

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 01 GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Góc lượng giác

- Khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác:**

Trong mặt phẳng cho hai tia Ou, Ov . Xét tia Om cùng nằm trong mặt phẳng này. Nếu tia Om quay điểm O theo một chiều nhất định từ Ou đến Ov thì ta nói nó quét một góc lượng giác với tia đầu Ou tia cuối Ov và kí hiệu là (Ou, Ov) .

- Hệ thức Chasles:** Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì thì ta có:

$$sd(Ou, Ov) + sd(Ov, Ow) = sd(Ou, Ow) + k.360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Từ đó ta có thể suy ra: $sd(Ou, Ov) = sd(Ou, Ow) - sd(Ov, Ow) + k.360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$

2 Đơn vị đo góc và độ dài cung tròn

- Đơn vị đo góc và cung tròn:**

Đơn vị độ:

Đơn vị radian: Cho đường tròn tâm (O) bán kính R và một cung AB trên (O) . Ta nói cung AB có số đo bằng 1 radian nếu độ dài của nó đúng bằng bán kính R . Khi đó ta cũng nói rằng góc AOB có số đo bằng 1 radian và viết $AOB = 1$ radian.

- Quan hệ giữa độ và radian:**

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad và } 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$$

- Độ dài của một cung tròn:**

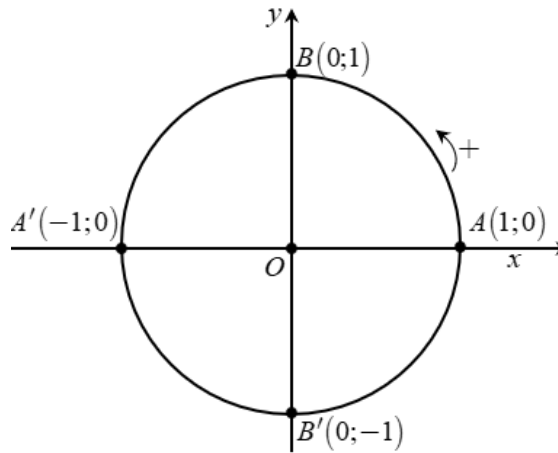
Một cung của đường tròn bán kính R có số đo α rad thì có độ dài là $l = R\alpha$.

3 Giá trị lượng giác của một góc lượng giác

- Đường tròn lượng giác:**

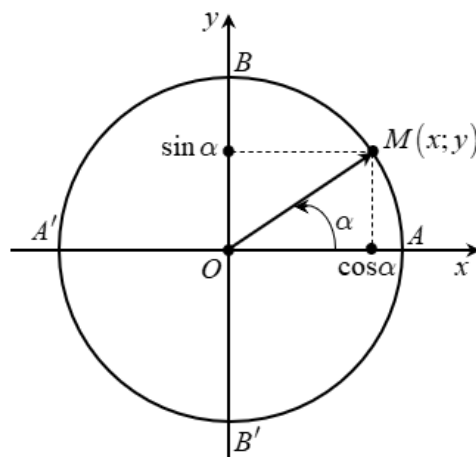
Đường tròn lượng giác là đường tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính bằng 1 được định hướng và lấy điểm $A(1;0)$ làm gốc của đường tròn.

Đường tròn này cắt hai trục tọa độ tại bốn điểm $A(1;0)$, $A'(-1;0)$, $B(0;1)$, $B'(0;-1)$.



Điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo α là điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho $sd(OA; OM) = \alpha$.

• **Giá trị lượng giác của góc lượng giác:**



Giả sử $M(x; y)$ là điểm trên đường tròn lượng giác, biểu diễn góc lượng giác có số đo α

- Hoành độ của điểm M gọi là cosin của α và kí hiệu là $\cos \alpha$ và khi đó $\cos \alpha = x$.
- Tung độ của điểm M gọi là sin của α và kí hiệu là $\sin \alpha$ và khi đó $\sin \alpha = y$.
- Nếu $\cos \alpha \neq 0$ thì tỷ số $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ gọi là tang của α và kí hiệu là $\tan \alpha$ và $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.
- Nếu $\sin \alpha \neq 0$ thì tỷ số $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ gọi là cotang của α và kí hiệu là $\cot \alpha$ và $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.

Các giá trị $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$ được gọi là **giá trị lượng giác của cung α** .

Chú ý:

- Ta có thể gọi trục tung là **trục sin** và trục hoành là **trục cosin**.
- Từ định nghĩa ta suy ra:

1) $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$ xác định với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$.

