

Bài 21. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH**PHẦN A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

Các bước giải một bài toán bằng cách lập phương trình:

- Bước 1: Lập phương trình.
 - Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
 - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
 - Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.
- Bước 2: Giải phương trình.
- Bước 3: Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

PHẦN B. PHÂN LOẠI CÁC BÀI TẬP**I. Toán chuyển động đều**

Bài 1. Quãng đường AB dài 90 km, có hai ô tô khởi hành cùng một lúc. Ô tô thứ nhất đi từ A đến B, ô tô thứ hai đi từ B đến A. Sau 1 giờ hai xe gặp nhau và tiếp tục đi. Xe ô tô thứ hai tới A trước xe thứ nhất tới B là 27 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Hướng dẫn: Áp dụng công thức $S = v.t$ (S là quãng đường, v là vận tốc, t là thời gian, $S:(\text{km})$; $v(\text{km/h})$; $t(\text{h})$).

Lời giải

Ta có: 27 phút $= \frac{9}{20}$ (giờ).

Sau 1 giờ hai xe gặp nhau nên tổng vận tốc của hai xe bằng 90 (km/h).

Gọi x là vận tốc của xe thứ nhất ($x > 0$; x tính bằng km/h).

thì vận tốc của xe thứ hai là $90 - x$ (km/h) ($x < 90$)

Thời gian của xe thứ nhất đi từ A đến B là $\frac{90}{x}$ (giờ).

Thời gian của xe thứ hai là $\frac{90}{90 - x}$ (giờ).

Ta có phương trình: $\frac{90}{x} - \frac{9}{90 - x} = \frac{9}{20}$.

$$\Leftrightarrow x^2 - 490x + 18000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (nhận)} \\ x = 450 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Trả lời: Vận tốc của xe thứ nhất là 40 (km/h); vận tốc của xe thứ hai là 50 (km/h).

Bài 2. Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian đã định. Sau khi đi 1 giờ, ô tô dừng lại 10 phút. Do đó để đến B đúng như dự kiến, ô tô phải tăng vận tốc thêm 6 km/h. Tính vận tốc ban đầu của ô tô.

Lời giải

Gọi x (km/h; $x > 0$) là vận tốc ban đầu của ô tô.

Như vậy thời gian dự định để đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (h).

Ta có 10 phút $= \frac{1}{6}$ (giờ).

Sau khi đi 1 giờ, ô tô đi được một đoạn đường là $x(\text{km})$ (như vận tốc của ô tô đã dự định đi 1 giờ được $x(\text{km})$).

Vậy quãng đường còn lại là $120 - x(\text{km})$.

Ta có phương trình $\frac{120-x}{x+6} + 1 + \frac{1}{6} = \frac{120}{x}$

$$\Leftrightarrow 6x(120-x) + 7x(x+6) = 720(x+6)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 42x - 4320 = 0 (*)$$

$$\Delta = 1; b = 42 \Rightarrow b' = 21; c = -4320$$

$$\Delta' = 21^2 + 4320 = 4341 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 69$$

$$\text{Ta có: } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -21 - 69 \\ x = -21 + 69 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -90 \text{ (loại)} \\ x = 48 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Trả lời: Vận tốc dự định của ô tô là 48 (km/h).

Bài 3. Một người đi xe đạp từ A đến B dài 36 km. Lúc về người đó tăng vận tốc thêm 3 km/h, do đó thời gian về ít hơn lúc đi là 36 phút. Tính vận tốc lúc đi.

Hướng dẫn: Xem cách giải bài toán 1.

Lời giải

Gọi $x(\text{km/h}; x > 0)$ là vận tốc của xe đạp lúc đi từ A đến B; như vậy thời gian đi từ A đến B mất $\frac{36}{x}(\text{h})$.

Lúc về có vận tốc là $x+3(\text{km/h})$, nên thời gian về là $\frac{36}{x+3}(\text{h})$.

Lại có 36 (phút) $= \frac{3}{5}$ (giờ).

Ta có phương trình: $\frac{36}{x} = \frac{36}{x+3} + \frac{3}{5}$

$$\Leftrightarrow 180(x+3) = 180x + 3x(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 180(x+3) = 180x + 3x(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 9x - 540 = 0 (*)$$

$$(a = 3; b = 9; c = -540)$$

$$\Rightarrow \Delta = 9^2 - 4.3.(-540) = 6561 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 81.$$

$$\text{Vậy } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-9-81}{6} \\ x = \frac{-9+81}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -15 \text{ (loại)} \\ x = 12 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Trả lời: Vận tốc lúc đi từ A đến B của người đi xe đạp là $12(\text{ km / h})$.

