (-2)^2 + 2018 - 4 = 2019.$$

Câu 176. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có tâm $I(3; -1)$, điểm M thuộc cạnh CD sao cho $MC = 2MD$. Tìm tọa độ đỉnh A của hình vuông $ABCD$ biết đường thẳng AM có phương trình $2x - y - 4 = 0$ và đỉnh A có tung độ âm.

- A. $A(3; -2)$. B. $A(3; 2)$. C. $A(-\frac{3}{2}; -7)$. D. $A(\frac{3}{5}; -\frac{14}{5})$.

Lời giải

Chọn D



Cách 1: Sử dụng khoảng cách

Biết tọa độ điểm $I(3; -1)$ và phương trình đường thẳng $AM \Rightarrow IH = d(I, AM) = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

$AM \cap BD = \{N\}$ với N là trung điểm của DI .

Gọi $a, (a > 0)$: là độ dài cạnh của hình vuông.

$$AI = \frac{a\sqrt{2}}{2}; IN = \frac{1}{2}ID = \frac{a\sqrt{2}}{4}; IH = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{IN^2} \Leftrightarrow \frac{5}{9} = \frac{2}{a^2} + \frac{8}{a^2} \Rightarrow a = 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A \in AM \Leftrightarrow A(x; 2x - 4) \\ IA = 3 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (2x - 3)^2 = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow A(3; 2) \\ x = \frac{3}{5} \Rightarrow A(\frac{3}{5}; -\frac{14}{5}) \end{cases}$$

Vậy $A\left(\frac{3}{5}; -\frac{14}{5}\right)$

Cách 2: Xác định $A = AC \cap AM$.

Gọi α là góc tạo bởi hai đường thẳng AC và AM .

$$\alpha = 90^\circ - (A_1 + A_3) = 90^\circ - (A_3 + 45^\circ)$$

$$\cos \alpha = \cos(90^\circ - (A_3 + 45^\circ)) = \sin(A_3 + 45^\circ)$$

Gọi $a, (a > 0)$ là độ dài cạnh của hình vuông.

$$\text{Ta có: } AD = a; DM = \frac{a}{3}; AM = \frac{a\sqrt{10}}{3} \Rightarrow \cos A_3 = \frac{3}{\sqrt{10}}; \sin A_3 = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Gọi $\vec{n} = (a; b), (a^2 + b^2 \neq 0)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng

$$AC. \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \frac{|2a - b|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3b + 4a = 0 \end{cases}$$

Với $b = 0$ chọn $a = 1$

Đường thẳng AC đi qua $I(3; -1)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 0)$ có phương trình $x - 3 = 0$.

$$\{A\} = AC \cap AM \Rightarrow \text{Tọa độ } A: \begin{cases} x - 3 = 0 \\ 2x - y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(3; 2) \text{ (Loại)}.$$

Tương tự, với $3b + 4a = 0$ chọn $a = 3, b = -4$

Đường thẳng AC đi qua $I(3; -1)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -4)$ có phương trình $3x - 4y - 13 = 0$.

$$\{A\} = AC \cap AM \Rightarrow \text{Tọa độ } A: \begin{cases} 3x - 4y - 13 = 0 \\ 2x - y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = -\frac{14}{5} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{3}{5}; -\frac{14}{5}\right)$$

Vậy $A\left(\frac{3}{5}; -\frac{14}{5}\right)$.

Câu 177. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có M, N là các điểm thỏa mãn

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \frac{7}{8}\overrightarrow{AC}. \text{ Biết rằng hai điểm } M, D \text{ thuộc đường thẳng } \Delta: 4x - 3y - 2 = 0, N\left(\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

và D có hoành độ lớn hơn $\frac{1}{3}$, hãy tính tổng hoành độ và tung độ của điểm A .

A. $-\frac{22}{25}$

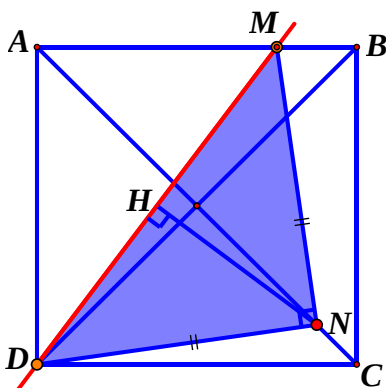
B. $-\frac{24}{25}$.

