

◆ CHƯƠNG 2. VECTOR VÀ HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

❗BÀI 1. VECTOR VÀ CÁC PHÉP TOÁN

✳. Đề kiểm tra rèn luyện

◆ Đề 1:

☞ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 12.

B. 4.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Số vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử $\Rightarrow$ số vector là $A_4^2 = 12$.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$.

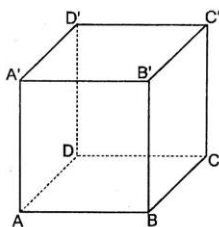
B. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.

C. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$.

D. $\vec{AB} = \vec{CD}$.

Lời giải

Chọn D



Mệnh đề sai là: $\vec{AB} = \vec{CD}$, $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ là hai Vector đối nhau.

Câu 3: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

B. $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$.

C. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

D. $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

Lời giải

Chọn C

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}).$$

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}.$$

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ .

Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}.$

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}.$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}.$

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}.$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}.$$

Câu 5: Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức véc tơ sau đây, biểu thức nào **đúng**.

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}.$

B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}.$

C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$

D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}.$$

Câu 6: Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}.$

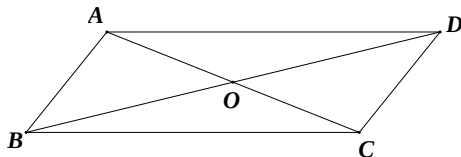
B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}.$

C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}.$

D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}.$

Lời giải

Chọn B



Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

A. $k = 2.$

B. $k = 3.$

C. $k = \frac{1}{2}.$

D. $k = \frac{1}{3}.$

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}.$$

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn đẳng thức **sai**.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$.

B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1O} + \overrightarrow{OC_1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AB_1}$, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AD_1}$ mà $\overrightarrow{AB_1} \neq \overrightarrow{AD_1}$ nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$ sai.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

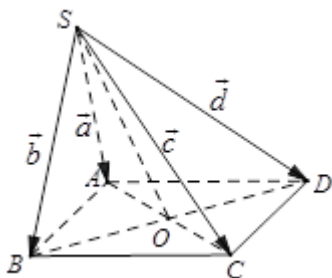
B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases} \text{ (do tính chất của đường trung tuyến)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}.$$

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P , Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$

nên $2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. Vậy $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

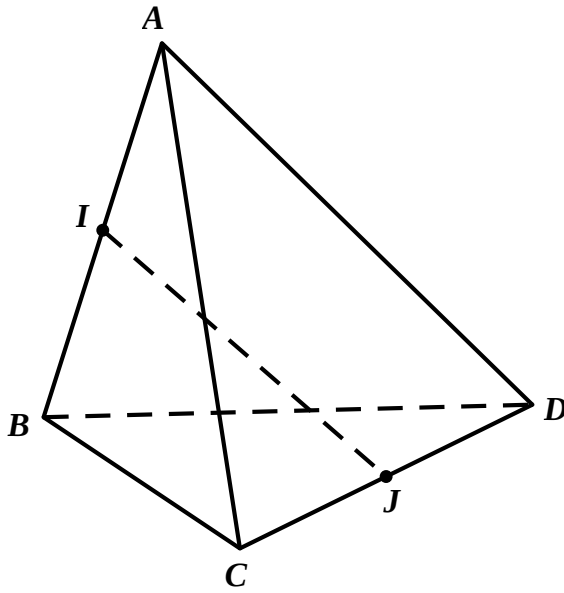
B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{BC})$.

Vậy đẳng thức **sai** là $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

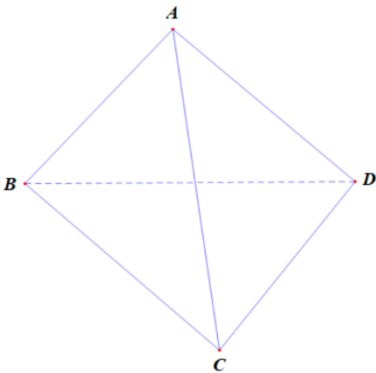
B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C



Có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$.
- b) $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$.
- c) $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$.
- d) $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD_1}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

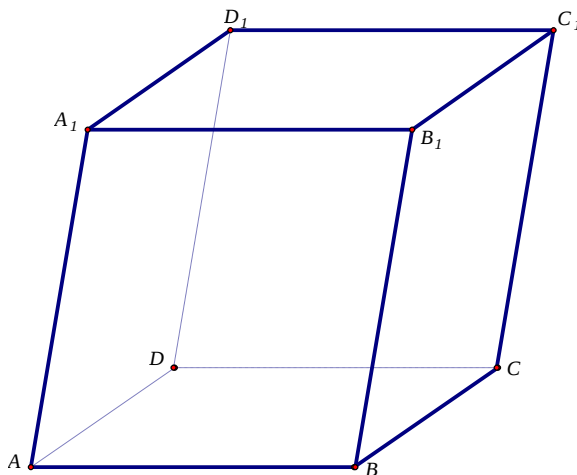
$$\begin{aligned}
 + \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC_1} + \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}. \\
 + \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} &= \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{C_1C} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C_1A_1} = \vec{0}. \\
 + \overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{CC_1}. \\
 + \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{C_1D_1} = \overrightarrow{AD_1}.
 \end{aligned}$$

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$.
- b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
- c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.
- d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



$$+ \text{Xét a: Do } \begin{cases} \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} \\ \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{B_1D_1} \\ \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B_1D_1} \end{cases} \text{ nên a đúng}$$

$$+ \text{Xét b: Do } \begin{cases} \overrightarrow{D_1A_1} + \overrightarrow{D_1C_1} = \overrightarrow{D_1B_1} \\ \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{DB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1A_1} + \overrightarrow{D_1C_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \text{ nên b đúng.}$$

+ Xét c: Đúng do áp dụng quy tắc hình hộp.

$$+ \text{KL: d sai hoặc phát hiện } \begin{cases} \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BB_1} \\ \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD_1} \end{cases} \Rightarrow \text{d sai.}$$

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$.

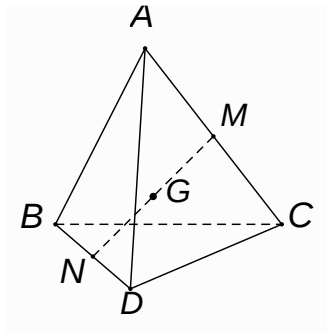
b) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$.

c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

d) $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ đúng theo tính chất trung điểm đoạn thẳng

$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$ đúng vì $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ đúng vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}$.