II. Toán về công việc làm chung

Bài 4. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì 6 giờ đầy bể. Nếu mở vòi chảy một mình cho đầy bể thì vòi thứ hai cần nhiều hơn vòi thứ nhất 5 giờ. Tính thời gian để mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Hướng dẫn: Bài toán quy về đơn vị (bạn xem chương II. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn).

Lời giải

Gọi thời gian để vòi thứ nhất chảy đầy bể là x (giờ) ($x > 0$) thì thời gian để vòi thứ hai chảy đầy bể $x+5$ (giờ)

Khi đó, mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể; vòi thứ hai chảy được: $\frac{1}{x+5}$ bể và cả hai vòi chảy được $\frac{1}{6}$ bể.

Vậy, ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$

$$\Leftrightarrow 6(x+5) + 6x = x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \text{ (nhận)} \\ x = -3 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Trả lời:

Vòi thứ nhất chảy đầy bể trong 10 giờ.

Vòi thứ hai chảy đầy bể trong 15 giờ.

Bài 5. Hai người cùng làm chung một công việc trong 12 ngày mới xong. Nếu người thứ nhất làm một mình được một nửa công việc và để người thứ hai làm phần còn lại cho xong thì mất tất cả 25 ngày. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì bao lâu sẽ xong?

Hướng dẫn: Xem lời giải bài toán 4.

Lời giải

Gọi x (ngày; $x > 0$) là thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc; như vậy một ngày người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc). Người thứ nhất và người thứ hai làm mỗi người một nửa công việc thì mất 25 ngày, vậy tổng số ngày làm riêng của hai người sẽ là $25 \times 2 = 50$ (ngày).

Vậy người thứ hai làm riêng hết $50 - x$ (ngày); nếu do đó một ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{50-x}$ (công việc).

Điều kiện $x < 50$; Theo bài ra, ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{50-x} = \frac{1}{12}$$

$$\Leftrightarrow 12(50-x) + 12x = x(50-x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 50x + 600 = 0 (*)$$

$$a = 1; b = -50; c = 600$$

$$\Rightarrow \Delta' = (-25)^2 - 600 = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 5.$$

$$\text{Vậy } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 - 5 \\ x = 25 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \text{ (nhân)} \\ x = 30 \text{ (nhân)} \end{cases}$$

Trả lời: Người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt hết 20 ngày; 30 ngày (hoặc ngược lại: (30 ngày hoặc 20 ngày).

III. Tính độ dài, diện tích

Bài 6. Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13 m, chiều dài hơn chiều rộng là 7 m. Tính diện tích của mảnh đất.

Hướng dẫn: Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông có cạnh huyền là đường chéo hình chữ nhật, hai cạnh góc vuông là hai cạnh hình chữ nhật.

Lời giải

Gọi $x (m; x > 0)$ là chiều rộng của hình chữ nhật, thì chiều dài của nó là $x + 7 (m)$.

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ABD , ta có:

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

Vậy ta có phương trình: $x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 14x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0 (*)$$

$$(a = 1; b = 7; c = -60)$$

$$\Delta = 289 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 17$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-7-17}{2} \\ x = \frac{-7+17}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \text{ (loại)} \\ x = 5 \end{cases}$$

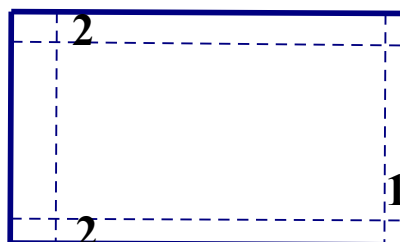
Chiều rộng, chiều dài hình chữ nhật lần lượt là 5 (m) và 12 (m). Vậy diện tích hình chữ nhật là: $60 (m^2)$.

Bài toán tương tự. Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 10 m. Hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 2 m. Tìm các cạnh góc vuông.

(Đáp số: 6 (m); 8 (m)).

Bài 7. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 280 m. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn rộng 2 m, diện tích còn lại để trồng trọt là $4256 m^2$. Tính chiều dài, chiều rộng của vườn.

Lời giải



Nửa chu vi của vườn là $\frac{280}{2} = 140$ (m).

Gọi chiều dài của hình chữ nhật là x (m; $70 < x < 140$),
chiều rộng là $140 - x$ (m).

Mỗi bên đắp 2 (m) làm lối đi, nên chiều dài của đất để lại trồng trọt chỉ còn $x - 4$ (m) và chiều rộng là $140 - x - 4 = 136 - x$ (m).

Theo bài ra, ta có phương trình:

$$(x - 4)(136 - x) = 4256$$

$$\Leftrightarrow 136x - x^2 - 544 + 4x = 4256$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 140x + 4800 = 0 (*)$$

$$(a = 1; b = -140 \Rightarrow b' = -70; c = 4800)$$

$$\Delta' = 4900 - 4800 = 100 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 10$$

$$\text{Vậy } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 70 - 10 \\ x = 70 + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \text{ (loại)} \\ x = 80 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Trả lời: Chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là 80 (m) và 60 (m)

IV. Tìm số tự nhiên

Bài 8. Tích của hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 109. Tìm hai số đó.