C. 0.

D. $\frac{4}{25}$.

Lời giải

Chọn B



$$\square \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{8}\overrightarrow{AD}; \quad \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AD} = \frac{7}{8}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{8}\overrightarrow{AD}$$

$$\square \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{DN} = \frac{7}{64}AB^2 - \frac{7}{64}AD^2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{DN}$$

$$\square MN^2 = \frac{5}{6}AB^2 = DN^2 \Rightarrow MN = DN \Rightarrow \triangle DMN \text{ vuông cân tại } N.$$

Gọi H là hình chiếu của N trên Δ thì $NH = d(N; \Delta) = \frac{5}{2}$.

$\triangle DMN$ vuông cân tại $N \Rightarrow \triangle DHN$ vuông cân tại H và H trung điểm của DM .

$$\Rightarrow ND = NM = \sqrt{2}NH.$$

$$\Rightarrow D, M \text{ là các giao điểm của } \Delta \text{ và đường tròn tâm } N, \text{ bán kính } R = \sqrt{2}NH = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow \text{Tọa độ của } D, M \text{ là các nghiệm } (x; y) \text{ của hệ } \begin{cases} 4x - 3y - 2 = 0 \\ (x - \frac{5}{2})^2 + (y + \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M(2; 2), D(-1; -2) \text{ (loại)} \\ M(-1; -2), D(2; 2) \text{ (nhận)} \end{cases}$$

$$\square M(-1; -2), D(2; 2) \Rightarrow MD = 5 \Rightarrow AD = 4, AM = 3.$$

Giả sử $A(a; b)$. Từ $AD = 4, AM = 3$ và hai điểm A, N nằm về hai phía khác nhau đối với

$$\text{đường thẳng } DM \text{ ta có hệ } \begin{cases} (a-2)^2 + (b-2)^2 = 16, \\ (a+1)^2 + (b+2)^2 = 9 \\ (4a-3b-2) \cdot \frac{25}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{46}{25} \\ b = \frac{22}{25} \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{46}{25}; \frac{22}{25}\right).$$

Vậy tổng hoành độ và tung độ của A là $-\frac{24}{25}$.

Câu 178. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng $AN: 2x - y - 3 = 0$. Biết tọa độ $A(a; b)$ (với $b > 0$). Tính $a + b$

A. $a + b = 0$.

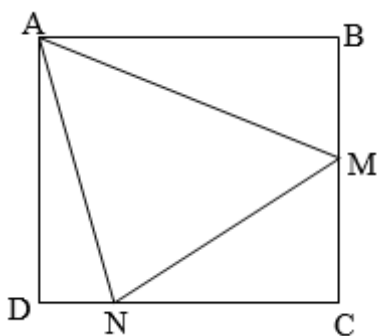
B. $a + b = 9$.

C. $a + b = -1$.

D. $a + b = 4$

Lời giải

Chọn B



Giả sử $A(a, 2a - 3)$ và $B(b, c)$.

Vì M là trung điểm của BC nên $C(11 - b, 1 - c)$.

Vì $ABCD$ là hhh nên $D(a - 2b + 11, 2a - 2c - 2)$

$$\Rightarrow N\left(\frac{2a-5b+33}{3}; \frac{4a-5c-3}{3}\right)$$

Mặt khác: $N \in AN$ nên: $c = 2b - 12$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB = BC \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (b-a)(11-2b) + (2b-2a-9)(24-4b) = 0 \\ (b-a)^2 + (2b-2a-9)^2 = (11-2b)^2 + (25-4b)^2 \end{cases} \Leftrightarrow a=1 \vee a=4$$

Với $a=1 \Rightarrow b=-1$ loại

Với $a=4 \Rightarrow b=5 \Rightarrow a+b=9$

Câu 179. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ cạnh AC có phương trình là: $x+7y-31=0$, hai đỉnh B, D lần lượt thuộc các đường thẳng $d_1: x+y-8=0$, $d_2: x-2y+3=0$. Biết rằng diện tích hình thoi bằng 75, đỉnh A có hoành độ âm. Tính tổng hoành độ và tung độ của điểm C

A. 7

B. 10

C. 13

D. 15

Lời giải

Chọn B

$B \in d_1 \Rightarrow B(b; 8-b)$, $D \in d_2 \Rightarrow (2d-3; d)$.

