

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\bar{x}$ và được tính bằng công thức: $\bar{x} = \frac{m_1x_1 + \dots + m_kx_k}{n}$

Trong đó : $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$

Chú ý:

- Đối với số liệu rời rạc, người ta thường sử dụng cho các nhóm dưới dạng $k_1 - k_2$, trong đó $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$
- Nhóm $k_1 - k_2$ được hiểu là nhóm gồm các giá trị $k_1, k_1 + 1, \dots, k_2$. Khi đó, ta cần hiệu chỉnh mẫu dữ liệu ghép nhóm để đưa về dạng Bảng 3.2 trước khi thực hiện tính toán các số đặc trưng bằng cách hiệu chỉnh nhóm $k_1 - k_2$ với $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ thành nhóm $[k_1 - 0,5; k_2 + 0,5)$.

Ý nghĩa: Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng đại diện cho mẫu số liệu.

2 Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2: Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Ý nghĩa: Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho trung vị của mẫu số liệu gốc, nó chia mẫu số liệu thành hai phần, mỗi phần chứa 50% giá trị.

3 Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 , giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 , giả sử đó là nhóm thứ $p: [a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

Nhận xét: Ta cũng có thể xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ r nhờ tính chất: có khoảng $\left(\frac{r \cdot n}{4}\right)$ giá trị nhỏ hơn tứ phân vị này.

Ý nghĩa: Các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

4 Một của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa một), giả sử là nhóm $j: [a_j; a_{j+1})$.

Bước 2: Một được xác định là $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$, trong đó m_j là tần số nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

Lưu ý: Người ta chỉ định nghĩa một của mẫu ghép nhóm có độ dài các nhóm bằng nhau. Một mẫu có thể không có một hoặc có nhiều hơn một một.

Ý nghĩa: Một của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho một của mẫu số liệu gốc, nó được dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

Dạng 1: Số trung bình cộng và một của mẫu số liệu ghép nhóm

- Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\bar{x}$ và được tính bằng công thức:

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_k x_k}{n}$$

- Trong đó : $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$.

Để tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1:** Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa một), giả sử là nhóm $j: [a_j; a_{j+1})$.
- Bước 2:** Một được xác định là $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$, trong đó m_j là tần số nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Thống kê cân nặng của 30 học sinh trong một lớp học thu được kết quả như sau:

Cân nặng (kg)									
54	42	53	63	58	54	63	70	59	49
73	49	66	60	55	48	65	63	56	51
61	57	69	67	63	52	60	56	49	44

- Hãy tính cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên.
- Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép lần lượt là $[40; 50)$; $[50; 60)$; $[60; 70)$; $[70; 80)$.
- Hãy ước lượng cân nặng trung bình của học sinh trong lớp từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

- Cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên:

$$\bar{x} = (54 + 42 + 53 + 63 + 58 + 54 + 63 + 70 + 59 + 49 + 73 + 49 + 66 + 60 + 55 + 48 + 65 + 63 + 56 + 51 + 61 + 57 + 69 + 67 + 63 + 52 + 60 + 56 + 49 + 44) : 30 = 57,63$$

- Bảng tần số ghép nhóm:

Cân nặng (kg)	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$
Số học sinh	6	12	10	2

- Ta có bảng thống kê cân nặng học sinh theo giá trị đại diện:

Cân nặng (kg)	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$
Cân nặng đại diện	45	55	65	75
Số học sinh	6	12	10	2

$$\text{Cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên: } (45.6 + 55.12 + 65.10 + 75.2) : 30 = 57,67$$

Bài tập 2: Kết quả điều tra thời gian chờ khám (đơn vị: phút) của bệnh nhân tại phòng khám của một bệnh viện ở Thành phố Hồ Chí Minh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Tần số	4	5	8	3

Hãy ước lượng thời gian trung bình chờ khám bệnh và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Ta có bảng thống kê thời gian chờ khám bệnh theo giá trị đại diện:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Thời gian đại diện	22,5	27,5	32,5	37,5
Tần số	4	5	8	3

Thời gian trung bình chờ khám bệnh $(22,5.4 + 27,5.5 + 32,5.8 + 37,5.3) : 20 = 30$.

Bài tập 3: Thống kê chiều cao của 60 học sinh lớp 11 ở một trường trung học phổ thông (đơn vị: cm) thu được kết quả như sau:

157	163	146	150	176	162	147	151	176	161	149	152	177
165	148	153	176	169	152	155	170	144	168	160	170	143
167	160	170	142	166	160	165	141	174	161	166	144	173
162	175	156	161	172	175	157	162	171	176	160	158	170
176	164	159	170	175	163	160	170					

a) Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép lần lượt là [135;145) [145;155); [155;165); [165;175); [175;185).

b) Hãy ước lượng chiều cao trung bình của học sinh trong lớp học đó từ bảng tần số ghép nhóm đã lập ở câu a.