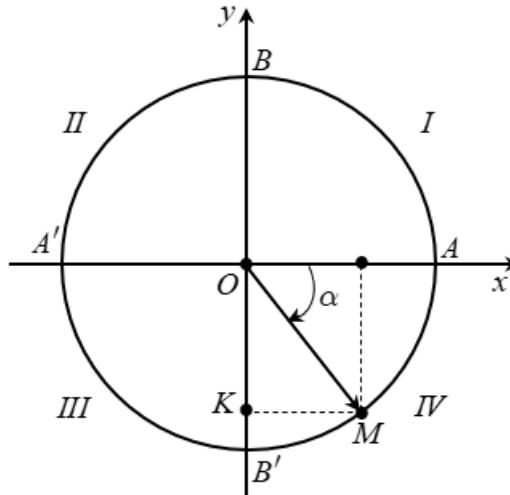
$$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha, \forall k \in \mathbb{Z} \quad (-1 \leq \sin \alpha \leq 1)$$

$$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha, \forall k \in \mathbb{Z} \quad (-1 \leq \cos \alpha \leq 1)$$

2) $\tan \alpha$ xác định với mọi $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

3) $\cot \alpha$ xác định với mọi $\alpha \neq k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

4) Dấu của các giá trị lượng giác của góc α phụ thuộc vào vị trí điểm M biểu diễn trên đường tròn lượng giác.



Bảng xác định dấu của các giá trị lượng giác

	Góc I	Góc II	Góc III	Góc IV
$\sin x$	(+)	(+)	(-)	(-)
$\cos x$	(+)	(-)	(-)	(+)
$\tan x$	(+)	(-)	(+)	(-)
$\cot x$	(+)	(-)	(+)	(-)

- **Giá trị lượng giác của các cung đặc biệt:**

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Không xác định
$\cot \alpha$	Không xác định	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

4 Quan hệ giữa các giá trị lượng giác

- **Công thức lượng giác cơ bản:** Đối với các giá trị lượng giác, ta có các hằng đẳng thức sau

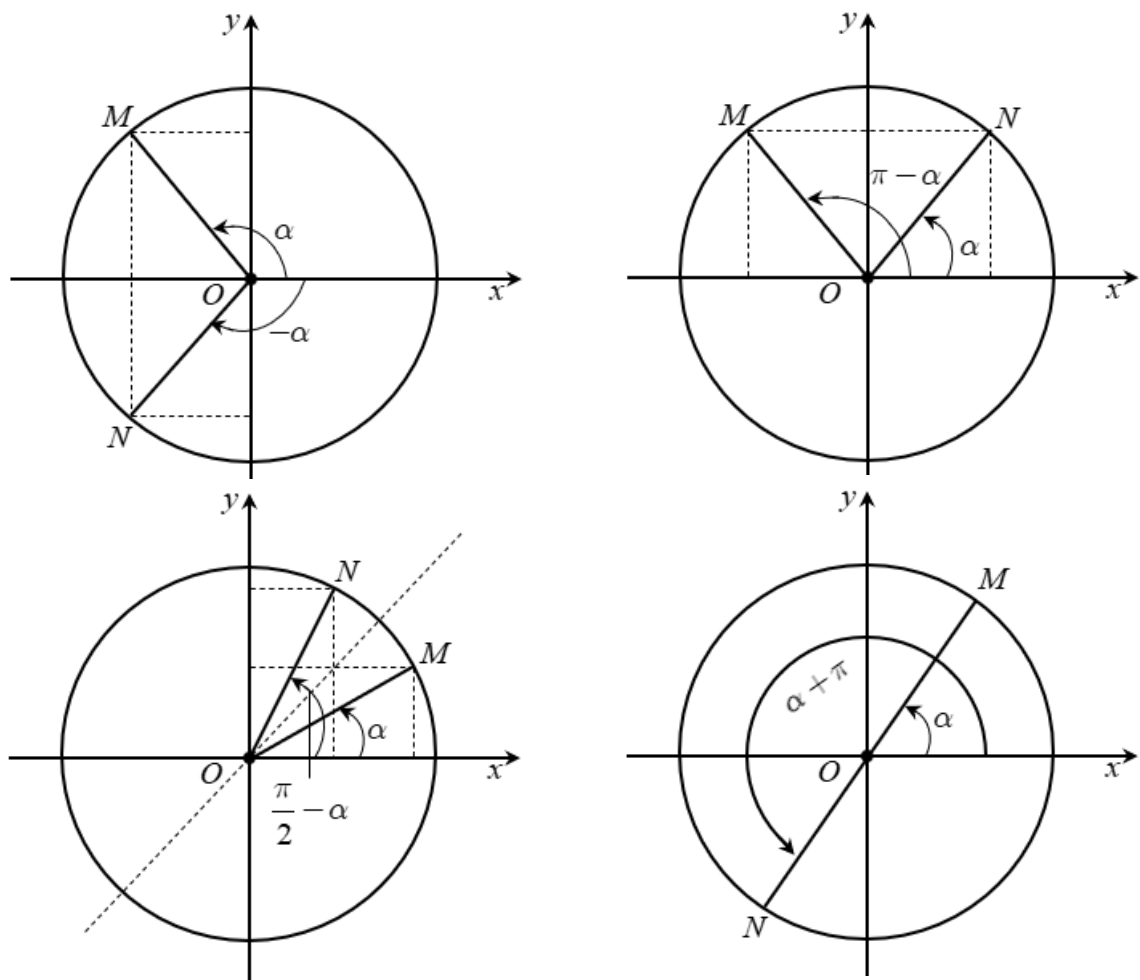
$$\bullet \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \end{cases} \quad \bullet \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$$

