

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Nhận dạng phương trình đường tròn

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình đường tròn.

- A. $1 < m < 2$. B. $m < -2$ hoặc $m > -1$.
C. $m < -2$ hoặc $m > 1$. D. $m < 1$ hoặc $m > 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ (1)

$\Rightarrow a = m+2; b = -2m; c = 19m - 6$.

Phương trình (1) là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0$

$\Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 1$ hoặc $m > 2$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

- A. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$. D. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Để là phương trình đường tròn thì điều kiện cần là hệ số của x^2 và y^2 phải bằng nhau nên loại được đáp án A và D.

Ta có: $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-4)^2 + 3 = 0$ vô lý.

Ta có: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ là phương trình đường tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 5$.

Câu 3. Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

- A. $2x^2 + y^2 - 6x - 6y - 8 = 0$. B. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 18 = 0$. D. $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Biết rằng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của một đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$.

Ta thấy phương trình trong phương án A và B có hệ số của x^2 , y^2 không bằng nhau nên đây không phải là phương trình đường tròn.

Với phương án C có $a^2 + b^2 - c = 1 + 16 - 18 < 0$ nên đây không phải là phương trình đường tròn. Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 4. Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 8y - 3 = 0$. B. $x^2 + 2y^2 - 4x + 5y - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 2018 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương án A: có tích xy nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án B: có hệ số bậc hai không bằng nhau nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án C: ta có $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 2018 = 0 \Leftrightarrow (x-7)^2 + (y+1)^2 + 1968 = 0$ không tồn tại x, y nên cũng không phải phương trình đường tròn.

Còn lại, chọn **D**.

Câu 5. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1). Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

- A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. C. $1 < m < 2$. D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

$x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1) là phương trình của đường tròn khi và chỉ khi

$$(m)^2 + [2(m-2)]^2 - (6-m) > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Dạng 2. Tìm tọa độ tâm, bán kính đường tròn

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ có tâm là.

- A. $I(-2; -3)$. B. $I(2; 3)$. C. $I(4; 6)$. D. $I(-4; -6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình đường tròn là: $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Vậy tâm đường tròn là: $I(-2; -3)$.

Câu 7. Đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. 49. B. 7. C. 1. D. $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có tâm $I(0; 5)$, bán kính $R = \sqrt{0^2 + 5^2 - (-24)} = 7$.

Câu 8. Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

- A. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$. B. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 9$.
C. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$. D. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 9$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

- A. $I(-1; 2); R = 4$. B. $I(1; -2); R = 2$. C. $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$. D. $I(1; -2); R = 4$.

Lời giải

Chọn B

(C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - 1} = 2$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$. Đường tròn có tâm và bán kính là

- A. $I(2;3), R=9$. B. $I(2;-3), R=3$. C. $I(-3;2), R=3$. D. $I(-2;3), R=3$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-3)$ và bán kính $R=3$.

Câu 11. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y-5)^2 = 9$.

- A. $I(-2;5), R=81$.. B. $I(2;-5), R=9$.. C. $I(2;-5), R=3$.. D. $I(-2;5), R=3$.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có tọa độ tâm $I(-2;5)$ và bán kính $R=3$.

Câu 12. Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ có tâm I , bán kính R là

- A. $I(-1;2), R=\sqrt{2}$. B. $I(-1;2), R=2\sqrt{2}$. C. $I(1;-2), R=\sqrt{2}$. D. $I(1;-2), R=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - (-3)} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Dạng 3. Viết phương trình đường tròn

Câu 13. Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$ là

- A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 20 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 20 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$ là $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5^2$
 $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$.

Câu 14. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$.
B. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.
D. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là
 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.

Câu 15. Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính bằng 3?

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R=3$ là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

Câu 16. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là

A. $(x+4)^2 + y^2 = 10$. B. $(x-4)^2 + y^2 = 10$.

C. $(x-4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$. D. $(x+4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(x; 0) \in Ox$; $IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2 + 1^2 = (5-x)^2 + 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 1 = x^2 - 10x + 25 + 9$

$\Leftrightarrow x = 4$. Vậy tâm đường tròn là $I(4; 0)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{(1-4)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

Phương trình đường tròn (C) có dạng $(x-4)^2 + y^2 = 10$.

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.

A. $I(1;1)$.

B. $I(0;0)$.

C. $I(1;2)$.

D. $I(1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C có dạng $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

Thay tọa độ 3 điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$ ta được:

$$\begin{cases} 8b + c = -16 \\ 4a + 8b + c = -20 \\ 4a + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow (C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0.$$

Vậy (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Câu 18. Cho tam giác ABC có $A(1;-1)$, $B(3;2)$, $C(5;-5)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$.

B. $\left(\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

C. $\left(-\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$.

D. $\left(-\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-5)^2 + (y+5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 11 \\ 8x - 8y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{47}{10} \\ y = -\frac{13}{10} \end{cases}$$

$\Rightarrow I\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$.

Câu 19. Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

A. $x^2 + y^2 + 25x + 19y - 49 = 0$.

B. $2x^2 + y^2 - 6x + y - 3 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 6x + xy - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Đường tròn này qua A, B, C nên

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{1}{2} \\ c=-1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Câu 20. Lập phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0)$, $B(0;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d: x + y = 0$.

A. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

B. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

C. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

D. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$A(3;0)$, $B(0;2)$, $d: x + y = 0$.

Gọi I là tâm đường tròn vậy $I(x; -x)$ vì $I \in d$.

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (3-x)^2 + x^2 = x^2 + (2+x)^2 \Leftrightarrow -6x+9=4x+4 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}. \text{ Vậy } I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

$$IA = \sqrt{\left(3-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2} \text{ là bán kính đường tròn.}$$

$$\text{Phương trình đường tròn cần lập là: } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}.$$

Câu 21. Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x + 2y - 2 = 0$. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 20$.

B. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 20$.

C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 1$.

D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} MK \parallel BH \\ ME \parallel AC \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow MK \perp ME \quad (1), \quad \begin{cases} KN \parallel CH \\ NE \parallel AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow KN \perp NE \quad (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow KMEN$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính KE .

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 4y - 17 = 0$ có tâm $I(-2; 2)$ bán kính $r = 5 \Rightarrow I$ là trung điểm KE .

$KHEJ$ là hình bình hành $\Rightarrow I$ là trung điểm JH



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IJ} = 3\overrightarrow{IG} \Rightarrow \begin{cases} x_J + 2 = 3(-1 + 2) \\ y_J - 2 = 3(3 - 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_J = 1 \\ y_J = 5 \end{cases} \Rightarrow J(1; 5).$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $R = JA = 2IK = 2r = 10$.

Phương trình đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là: $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 100$.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm O . Gọi M là trung điểm của BC ; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C . Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P có phương trình là

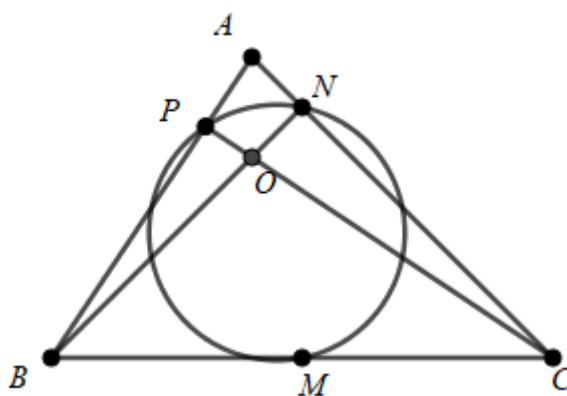
$(T): (x-1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

B. $x^2 + (y-1)^2 = 25$.

C. $x^2 + (y-1)^2 = 50$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$.

Lời giải



Ta có M là trung điểm của BC ; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C . Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P là đường tròn Euler. Do đó đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là ảnh của đường tròn Euler qua phép vị tự tâm là O , tỷ số $k = 2$.