Lời giải

a) Bảng tần số ghép nhóm chiều cao của 60 học sinh lớp 11:

Chiều cao (cm)	[135;145)	[145;155)	[155;165)	[165;175)	[175;185)
Tần số	5	9	19	17	10

b) Ta có bảng thống kê thời gian chờ khám bệnh theo giá trị đại diện:

Chiều cao (phút)	[135;145)	[145;155)	[155;165)	[165;175)	[175;185)
Chiều cao đại diện	140	150	160	170	180
Tần số	5	9	19	17	10

Chiều cao trung bình là $(140.5 + 150.9 + 160.19 + 170.17 + 180.10) : 60 = 163$ cm.

Bài tập 4: Cân lần lượt 40 quả cam (đơn vị gram) ta được kết quả sau (mẫu số liệu)

85	86	86	86	86	86	87	87	87	87	87	88	88	88	88	89
89	89	89	89	89	89	90	90	90	90	90	91	91	91	92	93
93	93	93	94	94	94	94	94	94							

a) Tính khối lượng trung bình của 40 quả cam

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Số quả	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình khối lượng của 40 quả cam từ bảng tần số ghép nhóm trên.

d) Dự đoán khối lượng quả cam xuất hiện nhiều nhất.

Lời giải

a) Khối lượng trung bình của 40 quả cam là:

$$\bar{x} = \frac{85 + 86.5 + 87.5 + 88.4 + 89.7 + 90.5 + 91.3 + 92 + 93.4 + 94.6}{40} = 91.9 (g)$$

b) Bảng tần số ghép nhóm:

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Số quả	6	9	11	4	10

c) Ước lượng trung bình khối lượng của 40 quả cam.

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Giá trị đại diện	86	88	90	92	94
Số quả	6	9	11	4	10

Khối lượng trung bình của 40 quả cam xấp xỉ bằng: $\frac{86.6 + 88.9 + 90.11 + 92.4 + 94.10}{40} = 90,15(g)$.

d) Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là [89;91)

Do đó: $u_m = 89; n_{m-1} = 9; n_{m+1} = 4; u_{m+1} - u_m = 91 - 89 = 2$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 89 + \frac{11-9}{(11-9)+(11-4)} \cdot 2 = \frac{805}{9} \approx 89,44(g)$

Vậy khả năng quả cam nặng 89,44(g) là cao nhất.

Bài tập 5: Điều tra về thu nhập của công nhân xí nghiệp X (đơn vị: nghìn đồng/ tháng), người ta ghi được bảng tần số ghép lớp sau đây:

Tiền lương	Số người
[800; 890]	15
[900; 990]	25
[1000; 1090]	28
[1100; 1190]	35
[1200; 1290]	40
[1300; 1390]	30
[1400; 1490]	27

Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Hiệu chỉnh lại bảng số liệu ta có:

Tiền lương	[795;895)	[895;995)	[995;1095)	[1095;1195)	[1195;1295)	[1295;1395)	[1395;1495)
Giá trị đại diện	845	945	1045	1145	1245	1345	1445
Số người	15	25	28	35	40	30	27

Thu nhập trung bình của công nhân xấp xỉ bằng:

$$\bar{x} = \frac{845.15 + 945.25 + 1045.28 + 1145.35 + 1245.40 + 1345.30 + 1445.27}{200} = 1174.$$

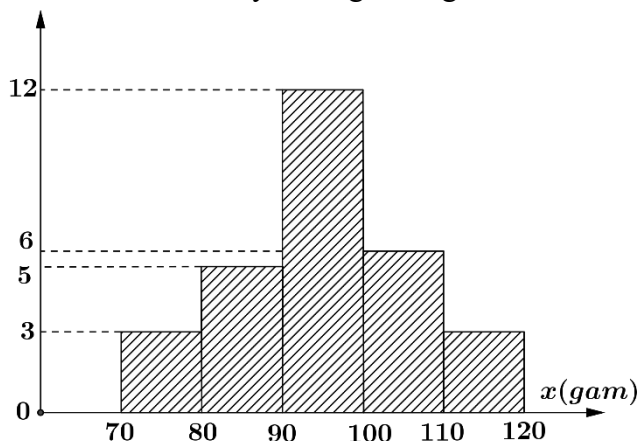
Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [1195;1295)

Do đó $u_m = 1195; n_{m-1} = 35, n_{m+1} = 30, u_{m+1} - u_m = 1295 - 1195 = 100$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_0 = 1195 + \frac{40 - 35}{(40 - 35) + (40 - 30)} \cdot 100 = \frac{3685}{3} \approx 1228,33.$$

Bài tập 6: Kết quả đo khối lượng của 30 củ khoai tây ở nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Khối lượng 30 củ khoai tây

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Khối lượng	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)
Giá trị đại diện	75	85	95	105	115
Số củ	3	5	12	6	3

Khối lượng trung bình mỗi củ khoai tây là $\frac{75.3 + 85.5 + 95.12 + 105.6 + 115.3}{30} = \frac{553}{6} \approx 92,17(g)$.