$$\bullet \frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x \Rightarrow \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} - 1 \quad \bullet \tan x \cdot \cot x = 1 \Rightarrow \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\bullet \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x; \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$$

$$\bullet \sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x); \sin^3 x - \cos^3 x = (\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)$$

- Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt:



- **Cung đối nhau:** α và $-\alpha$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

- **Cung bù nhau:** α và $\pi - \alpha$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

- **Cung hơn kém π :** α và $(\alpha + \pi)$

$$\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$$

$$\tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$$

$$\cot(\alpha + \pi) = \cot \alpha$$

- **Cung phụ nhau:** α và $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

Dạng 1: Đổi đơn vị giữa độ và radian. Độ dài cung tròn

- Sử dụng công thức chuyển đổi giữa số đo độ và số đo radian:

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ$$

- Xét đường tròn có bán kính R

- Cung tròn có số đo α ($0 \leq \alpha \leq 2\pi$) thì có độ dài là $l = R \cdot \alpha$
- Cung tròn có số đo a° ($0 \leq a \leq 360^\circ$) thì có độ dài là $l = \frac{\pi \cdot a}{180} \cdot R$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Đổi số đo của các góc sau ra radian:

a) 72°

b) 600°

c) $-37^\circ 45' 30''$

Lời giải

$$\text{a) Vì } 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad nên } 72^\circ = 72 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{5}; \quad 600^\circ = 600 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{10\pi}{3}$$

$$-37^\circ 45' 30'' = -37^\circ - \left(\frac{45}{60} \right)^\circ - \left(\frac{30}{60 \cdot 60} \right)^\circ = \left(\frac{4531}{120} \right)^\circ = \frac{4531}{120} \cdot \frac{\pi}{180} \approx 0,6587.$$

Bài tập 2: Đổi số đo của các góc sau ra độ:

a) $\frac{5\pi}{18}$

b) $\frac{3\pi}{5}$

c) -4

Lời giải

$$\text{Vì } 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ \text{ nên } \frac{5\pi}{18} = \left(\frac{5\pi}{18} \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = 50^\circ; \quad \frac{3\pi}{5} = \left(\frac{3\pi}{5} \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = 108^\circ$$

$$-4 = -\left(4 \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = -\left(\frac{720}{\pi} \right)^\circ \approx -2260^\circ 48'.$$

Bài tập 3: Trả lời các câu hỏi được nêu ra trong các trường hợp sau:

a) Trên đường tròn bán kính $r = 5$. Tìm độ dài của cung đo $\frac{\pi}{8}$

b) Trên đường tròn bán kính $r = 15$. Tìm độ dài của cung có số đo 50°

c) Một cung tròn có độ dài bằng 2 lần bán kính. Tìm số đo radian của cung tròn đó

d) Một đường tròn có $r = 30$. Tìm độ dài của một cung trên đường tròn có số đo $1,5 \text{ rad}$

e) Một đường tròn có bán kính $R = \frac{10}{\pi} \text{ cm}$. Tìm độ dài của cung $\frac{\pi}{2}$ trên đường tròn.

f) Một đường tròn có bán kính $R = 10 \text{ cm}$. Tìm độ dài cung 40° trên đường tròn đó

Lời giải

a) Độ dài cung AB có số đo cung AB bằng n độ: $l = r.n = 5.\frac{\pi}{8}$.