Gọi I và I' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC .

Gọi R và R' lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC .

Ta có $I\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ và do đó $\overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OI} \Rightarrow I'(2; -1)$.

Mặt khác $R = \frac{5}{2} \Rightarrow R' = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$.

Nhận xét: Đề bài này rất khó đối với học sinh nếu không biết đến đường tròn Euler.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình của đường tròn có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$ là

A. $x^2 + y^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 = \sqrt{2}$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{2}$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm O , bán kính R tiếp xúc với Δ nên có:

$$R = d(O; \Delta) = \frac{|-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

Phương trình đường tròn (C) : $x^2 + y^2 = 2$.

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho đường tròn (S) có tâm I nằm trên đường thẳng $y = -x$, bán kính $R = 3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ. Lập phương trình của (S) , biết hoành độ tâm I là số dương.

A. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$.

B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.

C. $(x-3)^2 - (y-3)^2 = 9$.

D. $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn B

Do tâm I nằm trên đường thẳng $y = -x \Rightarrow I(a; -a)$, điều kiện $a > 0$.

Đường tròn (S) có bán kính $R = 3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ nên:

$$d(I; Ox) = d(I; Oy) = 3 \Leftrightarrow |a| = 3 \Leftrightarrow a = 3(n) \vee a = -3(l) \Rightarrow I(3; -3).$$

Vậy phương trình (S) : $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.

Câu 26. Một đường tròn có tâm $I(3; 4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{3}$.

B. 5.

C. 3.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm $I(3; 4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$ nên bán kính đường tròn chính là khoảng cách từ tâm $I(3; 4)$ tới đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$.

$$\text{Ta có: } R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3.$$

Câu 27. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d): 3x + 4y - 2 = 0$. Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có bán kính $R = d(I, d) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$

Vậy đường tròn có phương trình là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Câu 28. Trên hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó có phương trình là $3x + 4y - 9 = 0$. Viết phương trình của đường tròn (C) .

- A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$. B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$.
C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn D

Vì đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó là đường thẳng Δ có phương trình

là $3x + 4y - 9 = 0$ nên bán kính của đường tròn là $R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot (-3) + 4 \cdot 2 - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$

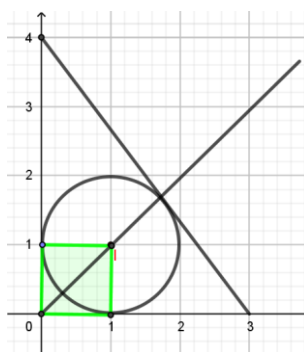
Vậy phương trình đường tròn là: $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

Câu 29. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình

- A. $x^2 + y^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0$.
C. $x^2 + y^2 = 2$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Lời giải

Chọn D



Vì các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất nên tam giác OAB cũng nằm trong góc phần tư thứ nhất. Do vậy gọi tâm đường tròn nội tiếp là $I(a,b)$ thì $a > 0, b > 0$.

Theo đề ra ta có: $d(I; Ox) = d(I; Oy) = d(I; AB)$.

Phương trình theo đoạn chắn của AB là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ hay $4x + 3y - 12 = 0$.

$$\text{Do vậy ta có: } \begin{cases} |a| = |b| \\ |4a + 3b - 12| = 5|a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = |b| \\ \begin{cases} 7a - 12 = 5a \\ 7a - 12 = -5a \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b > 0 \\ a = 6 \text{ (l)} \\ a = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Câu 30. Cho hai điểm $A(3;0)$, $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0$. D. $x^2 + y^2 = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $OA = 3$, $OB = 4$, $AB = 5$.

Gọi $I(x_I; y_I)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

Từ hệ thức $AB \cdot \overrightarrow{IO} + OB \cdot \overrightarrow{IA} + OA \cdot \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ (Chứng minh) ta được

$$\begin{cases} x_I = \frac{AB \cdot x_O + OB \cdot x_A + OA \cdot x_B}{AB + OB + OA} = \frac{4 \cdot 3}{5 + 4 + 3} = 1 \\ y_I = \frac{AB \cdot y_O + OB \cdot y_A + OA \cdot y_B}{AB + OB + OA} = \frac{3 \cdot 4}{5 + 4 + 3} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1;1)$$

Mặt khác tam giác OAB vuông tại O với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác thì

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2}OA \cdot OB}{\frac{OA + OB + AB}{2}} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4 + 5} = 1 \quad (S, p \text{ lần lượt là diện tích và nửa chu vi tam giác}).$$

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

hay $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

Dạng 4. Tương giao (tiếp tuyến) của đường thẳng và đường tròn

Câu 31. Đường tròn $x^2 + y^2 - 1 = 0$ tiếp xúc với đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

- A. $3x - 4y + 5 = 0$ B. $x + y = 0$
C. $3x + 4y - 1 = 0$ D. $x + y - 1 = 0$

Lời giải

Chọn A

$x^2 + y^2 - 1 = 0$ có tâm $O(0;0)$, $R=1$.

Điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với đường tròn là khoảng cách từ tâm tới đường thẳng bằng bán kính.

Xét đáp án A:

$$\Delta: 3x - 4y + 5 = 0 \Rightarrow d(O, \Delta) = \frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 = R \Rightarrow \Delta \text{ tiếp xúc với đường tròn.}$$

Câu 32. Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox :

- A. $x^2 + y^2 - 10x = 0$. B. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường tròn (C) tiếp xúc với trục Ox khi $d(I, Ox) = R$ với I và R lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C) .

□ Đường tròn: $x^2 + y^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 + y^2 = 25$ có tâm $I(5;0)$, bán kính $R=5$,

$d(I, Ox) = 0$. Suy ra: $d(I, Ox) \neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox .

$\Rightarrow$ không phải là phương trình đường tròn.

□ Xét phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 - 5 = 0$ có $I(0;0)$ và $R = \sqrt{5}$, $d(I, Ox) = 0$.

Suy ra: $d(I, Ox) \neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox .

□ Xét phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ có $I(5;1)$ và $R=5$, $d(I, Ox) = 1$.

Suy ra: $d(I, Ox) \neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox .

□ Xét phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$ có $I\left(-3; -\frac{5}{2}\right)$ và $R = \frac{5}{2}$, $d(I, Ox) = \frac{5}{2}$.

Suy ra: $d(I, Ox) = R$. Vậy (C) tiếp xúc với trục Ox

Câu 33. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 1 = 0$.

A. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$; $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$.

B. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

C. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y + 5\sqrt{2} + 11 = 0$.

D. $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$.

Do đó đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Do d song song với đường thẳng Δ nên d có phương trình là $3x + 4y + k = 0$, ($k \neq 1$).

Ta có $d(I; d) = R \Leftrightarrow \frac{|11+k|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |11+k| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 11+k = 5\sqrt{2} \\ 11+k = -5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 5\sqrt{2} - 11 \\ k = -5\sqrt{2} - 11 \end{cases}$.

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến cần tìm là $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

Câu 34. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $A(1;5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A .