Khi đó $\overline{BD} = (-b+2d-3; b+d-8)$ và trung điểm của BD là $I\left(\frac{b+2d-3}{2}; \frac{-b+d+8}{2}\right)$.

Theo tính chất hình thoi ta có :

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ I \in AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_{AC}} \cdot \overline{BD} = 0 \\ I \in AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8b+13d-13=0 \\ -6b+9d-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ d=1 \end{cases}$$

Suy ra $B(0;8)$; $D(-1;1)$. Khi đó $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$; $A \in AC \Rightarrow A(-7a+31; a)$ đk : $a > \frac{31}{7}$

Cách 1 :

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \Rightarrow AC = \frac{2S_{ABCD}}{BD} = 15\sqrt{2} \Rightarrow IA = \frac{15}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \left(-7a + \frac{63}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{225}{2} \Leftrightarrow \left(a - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(10;3) \text{ (ktm)} \\ A(-11;6) \end{cases}$$

Suy ra $C(10;3)$ nên tổng hoành độ và tung độ của điểm C là: 13

$$\textbf{Cách 2 : } S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \Rightarrow AC = \frac{2S_{ABCD}}{BD} = 15\sqrt{2}$$

ta có $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$ là trung điểm của AC nên $C(7a-32; 9-a)$ suy ra

$$\Rightarrow \overline{AC} = (14a-63; 9-2a) \Rightarrow \sqrt{(14a-63)^2 + (9-2a)^2} = 15\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(10;3) \text{ (ktm)} \\ A(-11;6) \end{cases}$$

Câu 180. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ với đường thẳng chứa cạnh AD có phương trình là $d_1: 3x+y-14=0$. Biết điểm $E(0;-6)$ là điểm đối xứng của C qua AB . Gọi M là trung điểm của CD . Biết $BD \cap ME = I$ với $I\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. Tính độ dài đoạn thẳng HD với $H(2;-3)$.

A. $HD = \sqrt{29}$.

B. $HD = 5$.

C. $HD = \sqrt{37}$.

D. $HD = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\triangle CDE$ với hai trung tuyến $BD \cap ME = I$ nên có $\overline{EM} = \frac{3}{2} \overline{EI}$.

Câu 183. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 1), B(9; 6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

A. -7.

B. -9.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Gọi A' đối xứng A qua d ta có $A'(0; 3)$ khi đó điểm $M = A'B \cap d$

Tìm được $M(3; 4)$.

Câu 184. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 4y + 15 = 0$ và điểm $A(2; 0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d để đoạn AM có độ dài nhỏ nhất.

A. $M(-15; 0)$.

B. $M(5; 5)$.

C. $M(0; 3)$.

D. $M(1; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M \in d \Leftrightarrow M(4t - 15; t)$

Ta có: $AM = \sqrt{(4t - 17)^2 + t^2} = \sqrt{17(t^2 - 8t + 17)} = \sqrt{17[(t - 4)^2 + 1]} \geq \sqrt{17}, \forall t \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow \min AM = \sqrt{17}$, đạt được tại $t = 4$. Khi đó $M(1; 4)$.

Câu 185. Cho 3 điểm $A(-6; 3); B(0; -1); C(3; 2)$. Tìm M trên đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$ mà

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất là

A. $M\left(\frac{13}{15}; \frac{71}{15}\right)$

B. $M\left(\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right)$

C. $M\left(\frac{26}{15}; \frac{97}{15}\right)$

D. $M\left(\frac{-13}{15}; \frac{19}{15}\right)$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Tìm tọa độ điểm $I(x; y)$ sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Suy ra $I\left(-1; \frac{4}{3}\right)$

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MI}|$. Vậy $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi $|\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất.

$|\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I xuống đường thẳng d .