b) $l = \frac{\pi.r.n^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi.15.50}{180} = \frac{25\pi}{6}$.

c) Ta có, cung tròn có độ dài bằng bán kính thì có số đo 1 radian. Vậy cung tròn đó có số đo là 2 radian.

d) Áp dụng công thức $l = \alpha R$ nên ta được độ dài cung tròn là 45 cm.

e) Độ dài cung có số đo α là $\ell = \alpha.R \Rightarrow \ell = \frac{\pi}{2}.\frac{10}{\pi} = 5(\text{cm})$.

f) Đổi đơn vị $40^\circ \Rightarrow \frac{40.\pi}{180} = \frac{2\pi}{9} \Rightarrow$ độ dài cung $\ell = \frac{2\pi}{9}.10 = \frac{20\pi}{9} = 6,9813(\text{cm})$.

Bài tập 4: Một bánh xe máy có đường kính 60. Nếu xe chạy với vận tốc 50(km/h) thì trong 5 giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng.

Lời giải

Trong một phút bánh xe quay được: $\left[\frac{50.1000}{3600} : (0,6.\pi) \right].5 \approx 36,9$.

Bài tập 5: Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270° ?

Lời giải

Tính được: $270^\circ = \frac{270}{180}\pi = \frac{3}{2}\pi = \frac{3}{4}.2\pi$. Vậy đu quay quay được góc 270° khi nó quay được

$\frac{3}{4}$ vòng. Đu quay quay được 1 vòng trong $\frac{1}{3}$ phút. Đu quay quay được $\frac{3}{4}$ vòng trong $\frac{3}{4}.\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ phút.

Bài tập 6: Một đồng hồ treo tường có kim giờ dài 10,25cm, kim phút dài 13,25cm. Trong 30 phút kim giờ vạch nên cung tròn có độ dài bao nhiêu?



Lời giải

Trong 6 giờ kim giờ vạch nên một cung có số đo là $\pi(\text{rad})$, vậy trong 30 phút kim giờ vạch nên cung có số đo là $\frac{\pi}{12}(\text{rad})$. Khi đó độ dài cung tròn mà kim giờ vạch ra trong 30 phút là:

$$l = R.\alpha \Rightarrow l = 10,25.\frac{\pi}{12} = 2,68(\text{cm}).$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trên đường tròn bán kính 7 cm, lấy cung có số đo 54° . Độ dài l của cung tròn bằng
- A.** $\frac{21}{10}\pi$ (cm). **B.** $\frac{11}{20}\pi$ (cm). **C.** $\frac{63}{20}\pi$ (cm). **D.** $\frac{20}{11}\pi$ (cm).

Lời giải

$$\text{Ta có } l = 7 \cdot \left(\frac{54^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \right) = \frac{21}{10}\pi \text{ (cm)}.$$

- Câu 2:** Trên đường tròn đường kính 8cm, tính độ dài cung tròn có số đo bằng 1,5rad.
- A.** 12cm. **B.** 4cm. **C.** 6cm. **D.** 15cm.

Lời giải

$$\text{Tính được: } l = \alpha \cdot R = 1,5 \cdot \frac{8}{2} = 6 \text{ (cm)}.$$

- Câu 3:** Một đường tròn có bán kính 15(cm). Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là:
- A.** $\frac{5\pi}{2}$. **B.** $\frac{5\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi}{5}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

$$l = \frac{\pi a \cdot R}{180} = \frac{\pi \cdot 30 \cdot 15}{180} = \frac{5\pi}{2}$$

- Câu 4:** Một đường tròn có bán kính 10, độ dài cung tròn 40° trên đường tròn gần bằng
- A.** 7. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 13.

Lời giải

$$l = \frac{\pi a \cdot R}{180} = \frac{\pi \cdot 40 \cdot 10}{180} = \frac{20\pi}{9} \approx 7$$

- Câu 5:** Một đường tròn có bán kính $R = \frac{10}{\pi}$, độ dài cung tròn $\frac{\pi}{2}$ là
- A.** 5. **B.** 5π . **C.** $\frac{5}{\pi}$. **D.** $\frac{\pi}{5}$.

Lời giải

$$l = \alpha \cdot R = \frac{10}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = 5$$

- Câu 6:** Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A.** Cung tròn có bán kính $R = 5$ cm và có số đo 1,5 rad thì có độ dài là 7,5 cm.
- B.** Cung tròn có bán kính $R = 8$ cm và có độ dài 8 cm thì có số đo độ là $\left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ$.
- C.** Độ dài cung tròn phụ thuộc vào bán kính của nó.
- D.** Góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo dương thì mọi góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo âm.