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [90;100)

Do đó $u_m = 90; n_{m-1} = 5, n_{m+1} = 6, u_{m+1} - u_m = 100 - 90 = 10$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 90 + \frac{12 - 5}{(12 - 5) + (12 - 6)} \cdot 10 = \frac{1240}{13} \approx 95,38(g)$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm thi môn Toán của hai lớp 11A và 11B được cho trong bảng sau, biết mỗi lớp có 50 học sinh

Điểm thi	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Lớp 11A	2	4	12	28	4
Lớp 11B	4	10	17	14	5

Lớp nào có điểm thi trung bình cao hơn

- A.** Điểm thi trung bình của lớp 11A cao hơn lớp 11B
B. Điểm thi trung bình của lớp 11B cao hơn lớp 11A
C. Điểm thi trung bình của lớp 11A bằng lớp 11B
D. Đáp án khác.

Lời giải

Ta có bảng thống kê điểm thi môn Toán theo giá trị đại diện

Điểm thi	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Điểm thi đại diện	1	3	5	7	9
Lớp 11A	2	4	12	28	4
Lớp 11B	4	10	17	14	5

Điểm thi trung bình của lớp 11A là $(1.2 + 3.4 + 5.12 + 7.28 + 9.4) : 50 = 6,12$ cm

Điểm thi trung bình của lớp 11B là $(1.4 + 3.10 + 5.17 + 7.14 + 9.5) : 50 = 5,24$ cm

Vậy điểm thi trung bình của lớp 11A cao hơn lớp 11B.

Câu 2: Nhiệt độ trung bình của 12 tháng tại thành phố Hà Nội từ năm 1961 đến hết năm 1990 (30 năm) được cho trong bảng sau

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	$[12; 14)$	$[14; 16)$	$[16; 18)$	$[18; 20)$	$[20; 22)$
Tần số	1	3	12	9	5

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A.** 15,7. **B.** 16,0. **C.** 17,5. **D.** 17,0.

Lời giải

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[16; 18)$.

Nên ta có $u_m = 16, n_{m-1} = 3, n_m = 12, n_{m+1} = 9, u_{m+1} - u_m = 18 - 16 = 2$.

Mốt của mẫu số liệu trên là $M_0 = 16 + \frac{12 - 3}{(12 - 3) + (12 - 9)} \cdot 2 = 17,5$.

Câu 3: Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong bảng sau

Điểm	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$	$[90; 100)$
Tần số	4	6	11	6	3	2

Độ dài của nhóm $[90; 100)$ là

- A.** 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Độ dài của nhóm $[90;100)$ là $100 - 90 = 10$.

Câu 4: Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 chiếc lá và thu được kết quả như sau (đơn vị: mm)

Chiều dài (mm)	$[5,45;5,85)$	$[5,85;6,25)$	$[6,25;6,65)$	$[6,65;7,05)$	$[7,05;7,45)$	$[7,45;7,85)$
Tần số	5	9	15	19	16	8

Giá trị đại diện và độ dài của nhóm $[6,25;6,65)$ là

- A.** 6,05 và 0,2. **B.** 6,45 và 0,2. **C.** 6,05 và 0,4. **D.** 6,45 và 0,4.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm là $\frac{6,25 + 6,45}{2} = 6,45$.

Độ dài của nhóm là $6,65 - 6,25 = 0,4$.

Câu 5: Thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của bạn A trong 35 ngày được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[19;21)$	$[21;23)$	$[23;25)$	$[25;27)$	$[27;29)$
Tần số	5	8	7	9	6

Dự đoán thời gian bạn A thường dành ra để đi từ nhà đến trường là

- A.** 24,2 phút. **B.** 25,4 phút. **C.** 25,8 phút. **D.** 24,8 phút.

Lời giải

Ta có bảng thống kê thời gian đi từ nhà đến trường của A theo giá trị đại diện

Thời gian (phút)	$[19;21)$	$[21;23)$	$[23;25)$	$[25;27)$	$[27;29)$
Thời gian đại diện	20	22	24	26	28
Tần số	5	8	7	9	6

Thời gian trung bình bạn A thường dành ra để đi từ nhà đến trường là

$$(20.5 + 22.8 + 24.7 + 26.9 + 28.6) : 35 = 24,2.$$

Câu 6: Cân nặng (đơn vị: kg) của 28 học sinh lớp 11 được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Cân nặng	$[45;49)$	$[49;53)$	$[53;57)$	$[57;61)$	$[61;65)$
Số học sinh	4	5	7	7	5

Cân nặng trung bình của 28 học sinh trên xấp xỉ bằng:

- A.** 55,57(kg). **B.** 54,57(kg). **C.** 53,57(kg). **D.** 56,57(kg).