$2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ sai vì:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} &= (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB}) + (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}) \\ &= 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}) + (\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ND}) = 2\overrightarrow{MN} + \vec{0} + \vec{0} = 2\overrightarrow{MN}. \end{aligned}$$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

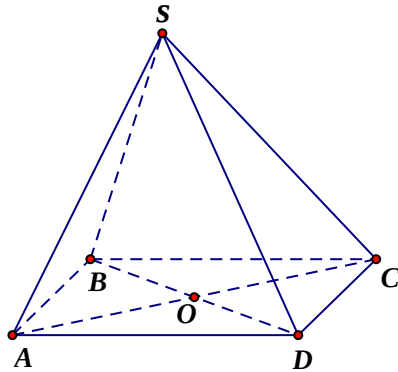
b) $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$.

c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------



* Có $\begin{cases} \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{BA} \\ \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{BA} \end{cases}$

Mà muốn có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} \Leftrightarrow \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} \Rightarrow$ Vô lí. Vậy a sai.

* Có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$. Vậy b đúng.

* Theo quy tắc hình bình hành $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow$ Phương án c sai.

* Có $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{AB}$. Vậy d sai.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Trọng lực $\vec{P}$ là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật được tính bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị: kg), $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do, có hướng đi xuống và có độ lớn $g = 9,8 m/s^2$. Xác định hướng và độ lớn của trọng lực (đơn vị: N) tác dụng lên quả bóng có khối lượng 450 gam.



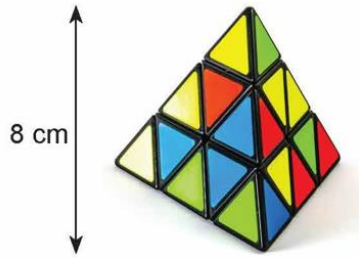
Trả lời:.....

Lời giải

Độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên quả bóng: $P = mg = 0,45.9,8 = 4,41N$

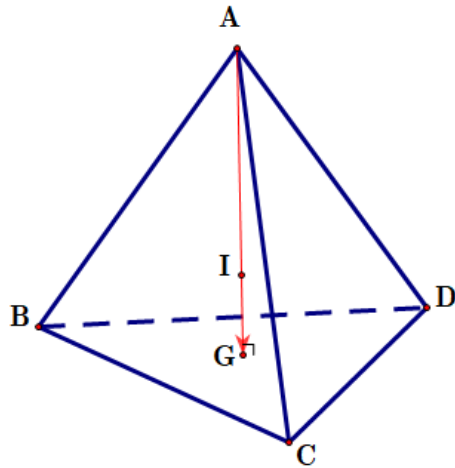
Câu 2: Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của tam giác BCD . Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối

rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 8 cm .



Trả lời:.....

Lời giải



Đặt tên khối rubik là tứ diện đều $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD , I là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Do đó, $\overline{AI} = 3\overline{IG} \Rightarrow IG = \frac{1}{4} AG$

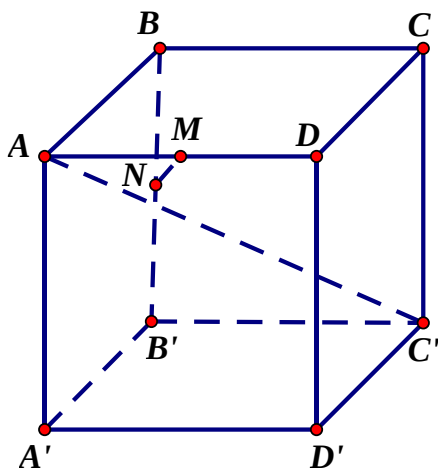
Vì chiều cao của rubik bằng 8 cm nên $AG = 8\text{ cm} \Rightarrow IG = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2(\text{cm})$

Vậy khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó bằng 2 cm .

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD , BB' . Cosin của góc hợp bởi MN và AC' bằng

Trả lời:.....

Lời giải



* Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

* Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AA'}$ $\Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = a$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} = 0$.

* Ta có:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow |\overrightarrow{AC'}| = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

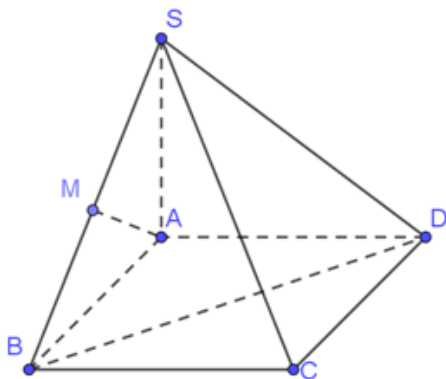
$$\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MN} = a^2 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2 = a^2$$

$$\cos(MN; AC') = \left| \cos(\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{AC'}) \right| = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AC'}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{AC'}|} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB . Khi đó góc giữa AM và BD bằng bao nhiêu độ?

Trả lời:.....

Lời giải



Xét $\triangle ABD$ vuông cân tại A , ta có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Góc giữa 2 đường thẳng BA và BD bằng 45° , suy ra $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = 135^\circ$.

Xét ΔSAB vuông cân tại A , ta có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

$$AM = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Vì M là trung điểm của SB nên: $\overrightarrow{2AM} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB}$.

Ta có $2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$ (Do $\overrightarrow{AS} \perp \overrightarrow{BD}$, nên $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$)

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}}{2} = \frac{AB \cdot BD \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD})}{2} = \frac{a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos(135^\circ)}{2} = \frac{-a^2}{2}.$$

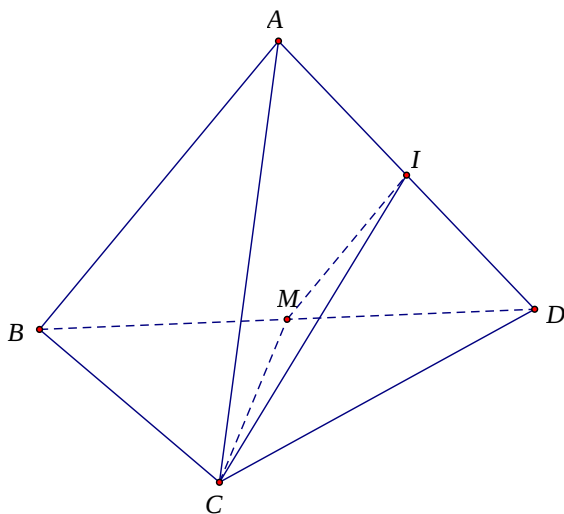
$$\text{Do đó } \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BD}) = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD}}{AM \cdot BD} = \frac{\frac{-a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BD}) = 120^\circ.$$

Vậy góc giữa AM và BD bằng 60° .

Câu 5: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng AB và CI , với I là trung điểm của AD .

Trả lời:.....

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BD .

Ta có: $IM \parallel AB$.