Đường thẳng d' đi qua I và vuông góc với d có phương trình: $x + 2y = \frac{5}{3}$

M là giao điểm của d và d' nên M là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{-13}{15}; \frac{19}{15}\right)$$

Cách 2:

M thuộc d suy ra $M(t; 2t + 3)$

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (-3 - 3t; -6t - 5)$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \sqrt{(-3 - 3t)^2 + (-6t - 5)^2}$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \sqrt{45t^2 + 78t + 34} = \sqrt{45\left(t + \frac{13}{15}\right)^2 + \frac{1}{5}}$

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| \text{ nhỏ nhất khi } t = -\frac{13}{15}. \text{ Suy ra } M\left(-\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right).$$

Câu 186. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;2)$, $B(1;-3)$, $C(-2;2)$.

Điểm M thuộc trục tung sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất có tung độ là?

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $G(a;b)$ là trọng tâm tam giác ABC . Suy

$$\text{ra } \begin{cases} a = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ b = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2+1-2}{3} \\ b = \frac{2-3+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3MG.$$

Suy ra $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất.

Mặt khác M thuộc trục tung nên MG nhỏ nhất khi M là hình chiếu của G lên trục tung.

$$\text{Vậy } M\left(0; \frac{1}{3}\right).$$

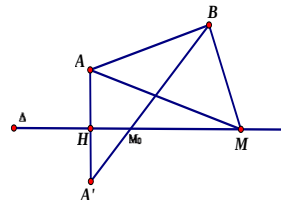
Câu 187. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm

$M(a;b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$ ta được kết quả là:

- A. -9. B. 9. C. -7. D. 7

Lời giải

Chọn D



Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng Δ

Ta có: $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow M$ trùng với M_0 (M_0 là giao điểm của Δ và $A'B$)

Ta có: $AA' \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{n_{AA'}} = \overrightarrow{a_\Delta} = (1;1)$

$$(AA'): x + y - 3 = 0$$

$$\text{Gọi } H = AA' \cap \Delta \Rightarrow H(1;2)$$

Vì A' đối xứng với A qua Δ nên H là trung điểm $AA' \Rightarrow A'(0;3)$

Đường thẳng $A'B$ qua B có VTCP $\overrightarrow{A'B} = (9;3) = 3(3;1) \Rightarrow \overrightarrow{n_{A'B}} = (1;-3)$

$$\Rightarrow A'B: x - 3y + 9 = 0$$

$$\text{Tọa độ } M_0 \text{ thỏa hệ: } \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - 3y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow M_0(3;4)$$

$$\Rightarrow M(3;4). \text{ Vậy } a + b = 7$$

Câu 188. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(6;2)$ và đường thẳng $d : x - y = 0$. Gọi P là giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác ABC biết B là điểm thay đổi trên tia Ox và C là điểm thay đổi trên **D.**

Tính P ?

A. $P = 2\sqrt{5}$.

B. $P = 4\sqrt{3}$.

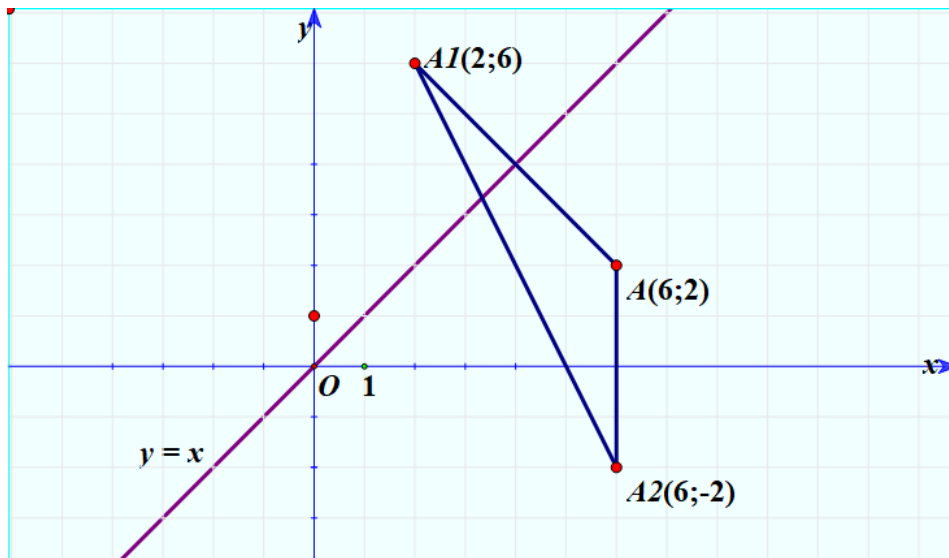
C. $P = 3\sqrt{5}$.