Lời giải

Cân nặng trung bình của 28 học sinh trên: $\bar{x} = \frac{47.4 + 51.5 + 55.7 + 59.7 + 63.5}{28} \approx 55,57(kg)$.

Câu 7: Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	$[2;2,5)$	$[2,5;3)$	$[3;3,5)$	$[3,5;4)$	$[4;4,5)$	$[4,5;5)$
Tần số	4	9	14	11	7	5

Giá trị đại diện của nhóm $[2,5;3)$ là:

- A.** 2,5. **B.** 2,75. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm $[2,5;3)$ là: $\frac{2,5 + 3}{2} = 2,75$.

Câu 8: Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như sau:

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31	19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3	12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

Ghép nhóm số liệu trên thành các nhóm

$[0;5);[5;10);[10;15);[15;20);[20;25);[25;30);[30;35)$. Tần số của nhóm $[15;20)$ là:

- A. 8. B. 6. C. 10. D. 9.

Lời giải

Tần số của nhóm $[15;20)$ là: $n = 9$.

Câu 9: Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$
Số thí sinh	1	2	4	6	15	12	10	6	3	1

Mốt của mẫu số liệu trên bằng

- A. 45,5. B. 46,5. C. 45. D. 47,5.

Lời giải

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu là $[40;50)$

Do đó $u_m = 40; n_{m-1} = 6, n_{m+1} = 12, u_{m+1} - u_m = 50 - 40 = 10$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 40 + \frac{15-6}{(15-6)+(15-12)} \cdot 10 = 47,5$.

Câu 10: Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong 3 tháng ở bảng sau:

Số sách	$[16;20]$	$[21;25]$	$[26;30]$	$[31;35]$	$[36;40]$	$[41;45]$	$[46;50]$
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Trong 3 tháng trên số sách được mượn mỗi ngày cao nhất gần bằng giá trị nào sau đây?

- A. 32. B. 34. C. 33. D. 35

Lời giải

Do số sách là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số sách	$[15,5;20,5)$	$[20,5;25,5)$	$[25,5;30,5)$	$[30,5;35,5)$	$[35,5;40,5)$	$[40,5;45,5)$	$[45,5;50,5)$
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Ta có nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[30,5;35,5)$.

Do đó $u_m = 30,5, n_{m-1} = 15, n_m = 27, n_{m+1} = 22, u_{m+1} - u_m = 35,5 - 30,5 = 5$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 30,5 + \frac{27-15}{(27-15)+(27-22)} \cdot 5 = \frac{1157}{34} \approx 34$.

Câu 11: Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

- A. 8,2375(h). **B. 8,4375(h).** C. 8,754(h). D. 8,457(h) .

Lời giải

Thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này là:

$$\bar{x} = \frac{8 \times 2.5 + 16 \times 7.5 + 4 \times 12.5 + 2 \times 17.5 + 2 \times 22.5}{8 + 16 + 4 + 2 + 2} = 8,4375 \text{ (h)}$$

Câu 12: Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	N = 40

Số trung bình của mẫu số liệu là

- A. 28. B. 23. C. 32. **D. 25.**

Lời giải

$$\text{Số trung bình cộng của mẫu: } \bar{x} = \frac{12,5 \cdot 2 + 17,5 \cdot 5 + 22,5 \cdot 15 + 27,5 \cdot 8 + 32,5 \cdot 9 + 37,5 \cdot 1}{40} = 25.$$

Câu 13: Tìm cân nặng trung bình (đơn vị: kg) của học sinh lớp 11D cho trong bảng sau

Cân nặng	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

- A. 51,81.** B. 57,6. C. 58,7. D. 52,6.

Lời giải

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tổng số học sinh là $n = 42$. Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D là:

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 43 + 7 \cdot 48 + 16 \cdot 53 + 4 \cdot 58 + 2 \cdot 63 + 3 \cdot 68}{42} \approx 51,81(kg)$$

Câu 14: Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5;10,5)	[10,5;20,5)	[20,5;30,5)	[30,5;40,5)	[40,5;50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

- A. 17,42. B. 14,56. **C. 17,16.** D. 12,67.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 10 nên nhóm chứa một là nhóm $[10,5; 20,5]$.