Lời giải

Câu góc lượng giác $(Ou, Ov) = 330^\circ; (Ov, Ou) = 30^\circ$

Câu 7: Cho đường tròn có bán kính 6 cm. Tìm số đo của cung có độ dài là 3cm :

- A.** 0,5. **B.** $\frac{0,5}{\pi}$. **C.** $0,5\pi$. **D.** 1.

Lời giải

$$l = \alpha.R \Rightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{3}{6} = 0,5$$

Câu 8: Cung tròn bán kính bằng 8,43 cm có số đo 3,85 rad có độ dài là

- A.** 32,46 cm. **B.** 32,45 cm. **C.** 32,47 cm. **D.** 32,5 cm.

Lời giải

$$l = \alpha.R = 3,85.8,43 \approx 32,46$$

Câu 9: Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài 10,57cm. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài là

- A.** 2,77cm. **B.** 2,78cm. **C.** 2,76cm. **D.** 2,8cm.

Lời giải

$$\text{Trong 30 phút mũi kim giờ quét được một góc là } \frac{2\pi.0,5}{12} = \frac{\pi}{12} \Rightarrow l = \alpha.R = \frac{\pi}{12}.10,57 \approx 2,77$$

Câu 10: Bánh xe đạp có bán kính 50 cm. Một người quay bánh xe 5 vòng quanh trục thì quãng đường đi được là

- A.** 250π (cm). **B.** 1000π (cm). **C.** 500π (cm). **D.** 200π (cm).

Lời giải

$$\text{Ta có } r = 50\text{cm suy ra } l = 50.2\pi.5 = 500\pi(\text{cm}).$$

Câu 11: Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270° ?

- A.** $\frac{1}{3}$ phút. **B.** $\frac{1}{6}$ phút. **C.** $\frac{1}{4}$ phút. **D.** 1,5 phút.

Lời giải

$$\text{Tính được: } 270^\circ = \frac{270}{180}\pi = \frac{3}{2}\pi = \frac{3}{4}.2\pi$$

Vậy đu quay quay được góc 270° khi nó quay được $\frac{3}{4}$ vòng

Ta có: Đu quay quay được 1 vòng trong $\frac{1}{3}$ phút

Đu quay quay được $\frac{3}{4}$ vòng trong $\frac{3}{4}.\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ phút.

Câu 12: Một đường tròn có bán kính 15 cm. Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là

A. $\frac{5\pi}{2}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\pi}{5}$.

D. $\frac{5\pi}{3}$.

Lời giải

Cung tròn có góc ở tâm bằng 30° nên số đo của cung tròn bằng $n^\circ = 30^\circ$. Khi đó độ dài của cung tròn là: $l = \frac{\pi \cdot R \cdot n^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 15 \cdot 30^\circ}{180^\circ} = \frac{5\pi}{2}$.

Câu 13: Một đồng hồ treo tường có kim giờ dài 10,57cm. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1057}{1200}\pi(\text{cm})$.

B. $\frac{1057}{2400}\pi(\text{cm})$.

C. $\frac{1057}{600}\pi(\text{cm})$.

D. $\frac{1057}{4800}\pi(\text{cm})$.

Lời giải

Trong 1 giờ mũi kim giờ vạch lên 1 cung có số đo là $\frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ nên trong 30 phút kim giờ vạch lên 1 cung có số đo là $\frac{1}{12}\pi$.

Vậy độ dài cung tròn mà mũi kim giờ vạch là $l = R\alpha = 10,57 \times \frac{\pi}{12} = \frac{1057}{1200}\pi$

Câu 14: Bánh xe đạp có đường kính 55cm (kể cả lốp). Nếu chạy với vận tốc 40km/h thì trong 25s bánh xe quay được số vòng gần bằng với kết quả nào dưới đây?

A. 52.

B. 161.

C. 322.

D. 200.

Lời giải

Ta có $r = \frac{55}{2}\text{cm} = \frac{0,55}{2}\text{m}$; $40\text{km/h} = \frac{40000}{3600}\text{m/s}$.

Gọi l là quãng đường đi được trong 25 giây.

Gọi x là số vòng bánh xe quay được trong 25 giây.

Khi đó $l = 2\pi \cdot r \cdot x$.

Mà $l = \frac{25 \cdot 40000}{3600} = \frac{2500}{9}$ suy ra $x = \frac{l}{2\pi \cdot r} = 160,7 \approx 161$ vòng.