D. $P = 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A_1, A_2 lần lượt là điểm đối xứng của A qua Ox và qua **D.** Để tìm được $A_1(6;-2)$ và $A_2(2;6)$, đồng thời ta có $AB = A_1B, AC = A_2C$. Do đó $P = AB + BC + CA = A_1B + BC + CA_2 \geq A_1A_2$, suy ra $\min P = A_1A_2 = 4\sqrt{5}$ khi A_1, B, C, A_2 thẳng hàng theo thứ tự. Viết phương trình $A_1A_2 : 2x + y - 10 = 0$, từ đó tìm được $B(5;0), C(\frac{10}{3}; \frac{10}{3})$ thỏa mãn A_1, B, C, A_2 thẳng hàng theo thứ tự. Vậy **Chọn D**



Câu 189. Cho $\triangle ABC$ nhọn, có $A(1;7), B(-2;0), C(9;0)$ đường cao AH . Xét các hình chữ nhật $MNPQ$ với $M \in AB; N \in AC; P, Q \in BC$. Điểm $M(a;b)$ thỏa mãn hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất, tính $P = a + b$.

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

Lời giải.

Chọn B

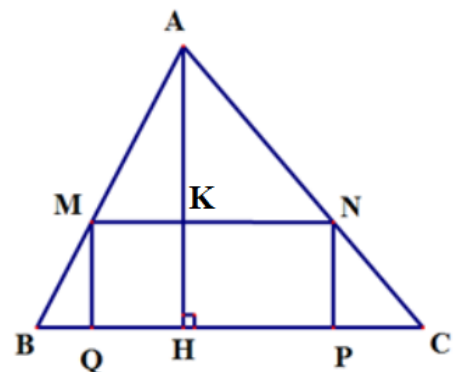
Tổng quát bài toán đặt $MQ = x (0 < x < AH)$;

$MN = y \Rightarrow AK = AH - x$

Do $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AK}{AH}$

$\Leftrightarrow \frac{y}{BC} = \frac{AH - x}{AH} \Rightarrow y = \frac{BC(AH - x)}{AH}$

Gọi S là diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ thì:



$$S = xy = \frac{BC}{AH} \cdot x(AH - x) \leq \frac{BC}{AH} \cdot \frac{[x + (AH - x)]^2}{4} = \frac{BC \cdot AH}{4}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = AH - x \Leftrightarrow x = \frac{AH}{2} \Rightarrow MQ = \frac{AH}{2}$ suy ra M là trung điểm của AB nên

tọa độ $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$. Vậy $P = a + b = 3$.

Câu 190. Cho $\triangle ABC$ nhọn, có $A(1;7)$, $B(-2;0)$, $C(9;0)$ đường cao AH . Xét các hình chữ nhật $MNPQ$ với $M \in AB$; $N \in AC$; $P, Q \in BC$, thì hình chữ nhật có diện tích lớn nhất gần với kết quả nào sau đây?

A. 10.

B. 30.

C. 15.

D. 19.

Lời giải.