Ta có: $u_m = 10,5, u_{m+1} = 20,5, n_m = 10, n_{m+1} = 6; n_{m-1} = 2, u_{m+1} - u_m = 10$.

$$\text{Do đó: } M_o = 10,5 + \frac{10-2}{(10-2)+(10-6)} \times 10 = 17,16$$

Câu 15: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

A. 18,37.

B. 19,37.

C. 19,73.

D. 18,73.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 24 nên nhóm chứa một là nhóm $[18,5; 21,5]$.

Ta có: $u_m = 18,5, u_{m+1} = 21,5, n_m = 24, n_{m+1} = 15; n_{m-1} = 2, u_{m+1} - u_m = 3$.

$$\text{Một của mẫu số liệu: } M_o = 18,5 + \frac{24-15}{(24-15)+(24-2)} \times 3 = 18,5 + \frac{27}{31} \approx 19,37$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (gam)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) Giá trị đại diện nhóm $[150;155)$ bằng 152,5

b) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là: 163,7 (gam)

c) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là: 162,1 (gam)

d) Theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.

Lời giải

a) Đúng: Bảng thống kê số lượng cam theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (gam)	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

b) Sai: Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là:

$$\bar{x}_A = \frac{152,5 \cdot 2 + 157,5 \cdot 6 + 162,5 \cdot 12 + 167,5 \cdot 4 + 172,5 \cdot 1}{25} = 161,7 \text{ (gam)}.$$

c) Sai: Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là:

$$\bar{x}_B = \frac{152,5 \cdot 1 + 157,5 \cdot 3 + 162,5 \cdot 7 + 167,5 \cdot 10 + 172,5 \cdot 4}{25} = 165,1 \text{ (gam)}.$$

d) Đúng: Ta thấy $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ nên nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A .

Câu 2: Số lượng người đi xem một bộ phim mới theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1 giờ đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng phân phối ghép nhóm sau:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	6	12	16	7	2

a) Giá trị đại diện nhóm $[50; 60)$ là 55

b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm $[50; 60)$

c) Nhóm chứa một là nửa khoảng $[30; 40)$

d) Độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.

Lời giải

a) Đúng: Nhóm chứa một là nửa khoảng $[30; 40)$.

b) Đúng: Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm $[50; 60)$

c) Đúng: Khi đó: $u_m = 30, n_m = 16, n_{m-1} = 12, n_{m+1} = 7, u_{m+1} - u_m = 40 - 30 = 10$.

Ta có một là: $M_0 = 30 + \frac{16 - 12}{(16 - 12) + (16 - 7)} \cdot 10 = \frac{430}{13} \approx 33,08$.

c) Sai: Vậy độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 33 tuổi.

Câu 3: Một nhà thực vật học đo chiều dài trung bình của 74 lá cây (đơn vị: milimét) và thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[5,45; 5,85)	5,65	5
[5,85; 6,25)	6,05	9
[6,25; 6,65)	6,45	15
[6,65; 7,05)	6,85	19
[7,05; 7,45)	7,25	16
[7,45; 7,85)	7,65	8
[7,85; 8,25)	8,05	2

a) Chiều dài trung bình của 74 lá cây xấp xỉ bằng 6,4 (milimet)

b) Độ dài nhóm là 0,4

c) Nhóm chứa một là: $[7,05; 7,45)$

d) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ bằng 6,65.

Lời giải

a) Sai: Chiều dài trung bình của 74 lá cây là:

$$\bar{x} = \frac{5,65 \cdot 5 + 6,05 \cdot 9 + 6,45 \cdot 15 + 6,85 \cdot 19 + 7,25 \cdot 16 + 7,65 \cdot 8 + 8,05 \cdot 2}{74} = \frac{5029}{740} \approx 6,8 \text{ (mm)}$$

b) Đúng: Độ dài nhóm là 0,4

c) Sai: Nhóm chứa mốt là: [6,65; 7,05)

Trong đó: $u_m = 6,65; u_{m+1} = 7,05; u_{m+1} - u_m = 0,4; n_m = 19; n_{m-1} = 15; n_{m+1} = 16$

d) Sai: Do đó mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 6,65 + \frac{19-15}{(19-15)+(19-16)} \cdot 0,4 \approx 6,88$.

Câu 4: Số cuộc điện thoại một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số cuộc gọi	[2, 5; 5, 5)	[5, 5; 8, 5)	[8, 5; 11, 5)	[11, 5; 14, 5)	[14, 5; 17, 5)
Số ngày	5	13	7	3	2

a) Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là: 8,1.

b) Nhóm chứa mốt là: [5,5; 8,5).

c) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là $\approx 7,21$.

d) Người đó thực hiện tối đa khoảng 8 cuộc gọi mỗi ngày.

Lời giải

a) Sai: Ta viết lại bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là:

Số cuộc gọi	[2, 5; 5, 5)	[5, 5; 8, 5)	[8, 5; 11, 5)	[11, 5; 14, 5)	[14, 5; 17, 5)
Giá trị đại diện	4	7	10	13	16
Số ngày	5	13	7	3	2

Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là: $\bar{x} = \frac{4 \cdot 5 + 7 \cdot 13 + 10 \cdot 7 + 13 \cdot 3 + 16 \cdot 2}{30} = 8,4$.

b) Đúng: Nhóm chứa mốt là: [5,5; 8,5).