Câu 15: Kim giờ của đồng hồ dài 8 cm, kim phút dài 10 cm. Tổng quãng đường mũi kim phút, kim giờ đi được trong 30 phút bằng

A. $\frac{25}{3}\pi$.

B. $\frac{37}{3}\pi$.

C. $\frac{20}{3}\pi$.

D. $\frac{32}{3}\pi$.

Lời giải

Trong 30 phút, kim phút quay được một góc là π rad.

Quãng đường kim phút đi được là $S_1 = \pi \cdot 10 = 10\pi$ (cm)

Trong 30 phút kim giờ quay được một góc là $\frac{\pi}{12}$ rad.

Quãng đường kim giờ đi được là $S_2 = \frac{\pi}{12} \cdot 8 = \frac{2\pi}{3}$ (cm)

Vậy tổng quãng đường cần tìm là $S = S_1 + S_2 = 10\pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{32}{3}\pi$ (cm)

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Đổi số đo của các góc sang độ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\frac{\pi}{9}$ rad = 20°

b) $\frac{5\pi}{4}$ rad = 225°

c) $\frac{3\pi}{5}$ rad = 120°

d) $\frac{7\pi}{12}$ rad = 155°

Lời giải

Áp dụng công thức đổi rad sang độ $n = \frac{\alpha \cdot 180}{\pi}$.

a) Đúng: $n = \frac{\pi}{9} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 20^\circ$.

b) Đúng: $n = \frac{5\pi}{4} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 225^\circ$

c) Sai: $n = \frac{3\pi}{5} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 108^\circ$

d) Sai: $n = \frac{3\pi}{5} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 105^\circ$

Câu 2: Đổi số đo của các góc sang radian. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $120^\circ = \frac{2\pi}{9}$ rad

b) $250^\circ = \frac{25\pi}{18}$ rad

c) $135^\circ = \frac{3\pi}{4}$ rad

d) $300^\circ = \frac{5\pi}{3}$ rad

Lời giải

a) Sai: Ta có: $120^\circ = \frac{120^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}$.

b) Đúng: Ta có $250^\circ = \frac{250 \cdot \pi}{180} = \frac{25\pi}{18}$.

c) Đúng: Ta có: $135^\circ = \frac{135 \cdot \pi}{180} = \frac{3\pi}{4}$.

d) Đúng: Ta có: $300^\circ = \frac{300 \cdot \pi}{180} = \frac{5\pi}{3}$.

Câu 3: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đường tròn có bán kính bằng 9 cm thì số đo (theo radian) của cung có độ dài 3π cm bằng $\frac{\pi}{3}$ rad

b) Đường tròn có bán kính 30 cm thì độ dài của cung tròn trên đường tròn đó có số đo 2,5 rad bằng 7,5 cm.

c) Bán kính của đường tròn bằng 10 cm thì cung có số đo $\frac{5}{3}$ rad dài 24 cm.

d) Đường tròn có bán kính 6 cm thì số đo (rad) của cung có độ dài 3 cm bằng $\frac{1}{2}$ rad

Lời giải

a) Đúng: $l = R\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{3\pi}{9} = \frac{\pi}{3}$.

b) Sai: $R = 30; \alpha = 2,5 \text{ rad} \Rightarrow$ Độ dài l của cung tròn là $l = R\alpha = 30 \cdot 2,5 = 75 \text{ cm}$.

c) Sai: Áp dụng công thức $l = \alpha \cdot R$ ta có $R = \frac{l}{\alpha} = \frac{24}{\left(\frac{5}{3}\right)} = 14,4 \text{ cm}$.

d) Đúng: Đường tròn có bán kính $R = 6 \text{ cm}$ và cung có độ dài $l = 3 \text{ cm}$.

Số đo của cung là $\alpha = \frac{l}{R} = \frac{1}{2} \text{ (rad)}$.

Câu 4: Một vận động viên đi xe đạp trên đường, bánh xe đạp của vận động viên này quay được 11 vòng trong 5 giây. Biết rằng đường kính của bánh xe đạp là 680 mm.



a) Góc (theo độ radian) mà bánh xe quay được trong 1 giây là 792°

b) Góc (theo radian) mà bánh xe quay được trong 1 giây là $\frac{2\pi}{5}$ (rad)

c) Trong một phút bánh xe quay được 130 vòng

d) Quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút khoảng 282 m

Lời giải

a) Đúng: Trong 1 giây, bánh xe đạp quay được $\frac{11}{5}$ vòng.

