

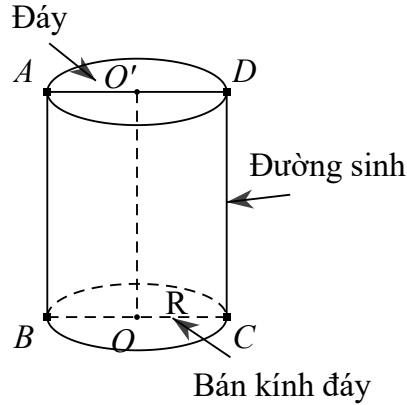
CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

BÀI 31. HÌNH TRỤ VÀ HÌNH NÓN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

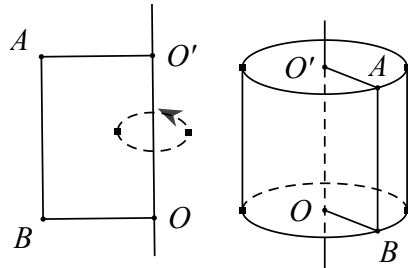
1. Hình trụ

- Nhận biết

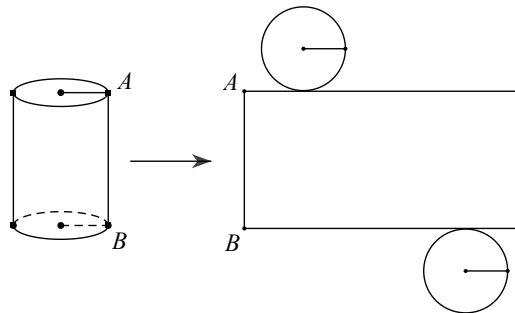


Khi quay hình chữ nhật $O'ABO$ một vòng quanh OO' cố định thì ta được một hình trụ, trong đó:

- Hai đáy của hình trụ là hai hình tròn bằng nhau $(O'; O'A)$ và $(O; OB)$.
- Mỗi đường sinh là một vị trí của AB khi quay. Vậy hình trụ có vô số đường sinh. $R = O'A = OB$ gọi là bán kính của hình trụ.
- Độ dài của đoạn OO' gọi là chiều cao của hình trụ. Các đường sinh bằng nhau và bằng OO' .



Chú ý: Từ một hình trụ, nếu ta cắt rời hai đáy và cắt theo một đường sinh nào đó rồi trải phẳng ra thì ta được một hình phẳng (gồm hai hình tròn và một hình chữ nhật) như hình vẽ gọi là *hình khai triển của hình trụ* đã cho.



- Diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ

Công thức tính diện tích mặt xung quanh (gọi tắt là diện tích xung quanh, kí hiệu là S_{xq}) của hình trụ như sau: $S_{xq} = 2\pi Rh$

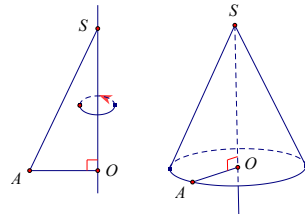
trong đó R là bán kính đáy, h là chiều cao.

Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy}$

Thể tích của hình trụ: $V = S_{đáy} \cdot h = \pi R^2 h$

trong đó $S_{đáy}$ là diện tích đáy, R là bán kính, h là chiều cao.

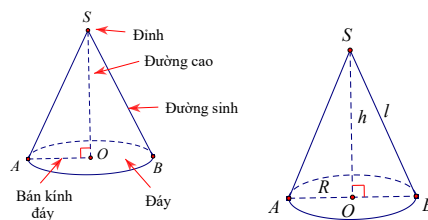
2. Hình nón



• Khi quay tam giác vuông SOA (vuông ở O) một vòng quanh SO cố định thì ta được một hình nón đỉnh S , trong đó:

- Đáy của hình nón là hình tròn $(O; OA)$, $R = OA$ gọi là bán kính đáy của hình nón.
- Mỗi đường sinh là một vị trí của SA khi quay. Vậy hình nón có vô số đường sinh dài bằng nhau.
- SO gọi là đường cao của hình nón. Độ dài đoạn SO được gọi là chiều cao của hình nón.