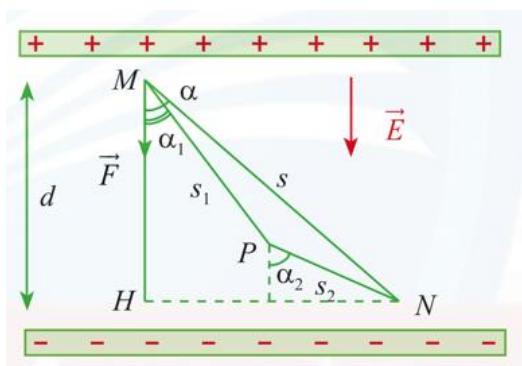
$$\Rightarrow (AB, IC) = (IM, IC).$$

$$\Rightarrow \cos(AB, IC) = \cos(IM, IC) = |\cos(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IC})| = |\cos MIC|.$$

$$\text{Mà: } \cos MIC = \frac{MI^2 + IC^2 - MC^2}{2 \cdot MI \cdot IC} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$\Rightarrow \cos(AB, IC) = |\cos MIC| = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 6: Một lực tĩnh điện $\vec{F}$ tác động lên điện tích điểm M trong điện trường đều làm cho M dịch chuyển theo đường gấp khúc MNP (Hình). Biết $q = 2 \cdot 10^{-12} C$, vectơ điện trường có độ lớn $E = 1,8 \cdot 10^5 N/C$ và $d = MH = 5mm$. Tính công A sinh bởi lực tĩnh điện $\vec{F}$.



Trả lời:.....

Lời giải

Đổi: $5mm = 0,005m$

Gọi K là điểm thuộc MH sao cho $PK \perp MH$, L là điểm thuộc HN sao cho $PL \perp HN$

♦ **Đề 2:**

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

A. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng

thức vector đúng:

A. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AB'} + \vec{AD}$.

B. $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$.

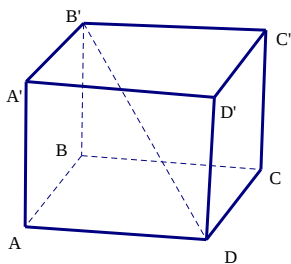
C. $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$.

D. $\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$



Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$. **B.** $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$$

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. **B.** $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có N là trung điểm của BC nên

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \\ &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

(Vì M là trung điểm AD).

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. **B.** $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. **D.** $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}$ (Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$).

Câu 5: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AB ?

A. $\overrightarrow{A'B'}$.

B. $\overrightarrow{A'C}$.

C. $\overrightarrow{A'C'}$.

D. $\overrightarrow{A'B}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB // A'B' \Rightarrow \overrightarrow{A'B'}$ là vector chỉ phương của đường thẳng AB .

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$. **B.** $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$. **D.** $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{D'C'}$.

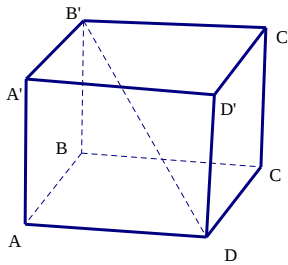
B. $\overrightarrow{BA}$.

C. $\overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải

Chọn A



Dễ dàng thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

Mà $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1}$ nên $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

A. $k = 2$.

B. $k = \frac{1}{2}$.

C. $k = \frac{1}{3}$.

D. $k = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) \text{ (quy tắc trung điểm)} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD})$$

Mà $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ (vì M là trung điểm AB) $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$. **B.** $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$.

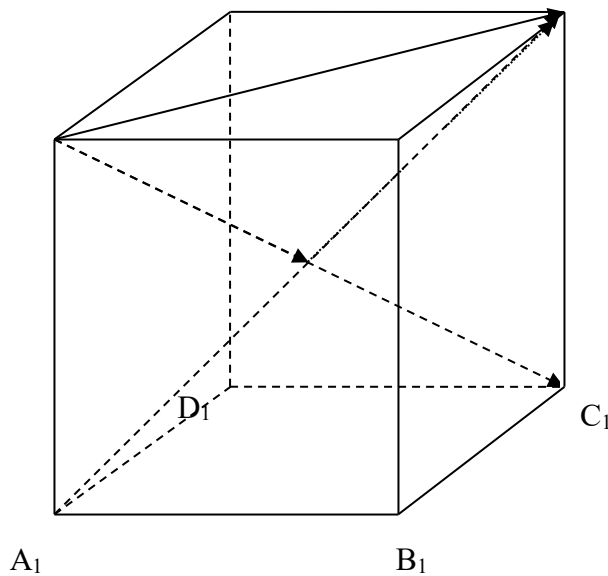
C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$. **D.** $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D

+ Gọi O là tâm của hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

+ Vận dụng công thức trung điểm để kiểm tra.



Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$ và I là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức đúng là.

A. $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. **B.** $\overrightarrow{SI} = 3(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$.

C. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$. **D.** $6\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

Lời giải

Chọn C

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SI} \Leftrightarrow \overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$.

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCDEFGH$, thực hiện phép toán: $\vec{x} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$

A. $\vec{x} = \overrightarrow{CE}$. **B.** $\vec{x} = \overrightarrow{CH}$. **C.** $\vec{x} = \overrightarrow{EC}$. **D.** $\vec{x} = \overrightarrow{GE}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CE}.$$

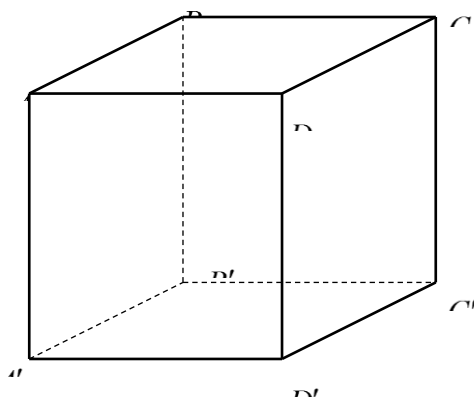
Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$.
- b) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{C'D'}|$.
- c) $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{CD}$.
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



Ta có

Đáp án a đúng vì $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DC'}$

Đáp án b đúng vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.

Đáp án c sai vì $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{DC} \neq \overrightarrow{CD}$.