Vì một vòng ứng với góc bằng 360° nên góc mà bánh quay xe quay được trong 1 giây là

$$\frac{11}{5} \cdot 360 = 792^\circ.$$

b) Sai: Vì một vòng ứng với góc bằng 2π nên góc mà bánh quay xe quay được trong 1 giây là

$$\frac{11}{5} \cdot 2\pi = \frac{22\pi}{5} (\text{rad}).$$

c) Sai: Ta có: 1 phút = 60 giây.

Trong 1 phút bánh xe quay được $60 \cdot \frac{11}{5} = 132$ vòng.

d) Đúng: Chu vi của bánh xe đạp là: $C = 680\pi (\text{mm})$.

Quãng đường mà người đi xe đạp đã đi được trong một phút là $S = 132.680\pi \approx 282 \text{ m}$

Câu 5: Từ một vị trí ban đầu trong không gian, vệ tinh X chuyển động theo quỹ đạo là một đường tròn quanh Trái Đất và luôn cách tâm Trái Đất một khoảng bằng 9200 km. Sau 2 giờ thì vệ tinh X hoàn thành hết một vòng di chuyển.

a) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ là $\approx 28902,65 \text{ km}$

b) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1,5 giờ là $\approx 43353,98 \text{ km}$

c) Sau khoảng 5,3 giờ thì X di chuyển được quãng đường 240000 km

d) Giả sử vệ tinh di chuyển theo chiều dương của đường tròn, sau 4,5 giờ thì vệ tinh vẽ nên một góc $\frac{9\pi}{2} \text{ rad}$?

Lời giải

a) Đúng: Một vòng di chuyển của X chính là chu vi đường tròn:

$$C = 2\pi R = 2\pi \cdot 9200 = 18400\pi (\text{km})$$

Sau 1 giờ, vệ tinh di chuyển nửa đường tròn với quãng đường là:

$$\frac{1}{2}C = 9200\pi \approx 28902,65 (\text{km})$$

b) Đúng: Sau 1,5 giờ, vệ tinh di chuyển được $\frac{1,5 \cdot 1}{2}$ đường tròn (hay $\frac{3}{4}$ đường tròn), quãng

đường là: $\frac{3}{4}C = \frac{3}{4} \cdot 18400\pi = 13800\pi \approx 43353,98 (\text{km})$.

c) Sai: Số giờ để vệ tinh X thực hiện quãng đường 240000 km là: $\frac{240000}{9200\pi} \approx 8,3$ (giờ).

d) Đúng: Sau 4,5 giờ thì số vòng tròn mà vệ tinh X di chuyển được là: $\frac{4,5}{2} = \frac{9}{4}$ (vòng).

Số đo góc lượng giác thu được là: $\frac{9}{4} \cdot 2\pi = \frac{9\pi}{2} \text{ rad}.$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Đổi số đo của góc $40^{\circ}25'$ sang đơn vị radian với độ chính xác đến hàng phần trăm.

Lời giải

Áp dụng công thức $\alpha = \frac{a \cdot \pi}{180}$ với α tính bằng radian, a tính bằng độ.

Trước tiên ta đổi $40^{\circ}25' = \left(40 + \frac{25}{60}\right)^{\circ}.$

Áp dụng công thức, ta được $\alpha = \frac{\left(40 + \frac{25}{60}\right) \cdot \pi}{180} = \frac{97\pi}{432} = 0,705403906.$

Câu 2: Bánh xe đạp của người đi xe đạp quay được 2 vòng trong 5 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe quay được 1 góc bao nhiêu (tính theo độ)?

Lời giải

Trong 2 giây bánh xe đạp quay được $\frac{2 \cdot 2}{5} = \frac{4}{5}$ vòng tức là quay được cung có độ dài là

$$l = \frac{4}{5} \cdot 2\pi R = \frac{8}{5} \pi R. \text{ Ta có } l = R\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{\frac{8}{5} \pi R}{R} = \frac{8}{5} \pi = 288^{\circ}$$

Câu 3: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là:

Lời giải

Ta có: 72 răng có chiều dài là $2\pi R$ nên 10 răng có chiều dài $l = \frac{10 \cdot 2\pi R}{72} = \frac{5\pi}{18} R.$

Theo công thức $l = R\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{\frac{5}{18} \pi R}{R} = \frac{5}{18} \pi$ mà $a = \frac{180\alpha}{\pi} = \frac{180 \cdot \frac{5}{18} \pi}{\pi} = 50^{\circ}.$

Cách khác: 72 răng tương ứng với 360° nên 10 răng tương ứng với $\frac{10 \cdot 360}{72} = 50^{\circ}.$

Câu 4: Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng 6,5 cm

Lời giải

Trong 3 phút xe đi được $\frac{3 \cdot 60}{20} \cdot 60 = 540$ vòng.