• Một số yếu tố của hình nón:



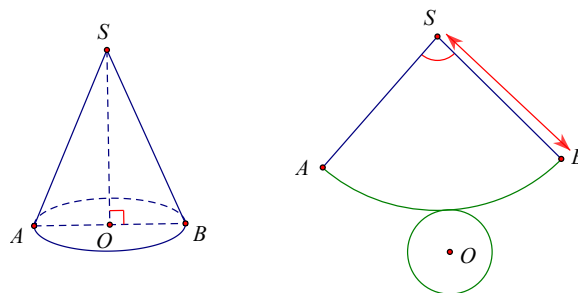
Đỉnh: S .

Chiều cao: $h = SO$.

Đường sinh: $l = SA = SB$.

Bán kính đáy: $r = OA$.

Chú ý: Cho một hình nón. Nếu ta cắt rời đáy và cắt mặt xung quanh của nó theo đường sinh SA rồi trải phẳng ra thì được một hình phẳng (gồm một hình tròn và một hình quạt như hình vẽ gọi là hình khai triển của hình nón đã cho).



• Diện tích xung quanh và thể tích của hình nón

Công thức tính diện tích mặt xung quanh (gọi tắt là diện tích xung quanh, kí hiệu là S_{xq}) của hình nón như sau:

$$S_{xq} = \pi r l ,$$

trong đó r là bán kính đáy, l là độ dài đường sinh.

Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}$

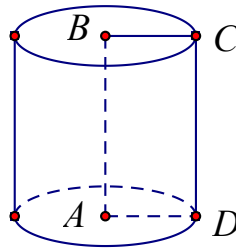
Công thức tính thể tích V hình nón như sau: $V = \frac{1}{3} S_{đáy} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h ,$

trong đó $S_{đáy}$ là diện tích đáy, r là bán kính đáy, h là chiều cao.

B. PHÂN LOẠI CÁC BÀI TẬP

I. Nhận biết hình trụ

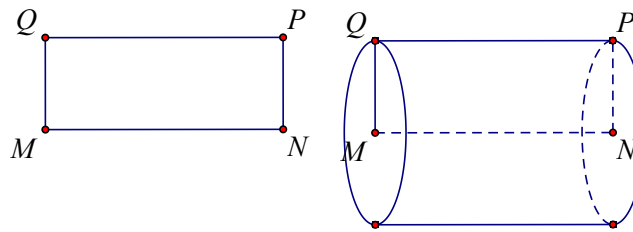
Bài toán 1. Tính chiều cao và bán kính đáy của hình trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ có $CD = 3\text{cm}$, $AD = 2\text{cm}$ quanh cạnh AB (hình vẽ).



Lời giải

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB , ta được hình trụ có chiều cao $CD = 3\text{cm}$ và bán kính đáy $AD = 2\text{cm}$.

Bài toán tương tự. Cho hình chữ nhật $MNPQ$ có $PQ = 4\text{cm}$, $NP = 2,5\text{cm}$ quay quanh cạnh MN . Chỉ ra mặt đáy, đường sinh và tính chiều cao, bán kính đáy của hình trụ tạo thành.

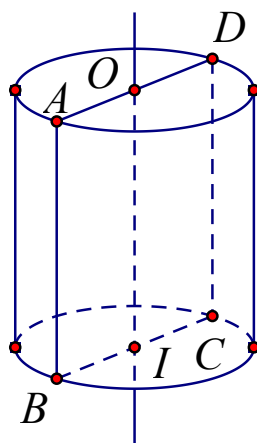


Hướng dẫn

Mặt đáy là hình tròn tâm M và N , bán kính $MQ = NP$, đường sinh PQ .

Chiều cao của hình trụ là $PQ = 4\text{cm}$, bán kính đáy của hình trụ là $NP = 2,5\text{cm}$.

Bài toán 2. Cho hình chữ nhật $ABCD$, các điểm O, I lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC . Xét hình trụ được tạo ra khi quay hình chữ nhật $AOIB$ một vòng xung quanh đường thẳng cố định chứa cạnh OI của hình chữ nhật đó (Hình vẽ).