Hướng dẫn: Hai số tự nhiên liên tiếp là n và $n + 1$ (chẳng hạn: 5 và 6).

Lời giải

Gọi số tự nhiên là x ($x \in N^*$) thì số kế sau nó là $x + 1$. Theo bài ra, ta có phương trình:

$$x(x + 1) - (x + x + 1) = 109$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - x - x - 1 - 109 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 110 = 0 (*)$$

$$(a = 1; b = -1; c = -110)$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-110) = 441 > 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 21$$

$$\text{Vậy } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + 21}{2} \\ x = \frac{1 - 21}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \text{ (nhận)} \\ x = -10 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Trả lời: Hai số cần tìm là 11 và 12.

Bài 10. Tìm hai số tự nhiên, biết rằng số lớn hơn số bé 5 đơn vị, tổng các bình phương của chúng bằng 4153.

Hướng dẫn: Hai số là a và b thì tổng các bình phương là $a^2 + b^2$ (không phải là $(a + b)^2$).

Lời giải

Gọi số bé là x ($x \in N^*$) thì số lớn sẽ là $x + 5$. Theo đề ra, ta có phương trình:

$$x^2 + (x+5)^2 = 4153$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 10x - 4128 = 0(*)$$

$$a = 2; b = 10 \Rightarrow b' = 5; c = -4128$$

$$\Delta' = 25 + 2.4128 = 8281 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 91$$

$$\text{Vậy } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5-91}{2} \\ x = \frac{-5+91}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -48(\text{loại}) \\ x = 43(\text{nhận}) \end{cases}$$

Trả lời: Số bé là 43; số lớn là $43 + 5 = 48$.

VI. Bài toán về phần trăm

Bài 11. Dân số của một tỉnh sau hai năm tăng từ 2.000.000 người lên 2048288 người. Tính xem hàng năm trung bình dân số tăng bao nhiêu phần trăm?

Hướng dẫn: Tìm số dân tăng từng năm: Sau năm thứ nhất khác với sau năm thứ hai. Ta không thể lấy 2048288 trừ đi 2.000.000 và chia trung bình (chia cho 2).

Lời giải

Gọi phần trăm tăng mỗi năm là $x(\%)$; $x > 0$.

Sau năm thứ nhất số dân của tỉnh là:

$$2.000.000 + 2.000.000 \cdot \frac{x}{100} = 2.000.000 + 20.000x$$

Số dân sau năm thứ hai là:

$$(2.000.000 + 20.000x) \cdot \frac{x}{100} = 200x(x+100)$$

Theo bài ra, ta có phương trình:

$$2000.000 + 20.000x + 200x(x+100) = 2.048.288$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 200x - 241,44 = 0(*)$$

$$(a = 1; b = 200 \Rightarrow b' = 100; c = -241,44)$$

$$\Delta' = 10000 + 241,44 = 10241,44 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 101,2$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -100 - 101,2 \\ x = -100 + 101,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -201,2(\text{loại}) \\ x = 1,2(\text{tm}) \end{cases}$$

Trả lời: Hàng năm dân số tỉnh A tăng $1,2(\%)$.

Bài 12. Một người vay 20 triệu đồng ở ngân hàng thời hạn một năm phải trả cả vốn lẫn lãi. Song được ngân hàng tiếp tục cho vay thêm một năm nữa. Hết hai năm phải trả 24.200.000 đồng. Hỏi lãi suất cho vay là bao nhiêu phần trăm trong một năm.

Hướng dẫn: Bài toán này tương tự như bài toán 11, ta không tính trung bình, mà tính "lãi mẹ đẻ lãi con" mới đúng.

Lời giải

Gọi $x(\%)$; $x > 0$ là lãi suất trong một năm của ngân hàng.

Sau năm thứ nhất người đó phải trả:

$$20.000.000 + 20.000.000 \cdot \frac{x}{100} = 200.000(100 + x)$$

Số tiền sau năm thứ hai tăng thêm là:

$$200.000(100 + x) \frac{x}{100} = 2000x(x + 100)$$

Theo bài ra, ta có phương trình:

$$200.000(100 + x) + 2000x(x + 100) = 24.2000.000$$

$$2000x^2 + 400.000x - 4.200.000 = 0 (*)$$

Giải ra, ta được nghiệm của phương trình (*) là: $\begin{cases} x_1 = 10 \text{ (thỏa)} \\ x_2 = -210 \text{ (loại)} \end{cases}$

Trả lời: Lãi của ngân hàng một năm là 10% .

∞ HẾT ∞