A. $y - 5 = 0$.

B. $y + 5 = 0$.

C. $x + y - 5 = 0$.

D. $x - y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (0;3)$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm A , khi đó d đi qua A và nhận vector $\overrightarrow{IA}$ là một VTPT.

Chọn một VTPT của d là $\overrightarrow{n_d} = (0;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $y - 5 = 0$.

Câu 35. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và điểm $A(-1; 2)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây đi qua A và là tiếp tuyến của đường tròn (C) ?

- A. $4x - 3y + 10 = 0$. B. $6x + y + 4 = 0$. C. $3x + 4y + 10 = 0$. D. $3x - 4y + 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0; 0)$ và có bán kính $R = 2$.

Họ đường thẳng Δ qua $A(-1; 2): a(x+1) + b(y-2) = 0$, với $a^2 + b^2 \neq 0$.

Điều kiện tiếp xúc $d(O; \Delta) = R$ hay

$$\frac{|a - 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a - 2b)^2 = 4(a^2 + b^2) \Leftrightarrow 3a^2 + 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 3a = -4b \end{cases}$$

Với $a = 0$, chọn $b = 1$ ta có $\Delta_1: y - 2 = 0$.

Với $3a = -4b$, chọn $a = 4$ và $b = -3$ ta có $\Delta_2: 4(x+1) - 3(y-2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + 10 = 0$.

Nhận xét: Thực ra bài này khi thay tọa độ điểm $A(-1; 2)$ vào các đường thẳng ở các phương án thì ta loại C. và D. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đến đường thẳng thì chỉ có phương án A. thỏa.

Câu 36. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 2 = 0$ là

- A. $4x - 3y + 18 = 0$. B. $4x - 3y + 18 = 0$.
C. $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$. D. $4x - 3y - 18 = 0; 4x - 3y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$ có tâm $I(1; 4)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) .

Vì $d // \Delta$ nên đường thẳng $d: 4x - 3y + m = 0 (m \neq 2)$.

$$\begin{aligned} d \text{ là tiếp tuyến của } (C) &\Leftrightarrow d(I; (d)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot 4 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2 \\ &\Leftrightarrow |m - 8| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 18 \\ m = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \end{aligned}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến cần tìm: $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$.

Câu 37. Số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có tâm $I(1; -2)$ bán kính $R = 2$.

Đường tròn $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ có tâm $I'(-3; 4)$ bán kính $R' = \sqrt{5}$.

$$II' = 2\sqrt{13}.$$

Vậy $II' > R + R'$ nên 2 đường tròn không có điểm chung suy ra 2 đường tròn có 4 tiếp tuyến chung.

Câu 38. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$.

- A. $4x+3y+29=0$. B. $4x+3y+29=0$ hoặc $4x+3y-21=0$.
C. $4x-3y+5=0$ hoặc $4x-3y-45=0$ D. $4x+3y+5=0$ hoặc $4x+3y+3=0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$ có tâm $I(2; -4)$, bán kính $R=5$.

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$ có phương trình dạng: $4x+3y+c=0$

Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi:

$$d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 2 + 3 \cdot (-4) + c|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 5 \Leftrightarrow |c-4| = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} c-4=25 \\ c-4=-25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=29 \\ c=-21 \end{cases}.$$

Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là: $4x+3y+29=0$ và $4x+3y-21=0$.

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$. Từ điểm $A(1;1)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đường tròn (C)

- A. 1. B. 2. C. vô số. D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$(C) \text{ có tâm } I(1; -1) \text{ bán kính } R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 - (-3)} = \sqrt{5}$$

Vì $IA = 2 < R$ nên A nằm bên trong (C) . Vì vậy không kẻ được tiếp tuyến nào tới đường tròn (C) .

Câu 40. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) , biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 4x-3y+2=0$ là

- A. $4x-3y+18=0$ và $-4x-3y-2=0$. B. $4x-3y+18=0$ và $4x-3y-2=0$.
C. $-4x-3y+18=0$ và $4x-3y-2=0$. D. $-4x+3y-18=0$ và $-4x-3y-2=0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$ có tâm $I(1; 4)$ và bán kính $R=2$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) .

Vì $d // \Delta$ nên đường thẳng $d: 4x-3y+m=0 (m \neq 2)$.

$$d \text{ là tiếp tuyến của } (C) \Leftrightarrow d(I; (d)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot 4 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2$$

$$\Leftrightarrow |m-8| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m=18 \\ m=-2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến cần tìm: $4x-3y+18=0; 4x-3y-2=0$.

Câu 41. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $P(-3; -2)$ và đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 36$. Từ điểm P kẻ các tiếp tuyến PM và PN tới đường tròn (C) , với M, N là các tiếp điểm. Phương trình đường thẳng MN là

A. $x + y + 1 = 0$.

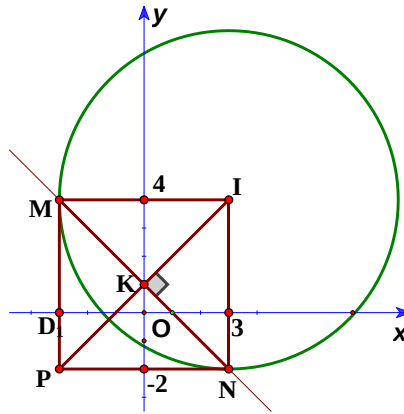
B. $x - y - 1 = 0$.

C. $x - y + 1 = 0$.

D. $x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là tâm của đường tròn, ta có tọa độ tâm $I(3; 4)$.

Theo đề ra ta có tứ giác IMP_N là hình vuông, nên đường thẳng MN nhận $\overline{IP} = (-6; -6)$ làm VTPT, đồng thời đường thẳng MN đi qua trung điểm $K(0; 1)$ của IP . Vậy phương trình đường thẳng MN : $1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 1) = 0$ hay $x + y - 1 = 0$.

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(-3; 1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$. Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) . Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2 .

A. 5.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$+(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4 \text{ suy ra } (C) \text{ có tâm } I(1; 3) \text{ và } R = 2$$

$$+ \text{Phương trình đường thẳng } d \text{ đi qua } M(-3; 1) \text{ có phương trình: } A(x + 3) + B(y - 1) = 0.$$

$$d \text{ là tiếp tuyến với đường tròn khi và chỉ khi } d(I; d) = R.$$

$$\Rightarrow \text{ta có phương trình: } \frac{|A + 3B + 3A - B|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 2 \Leftrightarrow 3A^2 + 4AB = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ 3A = -4B \end{cases}$$

$$+ \text{Với } A = 0, \text{ chọn } B = 1, \text{ phương trình tiếp tuyến thứ nhất là } (d_1): y = 1.$$

$$\text{Thế } y = 1 \text{ vào } (C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0, \text{ ta được tiếp điểm là } T_1(1; 1).$$

$$+ \text{Với } 3A = -4B, \text{ chọn } A = -4; B = 3, \text{ phương trình tiếp tuyến thứ hai là } (d_2): -4x + 3y - 15 = 0$$

$$\text{Tiếp điểm } T_2\left(x; \frac{4x}{3} + 5\right) \in (C) \text{ nên } (x - 1)^2 + \left(\frac{4x}{3} + 5 - 3\right)^2 = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5} \Rightarrow T_2\left(-\frac{3}{5}; \frac{21}{5}\right).$$

$$+ \text{Phương trình đường thẳng } T_1T_2: 2(x - 1) + 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0.$$

$$+ \text{Khoảng cách từ } O \text{ đến đường thẳng } T_1T_2 \text{ là: } d(0; T_1T_2) = \frac{|-3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.$$

Câu 43. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ và $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-1;-2)$ và bán kính $R_1 = 3$.

B. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;2)$ và bán kính $R_2 = 2$.

C. Hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ không có điểm chung.

D. Hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ tiếp xúc với nhau.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-1;-2)$ và bán kính $R_1 = 3$. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;2)$ và bán kính $R_2 = 2$.

Khi đó: $5 = R_1 + R_2 = I_1I_2 = \sqrt{(2+1)^2 + (2+2)^2} = 5 \Rightarrow (C_1)$ và (C_2) tiếp xúc nhau.

Câu 44. Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$.

A. $(2;2)$ và $(-2;-2)$. B. $(0;2)$ và $(0;-2)$. C. $(2;0)$ và $(-2;0)$. D. $(2;0)$ và $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Giao điểm 2 đường tròn là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ 4x + 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x = 2 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2 - y)^2 + y^2 = 4 \\ x = 2 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 - 4y = 0 \\ x = 2 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy giao điểm 2 đường tròn là: $(2;0)$ và $(0;2)$.

Câu 45. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho hai đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 4$ và

$(C'): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B . Lập phương trình đường thẳng AB

A. $x + y - 2 = 0$.

B. $x - y + 2 = 0$

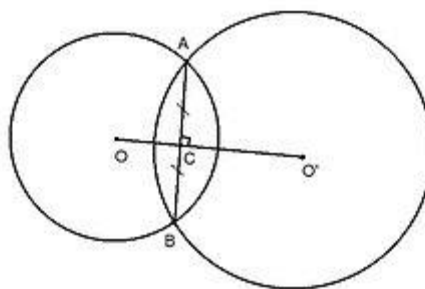
C. $x + y + 2 = 0$.

D. $x - y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Xét hệ



$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ x^2 + (2-x)^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ 2x^2 - 6x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{7}}{2}, y = \frac{1-\sqrt{7}}{2} \\ x = \frac{3-\sqrt{7}}{2}, y = \frac{1+\sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

Suy ra $A\left(\frac{3+\sqrt{7}}{2}, \frac{1-\sqrt{7}}{2}\right), B\left(\frac{3-\sqrt{7}}{2}, \frac{1+\sqrt{7}}{2}\right)$.

(C) có tâm $O(1;0)$, (C') có tâm $O'(4;3) \Rightarrow \overrightarrow{OO'} = (3;3)$

Nên đường thẳng AB qua A và nhận $\vec{n}(1;1)$ là vectơ pháp tuyến.

Phương trình: $1\left(x - \frac{3+\sqrt{7}}{2}\right) + 1\left(y - \frac{1-\sqrt{7}}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$. Chọn A.

Cách 2: Giả sử hai đường tròn (C): $(x-1)^2 + y^2 = 4$ và (C'): $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B khi đó tọa độ của A và thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) ta được: $6x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$ là phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A và B

Câu 46. Cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 19 = 0$ và đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B, khi đó độ dài đoạn thẳng AB là

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Từ $\Delta: 3x - 4y - 19 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{19}{4}$ (1).

Thế (1) vào (C) ta được

$$(x-1)^2 + \left(\frac{3}{4}x - \frac{23}{4}\right)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow \frac{25}{16}x^2 - \frac{85}{8}x + \frac{145}{16} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{29}{5} \end{cases}$$

+) $x_A = 1 \Rightarrow y_A = -4 \Rightarrow A(1; -4)$.

+) $x_B = \frac{29}{5} \Rightarrow y_B = -\frac{2}{5} \Rightarrow B\left(\frac{29}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

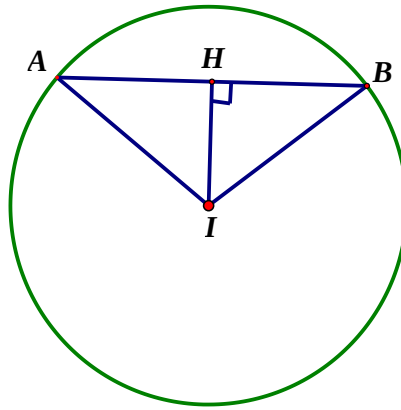
Độ dài đoạn thẳng $AB = \sqrt{\left(\frac{29}{5} - 1\right)^2 + \left(-\frac{2}{5} + 4\right)^2} = 6$.

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ bán kính $R = 5$. Biết rằng đường thẳng $(d): 3x - 4y + 8 = 0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 8$. B. $AB = 4$. C. $AB = 3$. D. $AB = 6$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB . Ta có $IH \perp AB$ và

$$IH = d(I; AB) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) + 8|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3.$$

Xét tam giác vuông AHI ta có: $HA^2 = IA^2 - IH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow HA = 4 \Rightarrow AB = 2HA = 8$

Câu 48. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$ và đường thẳng $d: 3x + 4y + 7 = 0$. Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C) . Tính độ dài dây cung AB .

- A. $AB = \sqrt{3}$. B. $AB = 2\sqrt{5}$. C. $AB = 2\sqrt{3}$. D. $AB = 4$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-2)$ bán kính $R = 2$.

$$d(I, d) = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot (-2) + 7|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 < R = 2 \text{ nên } d \text{ cắt } (C) \text{ tại hai điểm phân biệt.}$$

Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C) .

$$AB = 2\sqrt{R^2 - d^2(I, d)} = 2\sqrt{3}.$$

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(3;1)$, đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC = 2\sqrt{2}$.

- A. $d: x + 2y - 5 = 0$. B. $d: x - 2y - 5 = 0$. C. $d: x + 2y + 5 = 0$. D. $d: x - 2y + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 - 3} = \sqrt{2}$.

Theo giả thiết đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC = 2\sqrt{2}$.

Vì $BC = 2\sqrt{2} = 2R$ nên BC là đường kính của đường tròn (C) suy ra đường thẳng d đi qua tâm $I(1;2)$

Ta chọn: $\vec{u}_d = \vec{IA} = (2; -1) \Rightarrow \vec{n}_d = (1; 2)$.

Vậy đường thẳng d đi qua $A(3;1)$ và có VTPT $\vec{n}_d = (1; 2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng d là: $1(x-3) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$.

Câu 50. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ và tạo với đường thẳng nối tâm của hai đường tròn một góc bằng 45° .

A. $d': x - 7y = 0$ hoặc $d': 7x + y = 0$. B. $d': x + 7y = 0$ hoặc $d': 7x + y = 0$.

C. $d': x + 7y = 0$ hoặc $d': 7x - y = 0$. D. $d': x - 7y = 0$ hoặc $d': 7x - y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ tâm I_1 của đường tròn (C_1) là: $I_1(-1; -2)$.

Tọa độ tâm I_2 của đường tròn (C_2) là: $I_2(2; 2)$.

Ta có: $\vec{I_1I_2}(3; 4)$. Gọi d, d' lần lượt là đường thẳng nối tâm của hai đường tròn đã cho và đường thẳng cần lập. Chọn một vector pháp tuyến của đường thẳng d là: $\vec{n}_d(4; -3)$. Gọi $\vec{n}_{d'}(a; b)$, $a^2 + b^2 \neq 0$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng d' .

Theo đề $\cos(d, d') = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_d, \vec{n}_{d'}) \right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|4a - 3b|}{\sqrt{3^2 + 4^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\Leftrightarrow 7a^2 - 48ab - 7b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7b \neq 0 \\ a = -\frac{1}{7}b \neq 0 \end{cases}$$

Với $a = -\frac{1}{7}b \neq 0$, chọn $b = -7 \Rightarrow a = 1$. Phương trình đường thẳng $d': x - 7y = 0$.