Độ dài 1 vòng bằng chu vi bánh xe là $2\pi R = 2 \cdot 3,1416 \cdot 6,5 = 40,8408.$

Vậy quãng đường xe đi được là $540 \times 40,8408 = 22054,032 \text{ cm}$

Câu 5: Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài 10,57cm và kim phút dài 13,34cm. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài là

Lời giải

Trong 6 giờ thì kim giờ vạch lên 1 cung có số đo π nên 30 phút kim giờ vạch lên 1 cung có số đo là $\frac{1}{12}\pi$ suy ra độ dài cung tròn mà nó vạch lên là $l = R\alpha = 10,57 \times \frac{3,14}{12} \approx 2,77$

Câu 6: Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A , vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất. Giả sử vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong $2h$ theo chiều kim đồng hồ. Khi vệ tinh chuyển động được $3h$, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian).

Lời giải

Theo giả thiết, vệ tinh chuyển động theo chiều kim đồng hồ nên sau $2h$, bán kính của vòng quay khi vệ tinh chuyển động quét được một góc lượng giác bằng $-2\pi(rad)$.

Vậy khi vệ tinh chuyển động được $3h$ thì bán kính của vòng quay quét được một góc lượng giác bằng -3π (rad).

Câu 7: Một chiếc quạt trần năm cánh quay với tốc độ 175 vòng trong một phút. Chọn chiều quay của quạt là chiều dương. Sau 5 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo bao nhiêu radian?

Lời giải

Sau 1 giây, cánh quạt quay được $\frac{175}{60} = \frac{35}{12}$ (vòng) theo chiều dương.

Suy ra sau 1 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo là $\frac{35}{12} \cdot 2\pi = \frac{35\pi}{6}$.

Vậy sau 5 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo là $\frac{35\pi}{6} \cdot 5 = \frac{175\pi}{6}$.

Câu 8: Một chiếc quạt trần năm cánh quay với tốc độ 175 vòng trong một phút. Chọn chiều quay của quạt là chiều dương. Sau thời gian bao lâu cánh quạt quay được một góc có số đo 42π ?

Lời giải

Sau 1 giây, cánh quạt quay được $\frac{175}{60} = \frac{35}{12}$ (vòng) theo chiều dương.

Suy ra sau 1 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo là $\frac{35}{12} \cdot 2\pi = \frac{35\pi}{6}$.

Thời gian để cánh quạt quay được một góc có số đo 42π là $42\pi : \frac{35\pi}{6} = 7,2$ giây.

Câu 9: Trong chặng đua nước rút, bánh xe của một vận động viên đua xe đạp quay được 30 vòng trong 8 giây. Chọn chiều quay của bánh xe là chiều dương. Xét van V của bánh xe.



Sau 1 phút, van V đó quay được một góc có số đo bao nhiêu radian?

Lời giải

Sau 1 giây, van V của bánh xe quay được $\frac{30}{8} = 3,75$ (vòng).

Sau 1 phút, van V của bánh xe quay được $3,75.60 = 225$ (vòng).

Suy ra sau 1 phút, van V của bánh xe quay được một góc có số đo là $225.2\pi = 450\pi$.

Câu 10: Trong chặng đua nước rút, bánh xe của một vận động viên đua xe đạp quay được 30 vòng trong 8 giây. Chọn chiều quay của bánh xe là chiều dương. Xét van V của bánh xe. Biết rằng bán kính của bánh xe là 35cm . Độ dài quãng đường mà vận động viên đua xe đạp đã đi được trong 1 phút là bao nhiêu mét?



Lời giải

Sau 1 giây, van V của bánh xe quay được $\frac{30}{8} = 3,75$ (vòng).

Sau 1 phút, van V của bánh xe quay được $3,75.60 = 225$ (vòng).

Suy ra sau 1 phút, van V của bánh xe quay được một góc có số đo là $225.2\pi = 450\pi$.

Mỗi góc ở tâm với số đo 1 rad chắn một cung có độ dài bằng bán kính bánh xe $r = 0,35\text{m}$.

Do đó độ dài quãng đường mà vận động viên đua xe đạp đã đi được trong 1 phút là

$$450\pi.0,35 \approx 494,8\text{m}.$$

-----HẾT-----