Hãy chỉ ra:

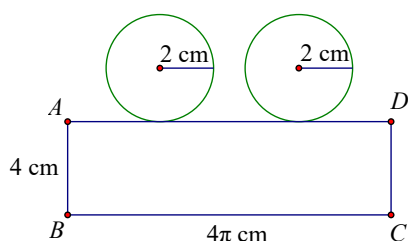
- Bốn bán kính đáy của hình trụ;
- Chiều cao của hình trụ;
- Hai đường sinh của hình trụ.

Lời giải

- Bán kính đáy của hình trụ: $OA; OD; IB; IC$.
- Chiều cao của hình trụ: AB .
- Đường sinh: $AB; CD$.

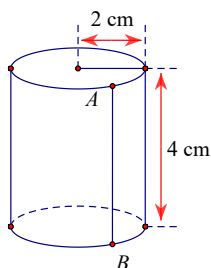
Bài toán 3. Cho hình khai triển (hình vẽ) đối với hình trụ nhận được. Hãy chỉ ra:

- Một đường sinh của hình trụ.
- Độ dài bán kính đáy, chiều cao của hình trụ.

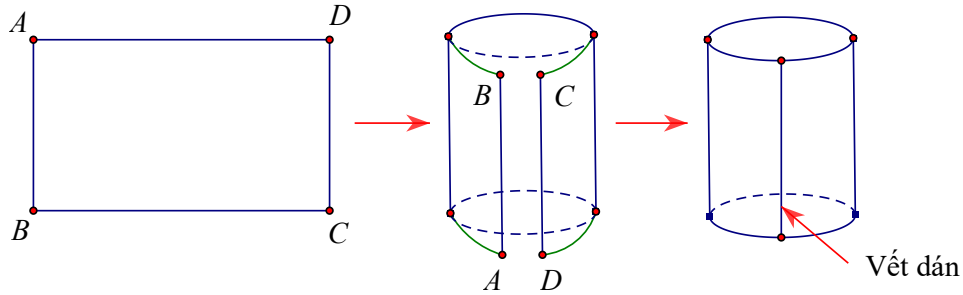


Lời giải

- Đoạn thẳng AB là một đường sinh của hình trụ.
 - Độ dài bán kính đáy là 2cm.
- Chiều cao của hình trụ là 4cm.



Bài toán tương tự. Chuẩn bị một băng giấy cứng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 8\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$. Cuộn băng giấy lại sao cho hai cạnh AB và DC sát vào nhau như hình vẽ (dùng băng keo dán), ta được một hình trụ (không có đáy). Hãy cho biết chiều cao và chu vi đáy của hình trụ đó.



Lời giải

Chiều cao của hình trụ: $AB = 8\text{cm}$.

Chu vi đáy của hình trụ: $BC = 15\text{cm}$.

Nhận xét: Ta có thể tính bán kính của hình trụ:

$$15 = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{15}{2\pi} \approx 2,39(\text{m})$$

II. Diện tích xung quanh - Diện tích toàn phần

Bài toán 4. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy 2m và chiều cao 3m.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 12\pi(\text{m}^2)$.

Bài toán tương tự. Cho một hình trụ có bán kính đáy 4m và chiều cao 10m. Hỏi diện tích xung quanh của hình trụ đó là bao nhiêu centimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 10 = 80\pi \approx 251,33(\text{m}^2)$

Bài toán 5.

a) Tính diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy 3m và chiều cao 7m.

b) Một hình trụ có diện tích xung quanh $32\pi \text{ cm}^2$ và có độ dài đường sinh là 4 cm. Tính bán kính đáy.

Lời giải

a) Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 3 \cdot 7 = 42\pi(\text{cm}^2)$

b) Chiều cao của hình trụ bằng độ dài đường sinh là 4cm.

Ta có: $32\pi = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 4$

Vậy bán kính đáy của hình trụ là: $R = \frac{32\pi}{2\pi \cdot 4} = 4(\text{cm})$.