Với $a = 7b \neq 0$, chọn $b = 1 \Rightarrow a = 7$. Phương trình đường thẳng $d': 7x + y = 0$.

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $I(1;2)$ và đường thẳng $(d): 2x + y - 5 = 0$. Biết rằng có hai điểm M_1, M_2 thuộc (d) sao cho $IM_1 = IM_2 = \sqrt{10}$. Tổng các hoành độ của M_1 và M_2 là

A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{14}{5}$.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} IM_1 = IM_2 = \sqrt{10} \\ I(1;2) \end{cases} \Rightarrow M_1, M_2 \in (C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10.$$

Mặt khác, M_1, M_2 thuộc $(d): 2x + y - 5 = 0$ nên ta có tọa độ M_1, M_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10 & (1) \\ 2x + y - 5 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow y = -2x + 5, \text{ thay vào (1) ta có } 5x^2 - 14x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{14}{5} \end{cases}$$

Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của M_1 và $M_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 + \frac{14}{5} = \frac{14}{5}$.

Câu 52. Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$. I là tâm (C) , đường thẳng d đi qua $M(1; -3)$ cắt (C) tại A, B . Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là: $x + by + c = 0$. Tính $b + c$

A. 8.

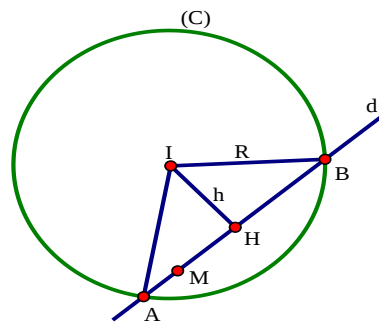
B. 2.

C. 6.

D. 1.

Lời giải

Chọn B



(C) có tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Đặt $h = d(I, AB)$. Ta có: $S_{IAB} = \frac{1}{2} h \cdot AB = 8 \Rightarrow h \cdot AB = 16$.

Mặt khác: $R^2 = h^2 + \frac{AB^2}{4} = 20$

Suy ra: $\begin{cases} h = 4 \\ AB = 4 \end{cases}; \begin{cases} h = 2 \\ AB = 8 \end{cases}$

Vì d đi qua $M(1; -3)$ nên $1 - 3b + c = 0 \Rightarrow 3b - c = 1 \Rightarrow c = 3b - 1$

Với $h = 4 = \frac{|2 - b + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|1 + 2b|}{\sqrt{1 + b^2}} \Rightarrow b \in \Phi$

Với $h = 2 = \frac{|2 - b + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|1 + 2b|}{\sqrt{1 + b^2}} \Rightarrow b = \frac{3}{4} \Rightarrow c = \frac{5}{4} \Rightarrow b + c = 2$.

Câu 53. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(5; 5)$, trực tâm $H(-1; 13)$, đường tròn ngoại tiếp tam giác có phương trình $x^2 + y^2 = 50$. Biết tọa độ đỉnh $C(a; b)$, với $a < 0$. Tổng $a + b$ bằng

A. -8.

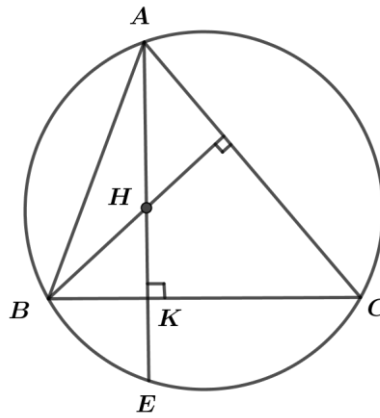
B. 8.

C. 6.

D. -6.

Lời giải

Chọn D



Gọi K là chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC , gọi E là điểm đối xứng với H qua K suy ra E thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (Tính chất này đã học ở cấp 2).

Ta có $\overrightarrow{AH} = (-6; 8)$, chọn $\overrightarrow{u_{AH}} = (3; -4)$.

Phương trình đường thẳng AH qua A ở dạng tham số $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$

$K \in AH$ suy ra tọa độ điểm K có dạng $K(5 + 3t; 5 - 4t)$

H và E đối xứng nhau qua K suy ra tọa độ E theo t là $E(11 + 6t; -3 - 8t)$

$$\begin{aligned} E \in (C) &\Rightarrow (11 + 6t)^2 + (-3 - 8t)^2 = 50 \\ &\Leftrightarrow 5t^2 + 9t + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{4}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

□ Với $t = -1$, $E(5; 5)$ (loại vì $E \equiv A$)

□ Với $t = -\frac{4}{5}$, $E\left(\frac{31}{5}; \frac{17}{5}\right)$, $K\left(\frac{13}{5}; \frac{41}{5}\right)$

Phương trình đường thẳng BC có $\overrightarrow{u_{BC}} = \overrightarrow{n_{AH}} = (4; 3)$ và qua điểm K có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = \frac{13}{5} + 4t \\ y = \frac{41}{5} + 3t \end{cases} \Rightarrow C \in BC \Rightarrow C\left(\frac{13}{5} + 4t; \frac{41}{5} + 3t\right).$$

$$\begin{aligned} C \in (C) &\Rightarrow \left(\frac{13}{5} + 4t\right)^2 + \left(\frac{41}{5} + 3t\right)^2 = 50 \\ &\Leftrightarrow 25t^2 + 70t + 24 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{2}{5} \Rightarrow C(1; 7) \Rightarrow (KTM) \\ t = -\frac{12}{5} \Rightarrow C(-7; 1) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $C(a; b) = C(-7; 1) \Rightarrow a + b = -6$.

Câu 54. Trong mặt phẳng Oxy , cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm $I(2; 2)$, điểm D là chân đường phân giác ngoài của góc BAC . Đường thẳng AD cắt đường tròn ngoại tiếp ΔABC tại điểm thứ hai là M (khác A). Biết điểm $J(-2; 2)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔACD và phương trình đường thẳng CM là: $x + y - 2 = 0$. Tìm tổng hoành độ của các đỉnh A, B, C của tam giác ABC .

A. $\frac{9}{5}$.

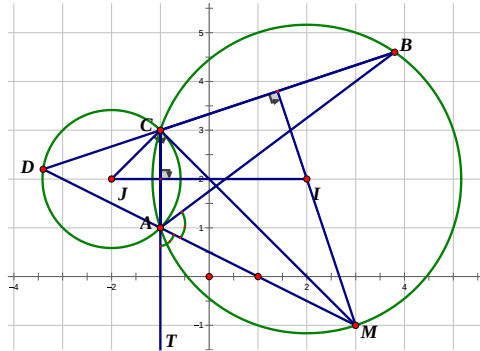
B. $\frac{12}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{6}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$\angle BCM = \angle BAM \text{ (cùng chắn cung } BM) \quad (1)$$

$$\angle BAM = \angle MAT = \angle DAC \text{ (do } AD \text{ là đường phân giác ngoài } A) \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra $\angle DAC = \angle BCM$, mà $\angle BCM = \angle CDA + \angle AMC$, $\angle DAC = \angle ACM + \angle AMC$ từ đó suy ra

$\angle CDA = \angle ACM$, do đó MC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD có tâm J nên $JC \perp MC$. Hay C là hình chiếu của J lên đường thẳng CM .

Đường thẳng qua J và vuông góc với CM có phương trình:

$$(x+2) - (y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 4 = 0$$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 3).$$

AC là đường thẳng qua C và vuông góc với $\overline{IJ}(-4; 0)$ nên có phương trình: $x + 1 = 0$.