Chọn D

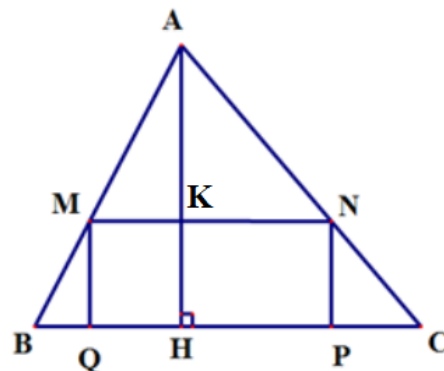
Tổng quát bài toán đặt $MQ = x$ ($0 < x < AH$);

$MN = y \Rightarrow AK = AH - x$

Do $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AK}{AH}$

$$\Leftrightarrow \frac{y}{BC} = \frac{AH - x}{AH} \Rightarrow y = \frac{BC(AH - x)}{AH}$$

Gọi S là diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ thì:



$$S = xy = \frac{BC}{AH} \cdot x(AH - x) \leq \frac{BC}{AH} \cdot \frac{[x + (AH - x)]^2}{4} = \frac{BC \cdot AH}{4}$$

Có $BC = 11$ và $AH = 7$ nên $S = \frac{77}{4}$.

Câu 191. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Đường thẳng (d) đi qua $M(3; -2)$ cắt Ox, Oy lần lượt tại

$A(a;0)$, $B(0;b)$ và $ab \neq 0$ sao cho: $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức

$$S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \text{ là}$$

A. $S = \frac{11}{25}$

B. $S = -\frac{11}{7}$

C. $S = -\frac{1}{5}$

D. $S = -\frac{5}{7}$

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết ta có d: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. Vì $M \in d$ nên: $\frac{3}{a} - \frac{2}{b} = 1$ (1)

$$OA = |a|; OB = |b| \Rightarrow \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4b^2}$$

$$\text{Theo BĐT Bunhiacopski: } 1 = \left(\frac{3}{a} - \frac{2}{b}\right)^2 = \left(3 \cdot \frac{1}{a} + (-4) \cdot \frac{1}{2b}\right)^2 \leq (9+16)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{4b^2}\right)$$

$$\text{Hay } \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2} \geq \frac{1}{25} \text{ đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{a} - \frac{2}{b} = 1 \\ 3a = -8b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{25}{3} \\ b = -\frac{25}{8} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2} \text{ nhỏ nhất khi } \begin{cases} a = \frac{25}{3} \\ b = -\frac{25}{8} \end{cases} \Rightarrow S = \frac{3}{25} - \frac{8}{25} = -\frac{1}{5}$$

Câu 192. Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(0;1); B(3;4)$ Tâm I nằm trên parabol có phương trình $y = (x-1)^2$
 $0 \leq x_I \leq 3$. khi diện tích hình bình hành $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất thì tọa độ $C(a,b)$, tọa độ $D(c,d)$, Tính
 $a+b+c+d$?

A. -2.

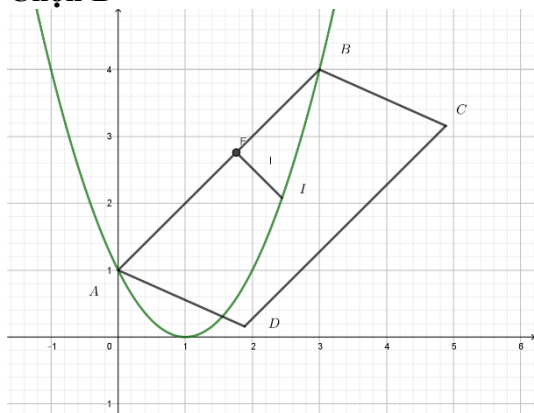
B. -1.

C. 1.

D. 0

Lời giải

Chọn B



$$S_{ABCD} = 4S_{IAB} = 2.d(I, AB).AB$$

Vì AB không đổi nên S_{ABCD} lớn nhất khi khoảng cách từ I đến AB lớn nhất.

Phương trình đường thẳng AB là $x - y + 1 = 0$

$$\text{Gọi } I\left(x; (x-1)^2\right), d(I, AB) = \frac{|x - (x-1)^2 + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{|-x^2 + 3x|}{\sqrt{2}} = \frac{-x^2 + 3x}{\sqrt{2}} \text{ vì } 0 \leq x_I \leq 3$$

$$\max d(I, AB) = \frac{9}{4\sqrt{2}} \text{ đạt được khi } x = \frac{3}{2} \text{ vậy } I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$$

$$\Rightarrow D\left(0; -\frac{7}{2}\right) C\left(3; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow a+b+c+d = -1$$

Câu 193. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(2;3)$ và hai đường thẳng $(d_1): 3x + 2y - 6 = 0$;
 $(d_2): x - 2y + 3 = 0$. Gọi C là giao điểm của $(d_1), (d_2)$. Đường thẳng (d) có phương trình dạng
 $ax - by + c = 0$ (với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $(a; b) = 1$) đi qua M cắt $(d_1), (d_2)$ lần lượt tại các điểm A, B sao cho
 M nằm trong đoạn AB và tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất. Tính $T = abc$.