Ta có: $u_m = 5,5; u_{m+1} = 8,5 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 3; n_m = 13; n_{m-1} = 5; n_{m+1} = 7$.

c) Đúng: Vậy mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 5,5 + \frac{13-5}{(13-5)+(13-7)} \cdot 3 = \frac{101}{14} \approx 7,21$.

d) Sai: Vậy người đó thực hiện tối đa khoảng 7 cuộc gọi mỗi ngày.

Câu 5: Thống kê số giờ tự học của học sinh tại một trường THPT trong một tuần, người ta ghi được kết quả sau (đơn vị: giờ).

14 12,5 15 16,5 17 14,5 13 15,5 16,5 17,5
 16,5 18,5 19 20 19,5 17 16,5 14 18 21
 15,5 13,5 12,5 14,5 17,5 19 19,5 20,5 20 17
 14,5 13 14,5 18 16 15 13 18,5 14,5 12,5

a) Tổng số giờ tự học của học sinh là: 829,5 giờ.

b) Tổng hợp kết quả tự học của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Giờ tự học	[12, 5;14, 5)	[14, 5;16, 5)	[16, 5;18, 5)	[18, 5;20, 5)	[20, 5;22, 5)
Số học sinh	9	13	17	9	2

c) Thời gian trung bình học của mỗi học sinh dựa vào bảng tần số ghép nhóm tìm được ở ý b) là: 16,78.

d) Khả năng tự học trong tuần cao nhất của học sinh là 16,28 giờ.

Lời giải

a) Sai: Tổng số giờ tự học của học sinh là: 819,5 giờ.

Số giờ tự học trung bình của học sinh: $\bar{x} = \frac{891,5}{50} = 16,39$ giờ.

b) Đúng:

Giờ tự học	[12, 5;14, 5)	[14, 5;16, 5)	[16, 5;18, 5)	[18, 5;20, 5)	[20, 5;22, 5)
Số học sinh	9	13	17	9	2

c) Đúng:

Giờ tự học	[12, 5;14, 5)	[14, 5;16, 5)	[16, 5;18, 5)	[18, 5;20, 5)	[20, 5;22, 5)
Giá trị đại diện	13,5	15,5	17,5	19,5	21,5
Số học sinh	9	13	17	9	2

Thời gian tự học trung bình: $\bar{x} = \frac{9.13,5 + 13.15,5 + 17.17,5 + 9.19,5 + 2.21,5}{50} = 16,78$.

d) Sai: Khả năng tự học trong tuần cao nhất của học sinh là 16,78 giờ.

Câu 6: Một nhà nghiên cứu ghi lại thời gian (giờ) sử dụng Facebook của 30 học sinh trong 02 tuần. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau:

21 17 22 18 20 17 15 13 15 20
 15 12 18 17 25 17 21 15 12 18
 16 23 14 18 19 13 16 19 18 17

a) Số giờ trung bình của học sinh trong 02 tuần: 16,37 giờ.

b) Tổng hợp kết quả thời gian sử dụng Facebook của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số giờ	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)
Giá trị đại diện	13,5	16,5	18,5	21,5	24,5
Số học sinh	5	12	8	4	1

c) Nhóm chứa một của mẫu số liệu ý b) là nhóm [15;18).

d) Một của mẫu số liệu ý b) bằng 16,91.

Lời giải

a) Sai: Tổng số thời gian sử dụng Facebook của 30 học sinh là: 521 giờ.

Số giờ trung bình của học sinh trong 02 tuần: $\bar{x} = \frac{521}{30} = 17,37$ giờ.

b) Đúng:

Số giờ	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)
Giá trị đại diện	13,5	16,5	18,5	21,5	24,5
Số học sinh	5	12	8	4	1

c) Đúng: Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm [15;18).

d) Đúng: Do đó: $u_m = 15; n_{m-1} = 5; n_m = 12; n_{m+1} = 8; u_{m+1} - u_m = 18 - 15 = 3, 0$.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 15 + \frac{12-5}{(12-5)+(12-8)} \cdot 3 = 16,91$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Khảo sát số lần sử dụng Facebook của một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số lần sử dụng FB	[3;5]	[6;8]	[9;11]	[12;14]	[15;17]
Số ngày	2	5	11	8	4

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Do số lần sử dụng Facebook là số nguyên nên ta chỉnh lại như sau:

Số lần sử dụng FB	[2,5;5,5)	[5,5;8,5)	[8,5;11,5)	[11,5;14,5)	[14,5;17,5)
Số ngày	2	5	11	8	4

Nhóm chứa một là [8,5;11,5) do đó: $u_m = 8,5; n_{m-1} = 5; n_{m+1} = 8; u_{m+1} - u_m = 11,5 - 8,5 = 3$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 8,5 + \frac{11-5}{(11-5)+(11-8)} \cdot 3 = 10,5$

Câu 2: Bảng sau cho ta cân nặng của học sinh một lớp 11:

Cân nặng (kg)	[40,5;45,5)	[45,5;50,5)	[50,5;55,5)	[55,5;60,5)	[60,5;65,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2

Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11 đó.