Do đó tọa độ điểm A có dạng $A(-1; a)$. Ta có $IA^2 = IC^2 \Leftrightarrow 9 + (a-2)^2 = 9 + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 3 \end{cases}$.

Vì $A \neq C$ nên $A(-1; 1)$.

Tọa độ điểm M có dạng $M(m; 2-m)$. Ta có

$$IM^2 = IC^2 \Leftrightarrow (m-2)^2 + m^2 = 10 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}.$$

Vì $M \neq C$ nên $M(3; -1)$.

BC là đường thẳng qua C và vuông góc với $\overline{MI}(-1; 3)$ nên có phương trình:

$$-(x+1) + 3(y-3) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 10 = 0.$$

Tọa độ điểm B có dạng $B(3b-10; b)$. Ta có $IB^2 = IC^2 \Leftrightarrow (3b-12)^2 + (b-2)^2 = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ b = \frac{23}{5} \end{cases}$.

Vì $B \neq C$ nên $B\left(\frac{19}{5}; \frac{23}{5}\right)$.

Vậy tổng hoành độ của các đỉnh A, B, C là $-1-1+\frac{19}{5}=\frac{9}{5}$.

Câu 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $(D): x + 3y + 8 = 0$; $(D'): 3x - 4y + 10 = 0$ và điểm $A(-2; 1)$. Đường tròn có tâm $I(a; b)$ thuộc đường thẳng (D) , đi qua A và tiếp xúc với đường thẳng (D') . Tính $a + b$.

A. - 4.

B. 4.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

.

Vì $I \in (D)$ nên $a + 3b + 8 = 0 \Rightarrow a = -8 - 3b$.

Vì đường tròn đi qua A và tiếp xúc với đường thẳng (D') nên:

$$d(I; D') = IA \Rightarrow \frac{|3a - 4b + 10|}{5} = \sqrt{(-2 - a)^2 + (1 - b)^2} \quad (1).$$

Thay $a = -8 - 3b$ vào (1) ta có:

$$\frac{|3(-8 - 3b) - 4b + 10|}{5} = \sqrt{(-2 + 8 + 3b)^2 + (1 - b)^2}$$

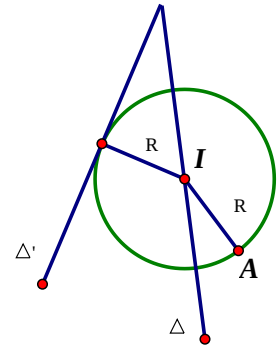
$$\Rightarrow |-14 - 13b| = 5\sqrt{10b^2 + 34b + 37}$$

$$\Rightarrow (-14 - 13b)^2 = 25(10b^2 + 34b + 37)$$

$$\Rightarrow 81b^2 + 486b + 729 = 0 \Rightarrow b = -3.$$

Với $b = -3 \Rightarrow a = 1$.

$$a + b = -2.$$



Câu 56. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$ và điểm $I(1; -2)$. Gọi (C) là đường tròn có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A và B sao cho tam giác IAB có diện tích bằng

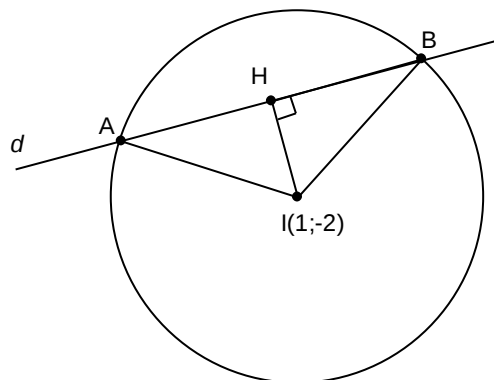
4. Phương trình đường tròn (C) là

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 20$.

C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$. D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$IH = d(I; d) = 2.$$

$$S_{\triangle IAB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{2S_{\triangle IAB}}{IH} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \Rightarrow AH = 2.$$

$$\Rightarrow R = IA = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow (C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 8.$$

Dạng 5. Câu hỏi min-max

Câu 57. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất là

A. 6.

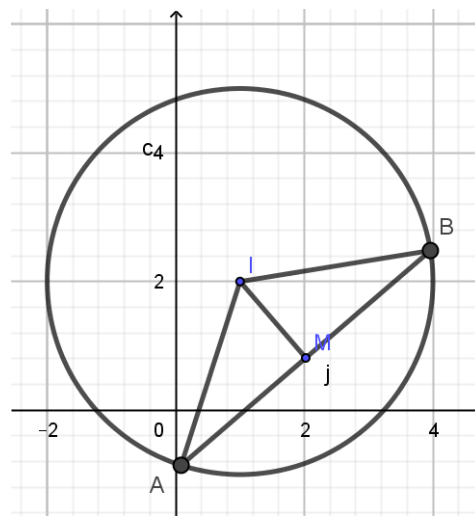
B. $\sqrt{7}$.

C. $3\sqrt{7}$.

D. $2\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow (C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ nên có tâm $I(1;2)$, $R=3$

Vì $IM = \sqrt{2} < 3 = R$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M cắt đường tròn (C) tại các điểm A , B . Gọi J là trung điểm của AB . Ta có:

$$\text{Ta có: } AB = 2AJ = 2\sqrt{R^2 - IJ^2} \geq 2\sqrt{R^2 - IM^2} = 2\sqrt{9-2} = 2\sqrt{7}.$$

Câu 58. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0;-3)$, $B(4;1)$ và điểm M thay đổi thuộc đường tròn $(C): x^2 + (y-1)^2 = 4$. Gọi $P_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$. Khi đó ta có $P_{\min}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(7;7;8,1)$..

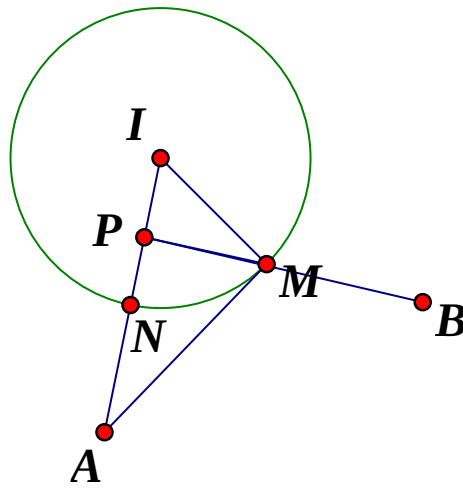
B. $(7,3;7,7)$..

C. $(8,3;8,5)$..

D. $(8,1;8,3)$.

Lời giải:

Chọn. D.



Đường tròn $(C): x^2 + (y-1)^2 = 4$ có tâm $I(0;1)$ bán kính $R = 2$.

$IA = IB = 4 > R$ nên A, B nằm ngoài đường tròn.

Gọi N là giao điểm của IA và đường tròn (C)

Trên đoạn IN lấy điểm P sao cho $IP = \frac{1}{2} IN \Rightarrow \overrightarrow{IP} = \frac{1}{4} \overrightarrow{IA} \Rightarrow P$ trùng với gốc tọa độ.

Ta có $\triangle IAM \sim \triangle IMP \Rightarrow \frac{MA}{MP} = \frac{IM}{IP} = \frac{IN}{IP} = 2 \Rightarrow MA = 2MP$.

Do đó $P = MA + 2MB = 2MP + 2MB \geq 2PB \Rightarrow P_{\min} = 2PB = 2\sqrt{17} \Rightarrow P_{\min} \in (8, 1; 8, 3)$.