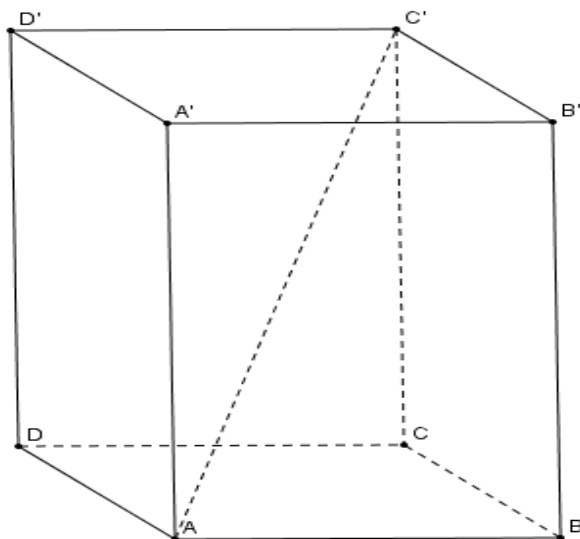
Đáp án d đúng vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ là quy tắc hình hộp.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD'}$.
- b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
- c) $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{DC'}$.
- d) $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DC'} + \overrightarrow{DA}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



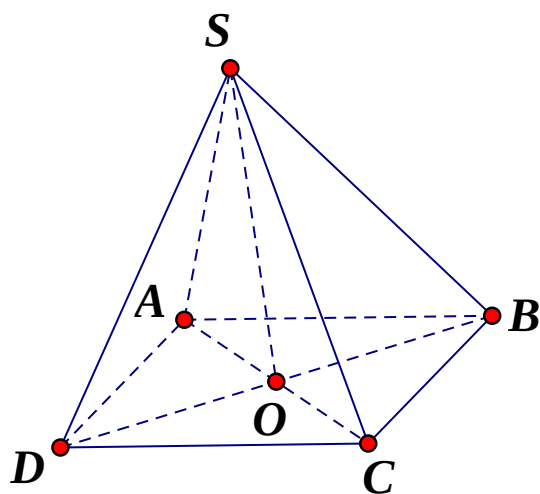
- +) Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$ nên đáp án **A** sai.
- +) Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ nên đáp án **B** đúng.
- +) Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{DC'}$ nên đáp án **C** đúng.
- +) Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DC'} + \overrightarrow{DA}$ nên đáp án **D** đúng.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$.
- b) $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.
- c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.
- d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



- +) Ta có O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$.

O là trung điểm của BD nên $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$.

Do đó $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$ là khẳng định đúng.

+) $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ là khẳng định đúng.

+) Ta có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$ như chứng minh trên.

Do đó $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$ là khẳng định sai.

+) Ta có O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.

O là trung điểm của BD nên $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Do đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ là khẳng định đúng.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$.

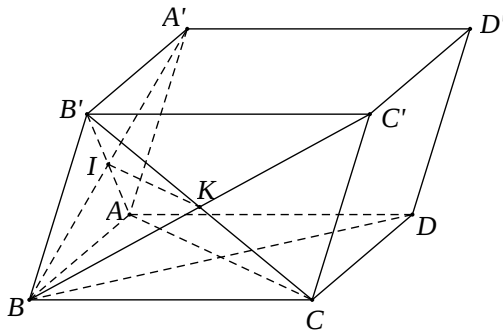
b) Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng.

c) $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$.

d) Ba vector $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a đúng do tính chất đường trung bình trong $\triangle B'AC$ và tính chất của hình bình hành $ACC'A'$.

b đúng do $IK \parallel AC$ nên bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng.

c đúng do việc ta phân tích:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}.\end{aligned}$$

d sai do giá của ba vector $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ đều song song hoặc trùng với mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó, theo định nghĩa sự đồng phẳng của các vector, ba vector trên đồng phẳng.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Theo định luật II Newton : Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

trong đó $\vec{a}$ là vectơ gia tốc (m/s^2), $\vec{F}$ là vectơ lực



Hình 20

Hình 20 tác dụng lên vật, m (kg) là khối lượng của vật.

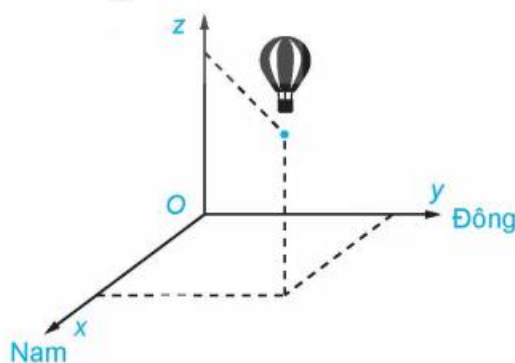
Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5 kg một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đã có độ lớn là bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $\vec{F} = m\vec{a}$, suy ra $|\vec{F}| = m|\vec{a}| = 0,5.50 = 25 \text{ (N)}$.

Vậy muốn truyền cho quả bóng khối lượng 0,5 kg một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đã có độ lớn là 25 N.

Câu 2: Một chiếc khinh khí cầu bay lên từ địa điểm cho trước. Sau khoảng thời gian bay, chiếc khinh khí cầu cách địa điểm xuất phát 2,5km về hướng nam và 1,7km về hướng đông, đồng thời cách mặt đất là 0,6km. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz với gốc O đặt tại điểm xuất phát của chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilomet.



Tính khoảng cách từ địa điểm xuất phát đến địa điểm hiện tại của khinh khí cầu

Đáp số.....

Lời giải

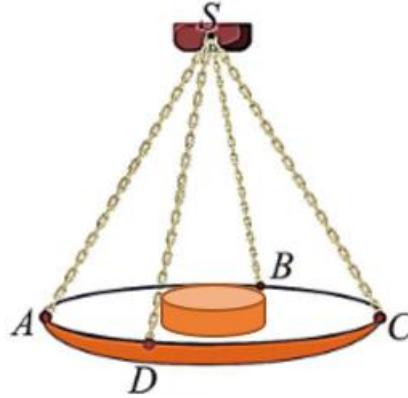
Đáp số: 3,08

Với hệ trục tọa độ đã chọn thì vị trí hiện tại của khinh khí cầu là $A(2,5;1,7;0,6)$.

Khi đó khoảng cách từ địa điểm xuất phát đến địa điểm hiện tại của kinh khí cầu là:

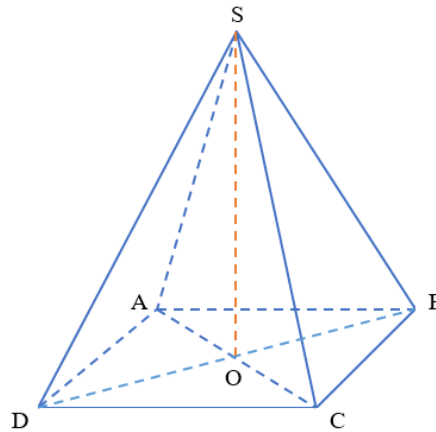
$$OA = \sqrt{2,5^2 + 1,7^2 + 0,6^2} \approx 3,08(km)$$

Câu 3: Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3\text{ kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S, ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 30.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = -4\overrightarrow{OS} = 4\overrightarrow{SO} \Rightarrow |\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}| = |4\overrightarrow{SO}| = 4SO.$$

$$\text{Trọng lượng của vật nặng là } P = mg = 3.10 = 30(N). \text{ Suy ra } 4|\overrightarrow{SO}| = P = 30(N) \Rightarrow SO = \frac{15}{2}.$$

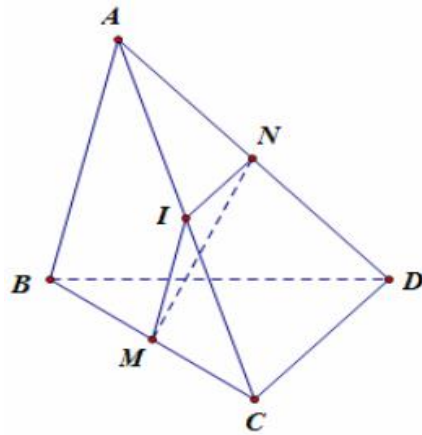
Lại có tam giác ASC vuông cân tại S nên

$$SO = SA \cdot \sin SAC \Rightarrow SA = \frac{SO}{\sin SAC} = \frac{\frac{15}{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{15\sqrt{2}}{2} = \frac{30\sqrt{2}}{4} \Rightarrow a = 30.$$

Vậy $a = 30$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD , biết $AB = a, CD = a, MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tìm số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AC .