Lời giải

Bảng thống kê cân nặng của học sinh theo giá trị đại diện:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63
Số học sinh	10	7	16	4	2

Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11 đó là:

$$\bar{x} = \frac{43 \cdot 10 + 48 \cdot 7 + 53 \cdot 16 + 58 \cdot 4 + 63 \cdot 2}{39} \approx 50,56 \text{ (kg)}$$

Câu 3: Kết quả đo chiều cao của 250 cây dừa đột biến 3 năm tuổi ở một viện nghiên cứu được tổng hợp ở bảng sau:

Chiều cao (m^2)	[8,5;8,8)	[8,8;9,1)	[9,1;9,4)	[9,4;9,7)	[9,7;10)
Số cây	36	45	83	65	21

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Chiều cao (m^2)	[8,5;8,8)	[8,8;9,1)	[9,1;9,4)	[9,4;9,7)	[9,7;10)
Giá trị đại diện	8,65	8,95	9,25	9,55	9,85
Số cây	36	45	83	65	21

Chiều cao trung bình của 250 cây dừa đột biến xấp xỉ bằng:

$$\frac{8,65 \cdot 36 + 8,95 \cdot 45 + 9,25 \cdot 83 + 9,55 \cdot 65 + 9,85 \cdot 21}{250} = 9,238$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là [9,1;9,4)

Do đó: $u_m = 9,1; n_{m-1} = 45; n_{m+1} = 65; u_{m+1} - u_m = 9,4 - 9,1 = 0,3$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_o = 9,1 + \frac{83 - 45}{(83 - 45) + (83 - 65)} \cdot 0,3 \approx 9,3$.

Câu 4: Một công ty bất động sản Đất Vàng thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào để tiến hành dự án xây nhà ở Thăng Long group sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	75	105	179	96	45

Công ty bất động sản Đất Vàng nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu xây nhà?

Lời giải

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là [18;22)

Do đó: $u_m = 18; n_{m-1} = 105; n_{m+1} = 96; u_{m+1} - u_m = 22 - 18 = 4$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_o = 18 + \frac{179 - 105}{(179 - 105) + (179 - 96)} \cdot 4 \approx 19,9$.

Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán rằng nếu công ty bất động sản Đất Vàng xây nhà ở mức giá 19,9 triệu đồng/ mét vuông thì sẽ có nhiều người mua nhất.

Câu 5: Người ta tiến hành phỏng vấn 50 người về phim chiếu rạp Lật mặt 6 của Lý Hải. Người điều tra yêu cầu cho điểm phim theo thang điểm 100. Kết quả được trình bày trong bảng phân bố tần số ghép lớp sau đây:

Số điểm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Số người	4	7	9	18	12

Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

Lời giải

Số điểm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Giá trị đại diện	55	65	75	85	95
Số người	4	7	9	18	12

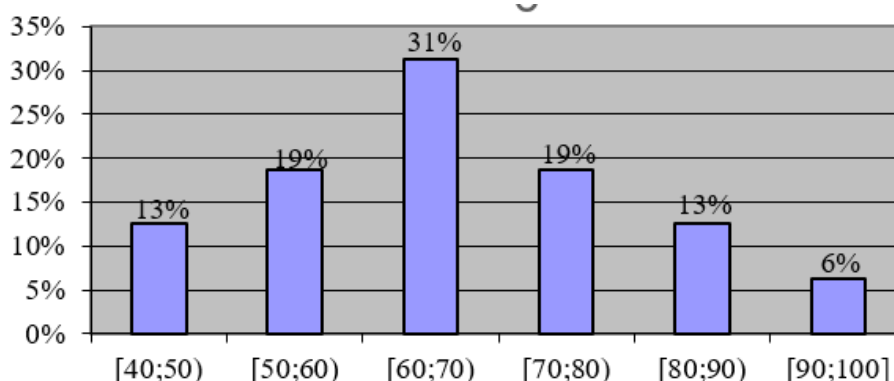
Điểm trung bình đánh giá phim Lật Mặt 6 bằng: $\frac{55.4 + 65.7 + 75.9 + 85.18 + 95.12}{50} = 80,4$

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là [80; 90)

Do đó: $u_m = 80; n_{m-1} = 9; n_{m+1} = 12; u_{m+1} - u_m = 90 - 80 = 10$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_o = 80 + \frac{18 - 9}{(18 - 9) + (18 - 12)} \cdot 10 = 80,6$.