Chọn. **D**.

Câu 59. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên đường tròn (C) sao cho $T = x_0 + y_0$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $M(2;3)$.

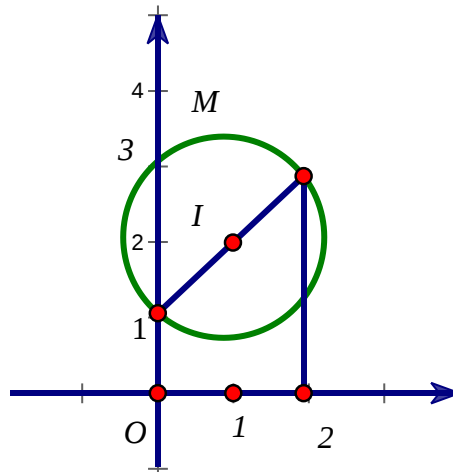
B. $M(0;1)$.

C. $M(2;1)$.

D. $M(0;3)$.

Lời giải

Chọn A



$(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$, (C) có tâm $I(1;2)$, $R = \sqrt{2}$.

Suy ra $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 - 2 = 0$.

Có $T = x_0 + y_0 = (x_0 - 1) + (y_0 - 2) + 3$.

Áp dụng bất đẳng thức **B. C. S** cho 2 bộ số $(1;1), ((x_0 - 1); (y_0 - 2))$.

$|(x_0 - 1) + (y_0 - 2)| \leq \sqrt{2[(x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2]} = 2$, do $(x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 = 2$.

$$\Rightarrow -2 \leq (x_0 - 1) + (y_0 - 2) \leq 2 \Rightarrow 1 \leq (x_0 - 1) + (y_0 - 2) + 3 \leq 5 \Rightarrow 1 \leq T \leq 5.$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra khi } \begin{cases} (x_0 - 1) = (y_0 - 2) \\ (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 = 2 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow (x_0 - 1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 1 \\ x_0 - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2, y_0 = 3, T = 5 \\ x_0 = 0, y_0 = 1, T = 1 \end{cases}.$$

Vậy $\max T = 5$ khi $x_0 = 2, y_0 = 3$.

Câu 60. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm M nằm trên đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0$. Tính độ dài nhỏ nhất của OM ?

A. 3.

B. 1.

C. 5.

D. 2.

Lời giải 1

Chọn D

Đường tròn (C) có tâm $I(-4; 3)$, bán kính $R = 3$.

Ta có $\overrightarrow{OI} = (-4; 3)$ suy ra phương trình đường thẳng OI là $\begin{cases} x = -4t \\ y = 3t \end{cases}$.

$OI \cap (C) = \{M\}$ Tọa độ $(x; y)$ của M là nghiệm hệ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0 \\ x = -4t \\ y = 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25t^2 - 50t + 16 = 0 \\ x = -4t \\ y = 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{8}{5} \\ x = -\frac{32}{5} \\ y = \frac{24}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} t = \frac{2}{5} \\ x = -\frac{8}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases}$$

Suy ra $M_1\left(-\frac{32}{5}; \frac{24}{5}\right), M_2\left(-\frac{8}{5}; \frac{6}{5}\right)$

$$\text{Ta có } OM_1 = \sqrt{\left(-\frac{32}{5}\right)^2 + \left(\frac{24}{5}\right)^2} = 8, OM_2 = \sqrt{\left(-\frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} = 2 \Rightarrow OM_{\min} = OM_2 = 2.$$

Cách 2

Đường tròn (C) có tâm $I(-4; 3)$, bán kính $R = \sqrt{4^2 + 3^2 - 16} = 3$.

Phương trình đường thẳng OI đi qua $O(0; 0)$ có vptp $\vec{n}(3; 4)$ là:

$$3x + 4y = 0.$$

Tọa độ $M = OI \cap (C)$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{32}{5} \\ y = \frac{24}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{8}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } OM_1 = \sqrt{\left(\frac{32}{5}\right)^2 + \left(\frac{24}{5}\right)^2} = 8; OM_2 = \sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} = 2. \text{ Vậy } OM_{\min} = 2.$$

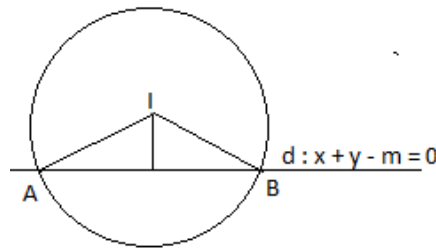
Câu 61. Gọi I là tâm của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Số các giá trị nguyên của m để đường thẳng $x + y - m = 0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải**Chọn C**

Gọi: $d: x+y-m=0$; tâm của (C) là $I(1;1)$, để $d \cap (C)$ tại 2 phân biệt khi đó:

$$0 \leq d(I; d) < 2 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} < 2 \Leftrightarrow 2-2\sqrt{2} < m < 2+2\sqrt{2} (*)$$

$$\text{Xét } \Delta IAB \text{ có: } S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} \cdot IA \cdot IB \cdot \sin \angle IAB = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin \angle IAB \leq \frac{1}{2} \cdot R^2$$

Dấu “=” xảy ra khi:

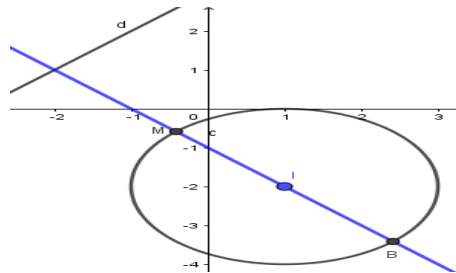
$$\sin \angle IAB = 1 \Leftrightarrow \angle IAB = 90^\circ \Rightarrow AB = 2\sqrt{2} \Rightarrow d(I; d) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 & (TM) \\ m=4 & (TM) \end{cases}$$

Câu 62. Điểm nằm trên đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có khoảng cách ngắn nhất đến đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$ có tọa độ $M(a; b)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\sqrt{2}a = -b$.B. $a = -b$.C. $\sqrt{2}a = b$.D. $a = b$.**Lời giải****Chọn C**

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$.

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với d . Khi đó, điểm M cần tìm là một trong hai giao điểm của Δ và (C) .



Ta có phương trình $\Delta: x+y+1=0$.

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} x+y+1=0 \\ x^2+y^2-2x+4y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ (x-1)^2+(y+2)^2=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ 2(x-1)^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ x=1 \pm \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+\sqrt{2} \\ y=-2-\sqrt{2} \\ x=1-\sqrt{2} \\ y=-2+\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } B(1+\sqrt{2}; -2-\sqrt{2}) \Rightarrow d(B, d) = 2+3\sqrt{2}$$

$$\text{Với } C(1-\sqrt{2}; -2+\sqrt{2}) \Rightarrow d(C, d) = -2+3\sqrt{2} < d(B, d)$$

$$\text{Suy ra } M(1-\sqrt{2}; -2+\sqrt{2}) \Rightarrow a=1-\sqrt{2}; b=-2+\sqrt{2} = \sqrt{2}(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}a.$$

Câu 63. Cho tam giác ABC có trung điểm của BC là $M(3;2)$, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác lần lượt là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right), I(1;-2)$. Tìm tọa độ đỉnh C , biết C có hoành độ lớn hơn 2.

- A. $C(9;1)$. B. $C(5;1)$. C. $C(4;2)$. D. $C(3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GM}$ nên A là ảnh của điểm M qua phép vị tự tâm G , tỉ số -2 , suy ra $A(-4;-2)$.