Bài toán 6. Diện tích giấy tối thiểu để quấn quanh một hộp đào ngâm có dạng hình trụ (Hình vẽ) là bao nhiêu centimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm), biết rằng người ta chỉ quấn một lớp giấy quanh hộp đào?



Lời giải

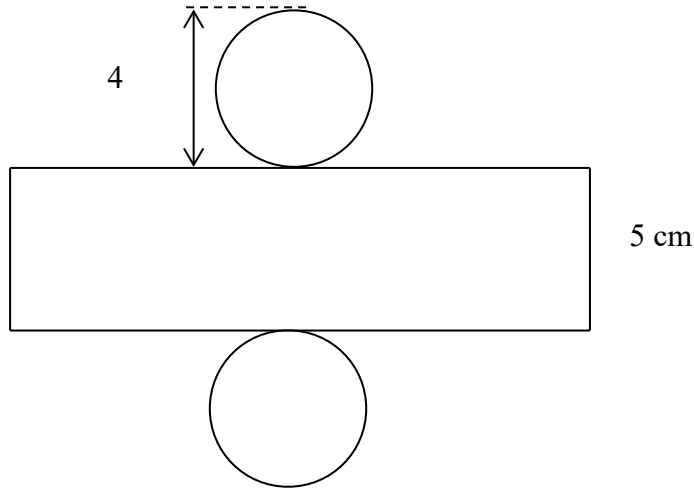
Đường kính đáy hình trụ là 10 mm ($= 2R$)

Diện tích xung quanh hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = \pi 100.120 = 12000\pi \approx 3769,91$ (mm)

Vậy diện tích giấy tối thiểu để quấn quanh một hộp đào ngâm có dạng hình trụ là 3769,91 (mm)

Bài toán 7. Tính diện tích xung quanh của hình trụ triển khai như hình vẽ.

Lời giải



Ta có đường kính đáy của hình trụ là 4 cm $= 2R$ và chiều cao 5 cm

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 10\pi.5 = 50\pi$ (cm^2)

(Nếu được làm tròn đến cm ta được $S_{xq} \approx 157$ (cm^2))

Bài toán 8. Bác An muốn sơn mặt xung quanh của một cây cột có dạng hình trụ với đường kính đáy là 30cm và chiều cao 350cm. Chi phí để sơn cây cột đó là 40.000 đồng/1 m². Hỏi chi phí bác An cần bỏ ra để sơn mặt xung quanh của cây cột đó là bao nhiêu đồng (lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

Lời giải

Hình trụ có đường kính đáy là 30cm $= 2R$ và chiều cao 350cm

Nên diện tích xung quanh của hình trụ là:

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 30.350.\pi = 10500\pi$$

$$= 10500.3,14$$
 (cm^2)

$$= 32970$$
 (cm^2)

$$= 3,297$$
 (m^2)

Chi phí để sơn cây cột đó là 40.000 đồng/1 m² nên chi phí bác An cần bỏ ra để sơn mặt xung quanh của cây cột đó là:

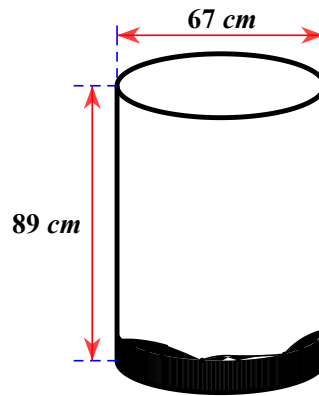
$$40.000.3,297 = 131.880 \text{ đồng}$$

Bài toán 9. Một doanh nghiệp sản xuất vỏ hộp bằng tôn có dạng hình trụ với hai đáy (Hình vẽ). Hình trụ đó có đường kính đáy khoảng 57cm và chiều cao khoảng 89cm. Chi phí để sản xuất vỏ hộp đó khoảng 100000 đồng/1 m². Hỏi số tiền mà doanh nghiệp cần chi để sản xuất 1000 vỏ hộp đó là bao nhiêu đồng (lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