Câu 6: Kết quả điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây:



Hãy ước lượng mốt của mẫu số liệu trên?

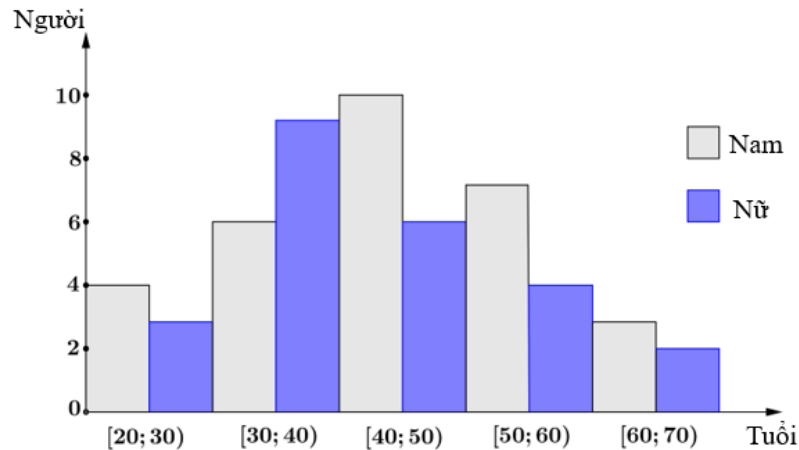
Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Lớp điểm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100]
Tần số	4	6	10	6	4	2

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là: $[60; 70)$. Một của mẫu số liệu là: $60 + \frac{10-6}{10-6+10-6} \cdot 10 = 65$

Câu 7: Một đại lý bảo hiểm đã thống kê số lượng khách mua bảo hiểm nhân thọ trong một ngày ở biểu đồ sau:



Biểu đồ số lượng khách hàng theo giới tính và độ tuổi

Hãy sử dụng dữ liệu trên để tư vấn cho đại lý bảo hiểm xác định khách hàng nam và nữ ở độ tuổi nào hay mua bảo hiểm nhất.

Lời giải

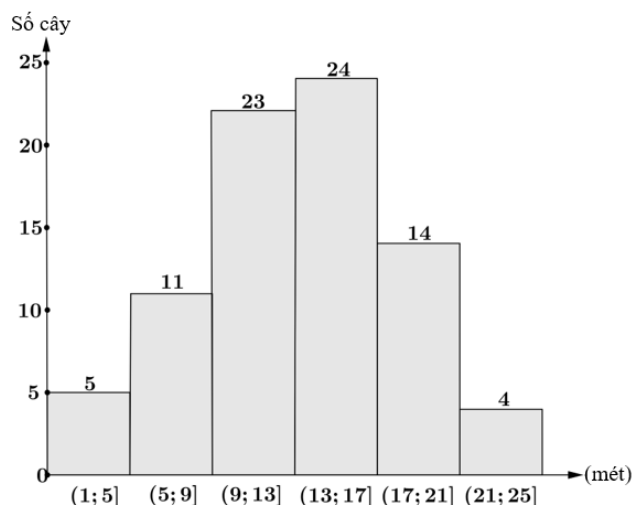
Một của mẫu số liệu đối với khách hàng nam là $M_o = 40 + \frac{10-6}{(10-6)+(10-7)} \cdot 10 \approx 46$

Nên với nam ở độ tuổi từ 40 đến 50 có nhu cầu mua bảo hiểm lớn nhất, đặc biệt là độ tuổi 46.

Một của mẫu số liệu đối với khách hàng nữ là $M_o = 30 + \frac{9-3}{(9-3)+(9-6)} \cdot 10 \approx 37$

Nên với nữ ở độ tuổi từ 30 đến 40 có nhu cầu mua bảo hiểm lớn nhất, đặc biệt là độ tuổi 37.

Câu 8: Kết quả đo chiều cao của 81 cây tre 2 năm tuổi ở một ngọn đồi được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây. Chiều cao 81 cây tre 2 năm tuổi:



Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Chiều cao	[1; 5]	[5; 9]	[9; 13]	[13; 17]	[17; 21]	[21; 25]
Giá trị đại diện	3	7	11	15	19	23
Số cây	5	11	23	24	14	4

Chiều cao trung bình của các cây tre 2 năm tuổi trong ngọn đồi là:

$$\bar{x} = \frac{5.3 + 11.7 + 23.11 + 24.15 + 14.19 + 4.23}{81} \approx 13,123$$

Ta có: $u_m = 13, u_{m+1} = 17, n_m = 24, n_{m+1} = 14; n_{m-1} = 23, u_{m+1} - u_m = 4$.

Do đó một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $M_0 = 13 + \frac{24 - 23}{24 - 23 + 24 - 14}.4 \approx 13$.

-----**HẾT**-----