Đường tròn ngoại tiếp ABC có tâm I , bán kính $R = IA = 5$ có phương trình $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$.

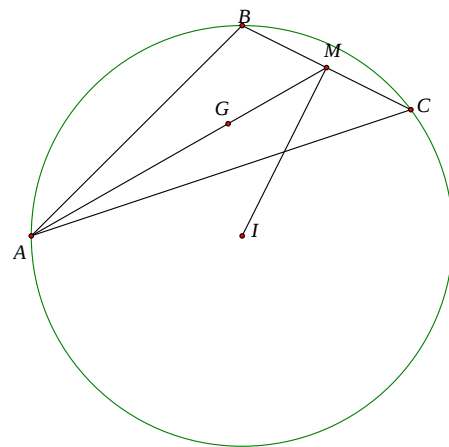
Ta có $\overrightarrow{IM} = (2;4)$.

Đường thẳng BC đi qua M và nhận vector $\overrightarrow{IM}$ làm vector pháp tuyến, phương trình BC là:
 $1(x-3) + 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 7 = 0$.

Điểm C là giao điểm của đường thẳng BC và đường tròn $(I;R)$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-2)^2 = 25 \\ x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, y = 3 \\ x = 5, y = 1 \end{cases}$$

Đổi chiều điều kiện đề bài ta có tọa độ điểm $C(5;1)$.

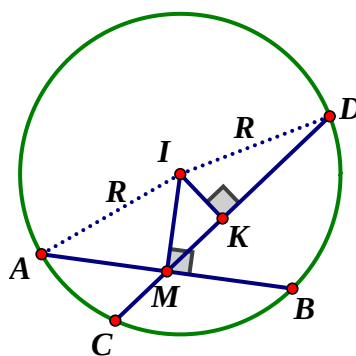


Câu 64. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 25 = 0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua M có độ dài ngắn nhất là:

- A. $2\sqrt{7}$. B. $16\sqrt{2}$. C. $8\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D



+) (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R = \sqrt{30}$

+) AB là dây cung của (C) đi qua M

+) Ta có $AB_{\min} \Leftrightarrow AB \perp IM$.

Thật vậy, giả sử CD là dây cung qua M và không vuông góc với IM .

Gọi K là hình chiếu của I lên CD ta có:

$$AB = 2AM = 2\sqrt{IA^2 - IM^2} = 2\sqrt{R^2 - IM^2}$$

$$CD = 2KD = 2\sqrt{ID^2 - KD^2} = 2\sqrt{R^2 - IK^2}$$

Do tam giác IMK vuông tại K nên $IM > IK$.

Vậy $CD > AB$.

$$+) \text{ Ta có: } IM = \sqrt{(2-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{2}$$

$$MA = \sqrt{R^2 - IM^2} = \sqrt{30 - 2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow AB = 2MA = 4\sqrt{7}.$$

Câu 65. Cho các số thực a, b, c, d thay đổi, luôn thỏa mãn $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 1$ và $4c - 3d - 23 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a-c)^2 + (b-d)^2$ là:

A. $P_{\min} = 28$.

B. $P_{\min} = 3$.

C. $P_{\min} = 4$.

D. $P_{\min} = 16$.

Lời giải

Chọn D

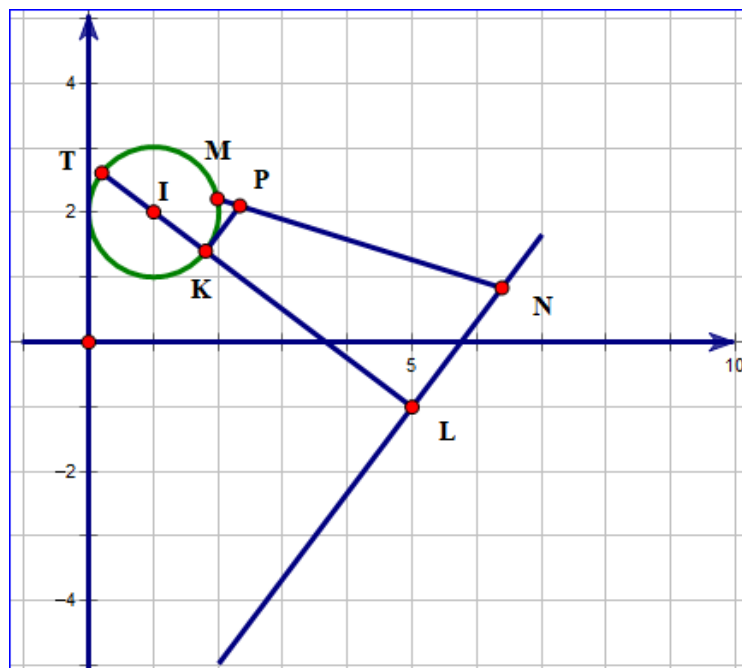
Xét tập hợp điểm $M(a; b)$ thỏa mãn $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 1$ thì M thuộc đường tròn tâm

$$I(1; 2); R = 1$$

Xét điểm $N(c; d)$ thỏa mãn $4c - 3d - 23 = 0$ thì N thuộc đường thẳng có phương trình

$$4x - 3y - 23 = 0.$$

Ta thấy $d(I; d) = \frac{|4-6-23|}{5} = 5 > R = 1$. Do đó đường thẳng không cắt đường tròn.



Đường thẳng qua I vuông góc với d tại L và cắt đường tròn ở T, K (K ở giữa T và L)

Vẽ tiếp tuyến tại K cắt MN tại P .

$$\text{Có } KL \leq PN \leq MN, \text{ mà } KL = d(I, d) - R$$

Do đó MN ngắn nhất khi $MN = KL$

Từ đây ta suy ra $P = (a-c)^2 + (b-d)^2 = MN^2$ bé nhất khi và chỉ khi

$$MN = d(I; d) - R = 5 - 1 = 4. \text{ Vậy giá trị nhỏ nhất } P_{\min} = 16$$

Câu 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và các đường thẳng $d_1: mx + y - m - 1 = 0$, $d_2: x - my + m - 1 = 0$. Tìm các giá trị của tham số m để mỗi đường thẳng d_1, d_2 cắt

(C) tại 2 điểm phân biệt sao cho 4 điểm đó lập thành 1 tứ giác có diện tích lớn nhất. Khi đó tổng của tất cả các giá trị tham số m là:

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có (C) $\begin{cases} I(1;2) \\ R=2 \end{cases}$

Ta dễ thấy đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $M(1;1)$ cố định nằm trong đường tròn (C) và $d_1 \perp d_2$. Gọi A, B là giao điểm của d_1 và (C), C, D là giao điểm của d_2 và (C). H, K lần lượt là hình chiếu của I trên d_1 và d_2

Khi đó

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{1}{2} AB \cdot CD = 2AH \cdot CK = 2\sqrt{R^2 - [d(I, d_1)]^2} \cdot \sqrt{R^2 - [d(I, d_2)]^2} \\ &= 2\sqrt{4 - \frac{1}{m^2 + 1}} \sqrt{4 - \frac{m^2}{m^2 + 1}} = 2\sqrt{\frac{(4m^2 + 3)(3m^2 + 4)}{m^2 + 1}} \leq \frac{4m^2 + 3 + 3m^2 + 4}{m^2 + 1} = 7 \end{aligned}$$

Do đó $\max S_{ABCD} = 7$ khi $m = \pm 1$. Khi đó tổng các giá trị của m bằng 0.