A. $T = 2016$

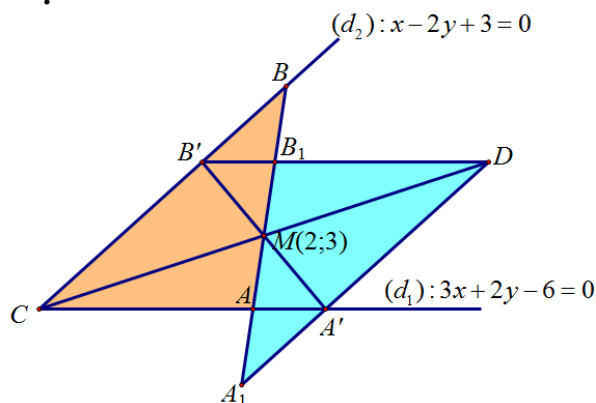
B. $T = 1512$

C. $T = 1800$

D. $T = 504$

Lời giải

Chọn B



Cách 1: Ta tìm được $d_1 \cap d_2 = C\left(\frac{3}{4}; \frac{15}{8}\right)$.

+) Nếu $(d): x = 2$ thì $A(2;0); B(2; \frac{5}{2})$ suy ra M không thuộc đoạn AB (loại).

+) (d): $y = m(x-2) + 3$ cắt (d_1) và (d_2) tại $A(\frac{4m}{2m+3}; \frac{9}{2m+3})$ và $B(\frac{4m-3}{2m-1}; \frac{5m-3}{2m-1})$.

Vì M thuộc đoạn AB nên $-\frac{3}{2} < m < \frac{1}{2}$. Đường thẳng $CM: 9x - 10y + 12 = 0$. Diện tích

ΔABC nhỏ nhất khi và chỉ khi $d_{(A;CM)} + d_{(B;CM)} = \left| \frac{60m-54}{2m+3} \right| + \left| \frac{10m-9}{2m-1} \right|$ nhỏ nhất. Dùng điều kiện

của m để bỏ trị tuyệt đối, khảo sát (Hoặc sử dụng MODE7) tìm được $m = \frac{3}{14}$ nên đường thẳng

(d): $3x - 14y + 36 = 0$. Vậy $T = 1512$.

Nhận xét: Cách giải này nặng về tính toán và trong thời gian ngắn của làm trắc nghiệm nếu học sinh lựa chọn theo cách này sẽ gặp nhiều khó khăn.

Cách 2: Ta tìm được $d_1 \cap d_2 = C(\frac{3}{4}; \frac{15}{8})$.

Lấy $D(\frac{13}{4}; \frac{33}{8})$ đối xứng với C qua M . Qua D dựng (d_1') song song với (d_1) , đường thẳng này cắt AB , (d_2) tương ứng tại B', B_1 . Qua D dựng $(d_2') \parallel (d_2)$, cắt (d_1) , AB tại A', A_1 .

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{S_{\Delta ABC} + S_{\Delta DA_1B_1}}{2} = \frac{S_{CA'DB'} + S_{BB'B_1} + S_{AA'A_1}}{2} \geq \frac{S_{CA'DB'}}{2}$.

Dấu “=” xảy ra khi $B \equiv B' \equiv B_1$ và $A \equiv A' \equiv A_1$.

Ta viết được phương trình $(DA'): x - 2y + 5 = 0$ suy ra $A(\frac{1}{4}; \frac{21}{8}) \Rightarrow AB: 3x - 14y + 36 = 0$.

Vậy $T = 1512$.