Ta có $\begin{cases} IM \parallel AB \\ IN \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (AB, CD) = (IM, IN)$.

Đặt $\angle MIN = \alpha$. Xét tam giác IMN , có: $IM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}, IN = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}, MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

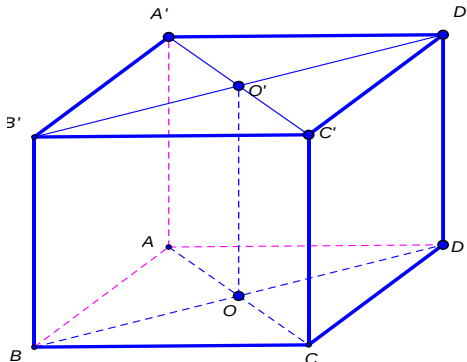
Theo định lý côsin, có $\cos \alpha = \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2 \cdot IM \cdot IN} = -\frac{1}{2} < 0$.

$\Rightarrow \angle MIN = 120^\circ \Rightarrow (AB, CD) = 60^\circ$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $A'C = \frac{3}{16}$. Gọi O là tâm hình vuông

$ABCD$ và điểm S thỏa mãn: $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Khi đó độ dài của đoạn OS bằng $\frac{a\sqrt{3}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Lời giải



Ta có: $A'C^2 = A'A^2 + AC^2 = 3A'A^2 \Rightarrow A'A = \frac{A'C}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{16}$.

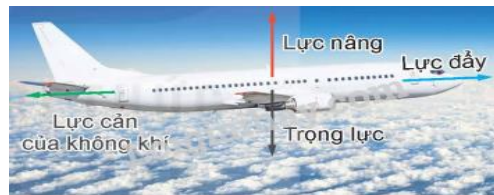
Gọi O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Lại có: $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$
 $= (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) + (\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OC'}) + (\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OD'})$
 $= 2\overrightarrow{OO'} + 2\overrightarrow{OO'} = 4\overrightarrow{OO'}$

Suy ra $OS = |\overrightarrow{OS}| = |4\overrightarrow{OO'}| = 4OO' = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{16} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Khi đó $a = 1, b = 4 \Rightarrow P = a^2 + b^2 = 17$.

Câu 6: Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học.



Hình 2.20

Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 lên 920, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 và 920 lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ với $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ ($k \in \mathbb{Q}; k > 0$). Tính giá trị của k .

Lời giải

Vì trong quá trình máy bay tăng vận tốc từ 900 lên 900, máy bay giữ nguyên hướng bay nên hai véc tơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có cùng hướng và $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ ($k > 0$).

Gọi v_1, v_2 lần lượt là vận tốc của chiếc máy bay khi đạt 900 và 920.

Suy ra $v_1 = 900, v_2 = 920$.

Vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương

vận tốc máy bay nên $\left| \frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2} \right| = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{900^2}{920^2} = \frac{2025}{2116} \Rightarrow |\vec{F}_1| = \frac{2025}{2116} |\vec{F}_2| \Rightarrow \vec{F}_1 = \frac{2025}{2116} \vec{F}_2$.

Từ đó suy ra: $k = \frac{2025}{2116} \approx 0,96$.

♦Đề 3:

👉 **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$.

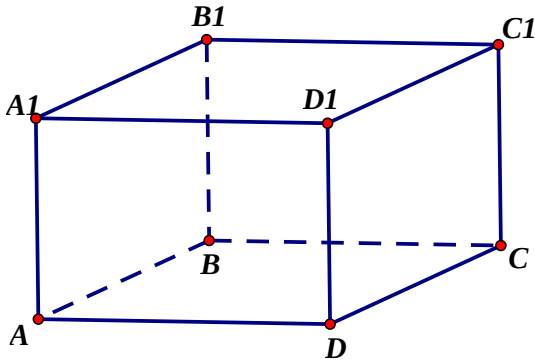
B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$ nên D sai.

Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. A đúng

Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$ nên

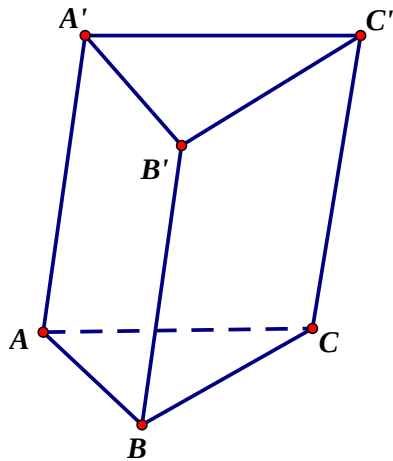
$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ nên B đúng.

Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.

Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$



Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có } \overrightarrow{B'C} &= \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC} \\
 &= -\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \\
 &= -\vec{b} - \vec{a} + \vec{c} \\
 \Rightarrow \overrightarrow{B'C} &= -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} \text{ hay } \overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}.
 \end{aligned}$$

Câu 3: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$.

- A.** $k = \frac{1}{4}$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = 4$. **D.** $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có } \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} &= 2\overrightarrow{PM}, \quad \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PN} \\
 \text{nên } \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} &= 2\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN} = 2(\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}) = 2.2.\overrightarrow{PI} = 4\overrightarrow{PI}. \text{ Vậy } k = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD . Chọn đẳng thức đúng.

- A.** $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$. **B.** $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.
C. $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$. **D.** $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$.

Lời giải

Chọn A

A Sai vì $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1D_1})$
 $= \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}) = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}.$

B Đúng vì $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1A_1} + \overrightarrow{C_1D_1})$
 $= \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1D_1}) = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}.$

C Sai. theo câu B suy ra.