Câu 194. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy, cho các điểm $A(-2;2)$, $B(-4;-3)$, $C(1;-5)$, $D(3;0)$. Lấy M, N, P, Q lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MN + NP + PQ + QM$ là :

A. $3\sqrt{29}$.

B. $2\sqrt{58}$.

C. $2\sqrt{29}$.

D. $\sqrt{140}$.

Lời giải

Chọn B

Đầu tiên ta phát hiện $A(-2;2)$, $B(-4;-3)$, $C(1;-5)$, $D(3;0)$ tạo một hình vuông.

Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của QN, MN, PQ .

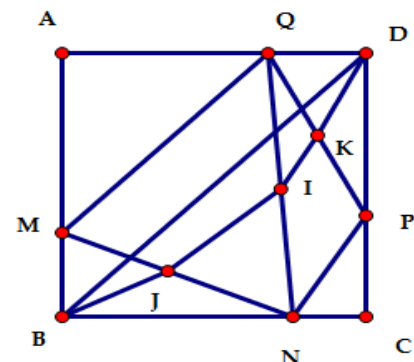
Ta có

$$BJ = \frac{MN}{2}, DK = \frac{PQ}{2}, IJ = \frac{QM}{2}, IK = \frac{PN}{2}.$$

Do đó $MN + NP + PQ + QM = 2BJ + 2DK + 2IJ + 2IK = 2(BJ + IJ + IK + KD) \geq 2BD = 2\sqrt{58}$.

Dấu bằng xảy ra khi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA .

Chọn B



thành

Câu 195. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các đường thẳng $\Delta_1: 3x - 4y + 6 = 0$, $\Delta_2: 3x - 4y - 9 = 0$, $\Delta_3: 3x - 4y + 11 = 0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba đường thẳng Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 lần lượt tại A , B , C .

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = AB + \frac{96}{AC^2}$ bằng

A. 18.

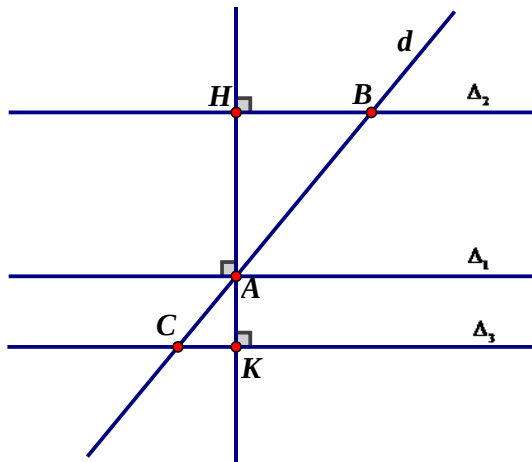
B. 27.

C. 9.

D. $\frac{49}{9}$.

Lời giải

Chọn A



- Nhận thấy các đường thẳng Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 song song với nhau và

$$d(\Delta_1; \Delta_2) = \frac{|6+9|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 3; \quad d(\Delta_1; \Delta_3) = \frac{|6-11|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 1; \quad d(\Delta_2; \Delta_3) = \frac{|-9-11|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 4$$

Suy ra: Δ_1 nằm giữa Δ_2 và Δ_3 . Do đó nếu d cắt 3 đường thẳng đó lần lượt tại A , B , C thì A nằm giữa B và C .

- Qua A dựng đường thẳng vuông góc với Δ_1 , cắt Δ_2 và Δ_3 lần lượt tại H và K

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AK} = \frac{3}{1} = 3 \Rightarrow AB = 3.AC$$

$$\Rightarrow P = AB + \frac{96}{AC^2} = 3.AC + \frac{96}{AC^2} = 3 \cdot \left(AC + \frac{32}{AC^2} \right) = 3 \cdot \left(\frac{AC}{2} + \frac{AC}{2} + \frac{32}{AC^2} \right)$$

$$\stackrel{Cauchy}{\geq} 3 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{AC}{2} \cdot \frac{AC}{2} \cdot \frac{32}{AC^2}} = 18. \text{ Dấu "}" xảy ra } \begin{cases} AC = 4 \\ AB = 12 \end{cases}$$

Vậy $P_{\min} = 18$.