D Sai vì $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BC_1} = \overrightarrow{BD_1}.$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}.$

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}.$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}.$

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}.$

Lời giải

Chọn C

M , N , G lần lượt là trung điểm của AB , CD , MN theo quy tắc trung điểm:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}.$$

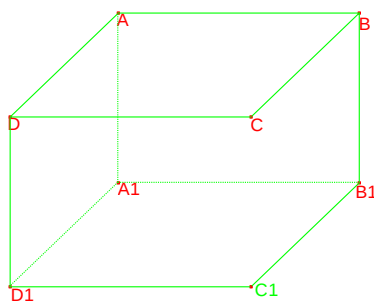
Suy ra: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ hay $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}.$

Câu 6: Cho $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp, trong các khẳng định sau khẳng định sai:

A. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$

C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$ **D.** $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$

Lời giải

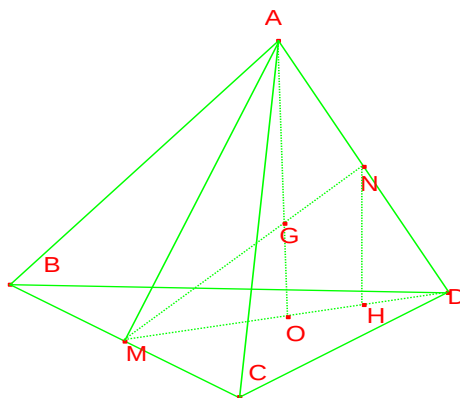


Ta có: $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$ $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AC_1} \Leftrightarrow \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{C_1A_1}$

Chọn C

Câu 7: Cho tứ diện ABCD và điểm G thỏa $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi O là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{OG}$ B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{OG}$
 C. $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{OG}$ D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{OG}$



Lời giải

Gọi M, N là trung điểm của BC, AD

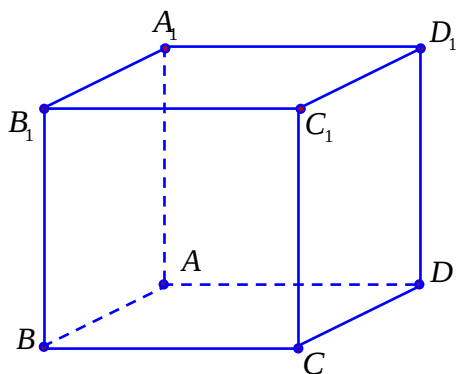
$\Rightarrow$ G là trung điểm MN. Gọi H là hình chiếu của N lên MD $\Rightarrow$ NH là đường trung bình của $\triangle AOD$ và OG là đường trung bình của $\triangle MNH$

$$\Rightarrow OG = \frac{1}{2} NH = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AO \Rightarrow OG = \frac{1}{2} NH = \frac{1}{4} AO$$

$$\text{hay } \overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{OG}$$

Chọn C

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (Tham khảo hình vẽ bên).

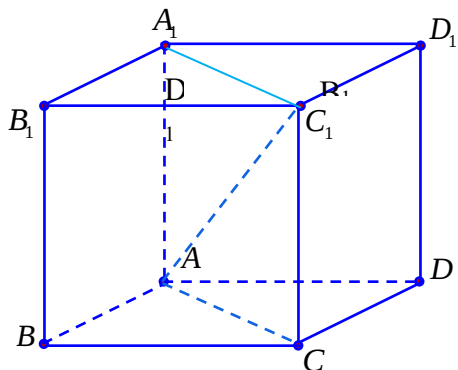


Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB}$.
 C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$.

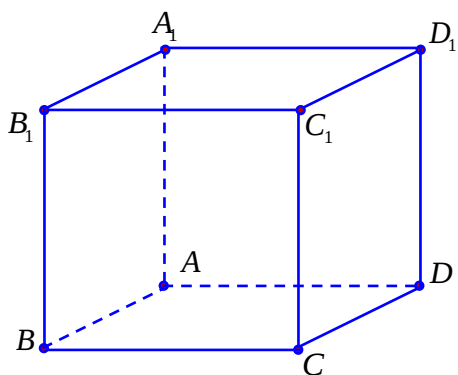
Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (Tham khảo hình vẽ bên).

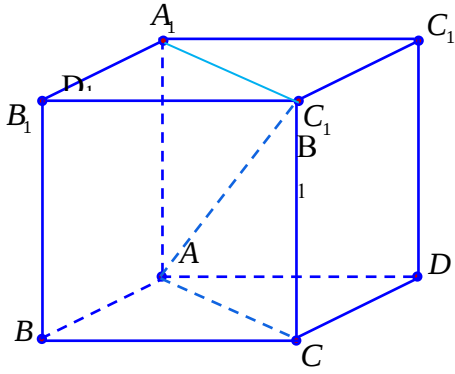


Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Các véc tơ $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}$ đồng phẳng. B. Các véc tơ $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.
 C. Các véc tơ $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng. D. Các véc tơ $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{A_1C_1}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}$ cùng có giá song song hoặc nằm trong $(ABCD) \Rightarrow A$ đúng

Ta có $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AC}$ cùng có giá nằm trong $(AA_1C_1C) \Rightarrow C$ đúng

Ta có $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{AC}$ cùng có giá song song hoặc nằm trong $(AA_1C_1C) \Rightarrow D$ đúng

Vậy B **sai**.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định **đúng**.

A. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BD}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn B

Ta có 3 vectơ $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng vì chúng có giá cùng nằm trên mặt phẳng (BCD_1A_1) .

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng.

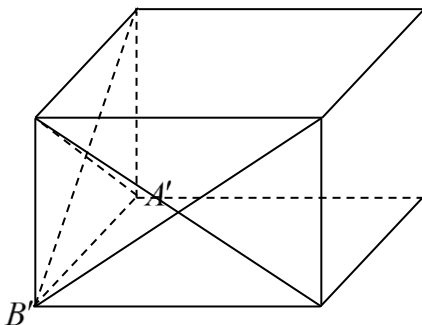
B. $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$.

C. Ba vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $BD \subset (ABCD)$; $IK // AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow IK // (ABCD)$;
 $B'C' // BC, BC \subset (ABCD) \Rightarrow B'C' // (ABCD)$.

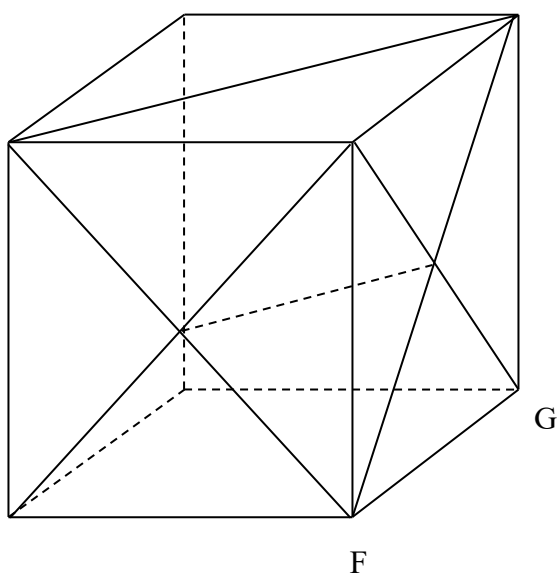
Vậy ba vector $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ đồng phẳng.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.
 C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn D



$$+ \begin{cases} IK // (ABCD) \\ GF // (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{BD} \text{ đồng phẳng.}$$

+ Các bộ vectơ ở câu A, C, D không thể có giá cùng song song với một mặt phẳng.

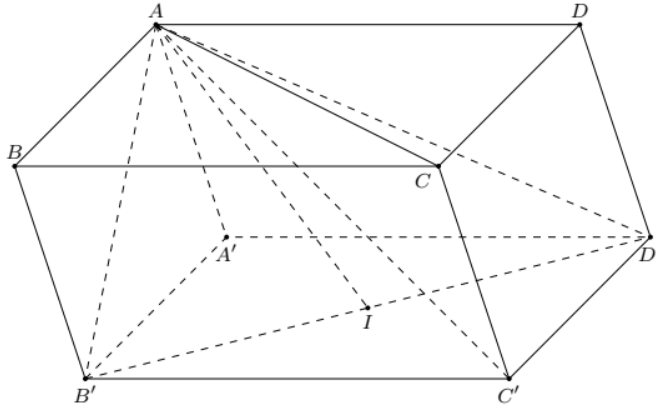
👉 Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ không đồng phẳng.
 b) Các vector $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$ không đồng phẳng.
 c) Các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'}$, $\overrightarrow{A'C}$ không đồng phẳng.
 d) Các vector $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ đồng phẳng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



Xét phương án a. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB}$.

Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ không đồng phẳng vì $ABCC'$ là tứ diện.

Xét phương án b. Ta có $\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{CC'}$ đồng phẳng vì giá của chúng là các đường thẳng song song nhau nên sẽ luôn song song với một mặt phẳng nào đó.

Xét phương án c. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{C'A'}$. Các vectơ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{A'C}$ có giá là các đường thẳng cùng nằm trên mặt phẳng $(AA'C'C)$ nên chúng đồng phẳng.

Xét phương án d. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD'}$. Các vectơ $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}, \vec{x} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$ hiển nhiên đồng phẳng.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh a . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = a^2$.

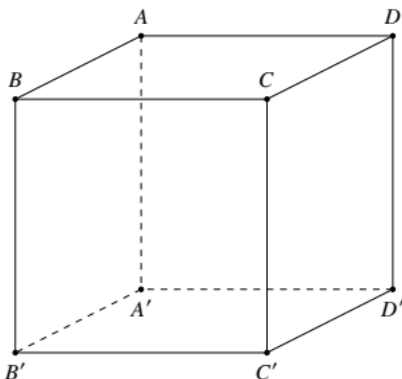
b) $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = a^2$.

c) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = 0$.

d) $|\overrightarrow{AC'}| = a\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



Ta có: $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AA'} = |\overrightarrow{AD'}| \cdot |\overrightarrow{AA'}| \cos 45^\circ = a^2$.

$\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = |\overrightarrow{AD'}| \cdot |\overrightarrow{AB'}| \cos 60^\circ = a^2$.

$\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BA'} = 0$.

$|\overrightarrow{AC'}| = AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CC'^2} = a\sqrt{3}$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy M, N sao cho $AM = 3MD$; $BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a. Các vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

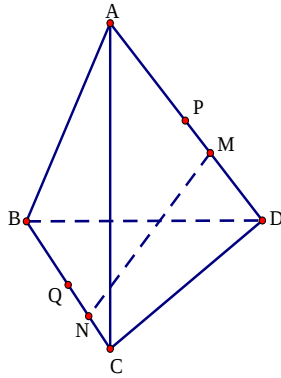
b) Các vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng.

c) Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng.

d) Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



a. Sai vì

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BN} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} \\ 3\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{MD} + 3\overrightarrow{DB} + 3\overrightarrow{BN} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.

b. Đúng vì

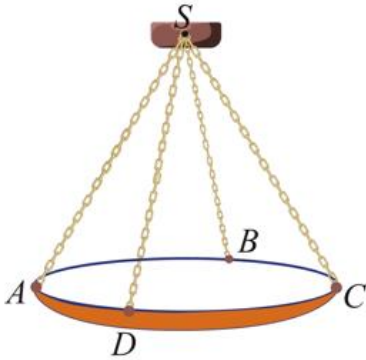
$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{DC}).$$

$\Rightarrow \overline{MN}, \overline{DC}, \overline{PQ}$: đồng phẳng.

c. Đúng. Bằng cách biểu diễn $\overline{PQ}$ tương tự như trên ta có $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{DC})$.

d. Đúng. Biểu diễn giống đáp án A ta có $\overline{MN} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{1}{4}\overline{DC}$.

Câu 4: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5kg$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 60^\circ$ (Hình).



Biết $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $10 m/s^2$, $\vec{P}$ là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Khi đó:

a) $\overline{SA}, \overline{SB}, \overline{SC}, \overline{SD}$ là 4 vec tơ đồng phẳng

b) $|\overline{SA}| = |\overline{SB}| = |\overline{SC}| = |\overline{SD}|$

c) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm bằng $50 N$

d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2} N$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

c) Độ lớn trọng lực tác động lên đèn chùm là: $P = mg = 5.10 = 50 N$

d) Ta có $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow SA = SB = SC = SD$

Mà $ASC = 60^\circ \Rightarrow$ Tam giác SAC đều

Gọi O là trung điểm AC .

Ta có: Hợp lực của 4 sợi xích là: $\vec{F} = \overline{SA} + \overline{SC} + \overline{SB} + \overline{SD} = 2\overline{SO} + 2\overline{SO} = 4\overline{SO}$

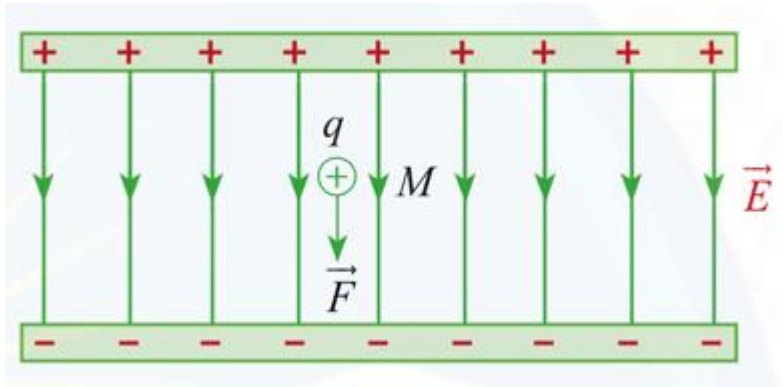
Để đèn chùm đứng yên thì hợp lực của các sợi xích phải cân bằng với trọng lực hay $4\overline{SO} = \vec{P}$ hay $4SO = P \Leftrightarrow SO = 12,5$

Xét tam giác đều SAC : $SA = \frac{\sqrt{3}}{2} SO = \frac{25\sqrt{3}}{4}$

Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích là $\frac{25\sqrt{3}}{4} N$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Câu 1: Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9} C$ và độ lớn điện trường $E = 10^5 N / C$ (Hình).



Trả lời:.....

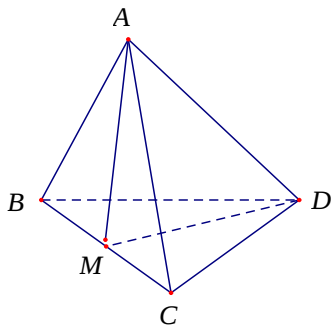
Lời giải

Độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm là: $F = qE = 2 \cdot 10^{-12} \cdot 1,8 \cdot 10^5 = 3,6 \cdot 10^{-7} N$

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM})$

Trả lời:.....

Lời giải



Xét tứ diện $ABCD$ cạnh a ta có: $DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DM}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{DM}|} = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DM}}{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DM}}{a^2}.$$

Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DM}$

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$$

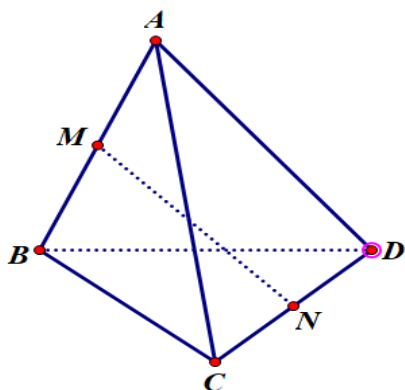
$$= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AM}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) - |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{4}.$$

$$\text{Vậy } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 3: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD . Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN})$

Trả lời:.....

Lời giải



$$\text{♦ Ta có } \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{MN}}{|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{MN}|} \quad (1).$$

$$\text{♦ } |\overrightarrow{AC}| = a \quad (2)$$

$$\text{♦ } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \Rightarrow |\overrightarrow{MN}|^2 = \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AC}^2 + 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2) = \frac{1}{4}(2a^2 + 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD})$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cos 60^\circ - |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cos 60^\circ = 0$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{MN}| = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

$$\text{♦ ta có } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}) = \frac{a^2}{2} \quad (4)$$

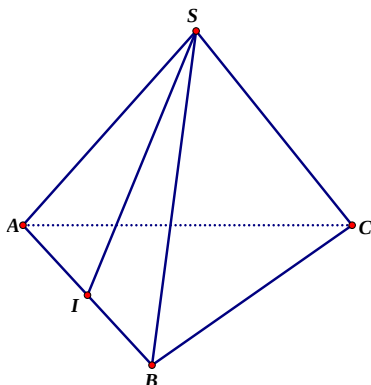
$$\text{Thay (2), (3), (4) vào (1) ta có } \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC$. Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SI}; \overrightarrow{BC}$

Trả lời:.....

Lời giải

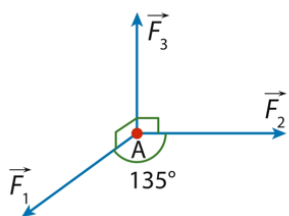


Giả sử $SA = SB = SC = a$.

$$\begin{aligned}\cos(\overrightarrow{SI}; \overrightarrow{BC}) &= \frac{\overrightarrow{SI} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{SI}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{1}{2} \frac{(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB}) \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB})}{|\overrightarrow{SI}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{1}{2} \frac{\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB}}{|\overrightarrow{SI}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{\overrightarrow{SB}^2}{|\overrightarrow{SI}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = -\frac{1}{2} \frac{a^2}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}. \text{ (Vì hình chóp } S.ABC \text{ có các cạnh } SA, SB, SC \text{ đôi một}\end{aligned}$$

vuông góc nên $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 0$; $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$ và $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$). Suy ra: $(\overrightarrow{SI}; \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$.

Câu 5: Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α) , chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá nằm trong (α) và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$, còn lực $\vec{F}_3$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Xác định hợp lực của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là $20N$, $15N$ và $10N$.



Trả lời:.....

Lời giải

Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{F}_1, \overrightarrow{OB} = \vec{F}_2, \overrightarrow{OC} = \vec{F}_3$.

Dựng hình bình hành $OADB$ và hình bình hành $ODEC$.

Hợp lực tác động vào vật là $\vec{F} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OE}$

Áp dụng định lí côsin trong tam giác OBD , ta có

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2 \cdot BD \cdot OB \cdot \cos OBD = OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ.$$

Vì $OC \perp (OADB)$ nên $OC \perp OD$, suy ra $ODEC$ là hình chữ nhật.

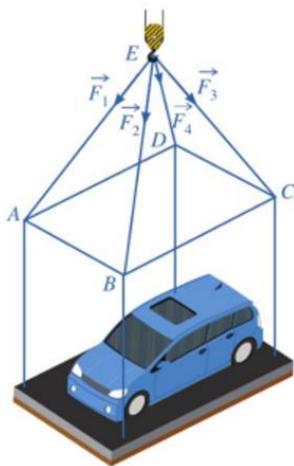
Do đó tam giác ODE vuông tại D .

Ta có $OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ$.

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } OE &= \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ} \\ &= \sqrt{10^2 + 20^2 + 15^2 + 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos 135^\circ} \approx 17,34. \end{aligned}$$

Vậy độ lớn của hợp lực là $F = OE \approx 17,34 N$.

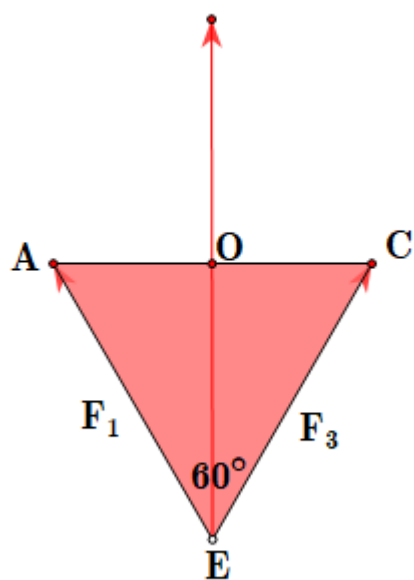
Câu 6: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° (Hình). Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.



Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là $4700 N$ và trọng lượng của khung sắt là $3000 N$.

Trả lời:.....

Lời giải



Ta có $\angle AEC = 60^\circ$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3} = 2\overrightarrow{EO} \Rightarrow |\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3}| = 2|\overrightarrow{EO}| \Rightarrow |\overrightarrow{F_1}| \sqrt{3} = 4700\sqrt{3}$$

$$\text{Tương tự ta cũng có } \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_4} = |\overrightarrow{F_2}| \sqrt{3} = 4700\sqrt{3}$$

Vậy trọng lực ô tô là: $(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4}) - (\text{trọng lực khung sắt}) \approx 13281(N)$