Hướng dẫn: Cần tính diện tích toàn phần bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

$$S_{TP} = S_{xq} + 2S_D = 2\pi Rh + 2\pi R^2$$

Lời giải



Diện tích xung quanh của hình trụ có đường kính đáy $2R = 57cm$ và chiều cao $89cm$ là:

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 57.89.\pi = 15929,22(cm^2)$$

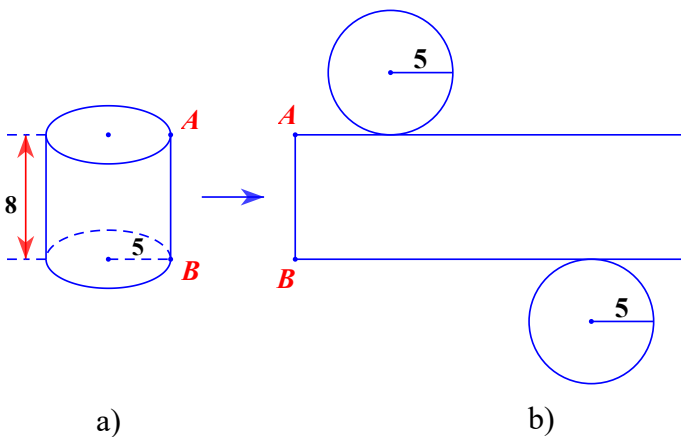
$$\text{Diện tích hai đáy là: } 2\pi R^2 = 2.\left(\frac{57}{2}\right)^2.\pi = 5100,93(cm^2)$$

$$\begin{aligned}\text{Diện tích toàn phần là: } S_{TP} &= 2\pi Rh + 2\pi R^2 \\ &= 15929,22 + 5100,93(cm^2) \\ &= 21030,15(cm^2) \\ &= 2,103015(cm^2)\end{aligned}$$

$$\text{Để sản xuất 1000 vỏ hộp cần } 2,103015.1000 = 2103,015(cm^2)$$

Chi phí để sản xuất vỏ hộp là 100000 đồng/1 m² nên số tiền mà doanh nghiệp cần chi để sản xuất 1000 vỏ hộp là: $2103,015.100000 = 210301500$ đồng.

Bài toán 10. Một hộp hình trụ làm bằng thiếc có bán kính đáy, chiều cao (Hình a). Nếu cắt rời hai đáy và cắt dọc theo đường sinh AB của hộp, rồi trải ra mặt phẳng, ta được hình triển khai của hình trụ (Hình b).



- a) Tính chu vi mỗi đáy của hình trụ.
 b) Tính diện tích miếng thiếc hình chữ nhật để làm mặt xung quanh của hộp (diện tích các mối nối không đáng kể)

Lời giải

- a) Chu vi mỗi đáy là: $2\pi R = 2.5.\pi = 10\pi (cm)$.
 b) Diện tích miếng thiếc hình chữ nhật để làm mặt xung quanh của hộp là:

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.5.8 = 80\pi (cm).$$

Bài toán 11. Phần bên trong của một chiếc thùng có dạng hình trụ với bán kính đáy cao $0,6m$, chiều cao $0,8m$. Người ta muốn sơn mặt bên trong của hình trụ (bao gồm một mặt đáy). Hỏi diện tích cần sơn là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Hướng dẫn: Diện tích cần sơn là tổng của hai diện tích sau: Diện tích xung quanh và diện tích một mặt đáy.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.0,6.0,8 = \frac{24}{25}\pi$

Diện tích mặt đáy là: $S_D = \pi R^2 = \pi.(0,6)^2 = \frac{9}{25}\pi (m^2)$.

Vậy diện tích cần sơn là: $\frac{24}{25}\pi + \frac{9}{25}\pi = \frac{33}{25}\pi \approx 4,15 (m^2)$.

III. Thể tích hình trụ

Bài toán 12. Tính thể tích hình trụ có bán kính đáy $10m$, chiều cao $15m$.

Lời giải

Thể tích của hình trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi.10^2.15 = 1500\pi (m^3)$.

Bài toán 13. Một khối gỗ có dạng hình trụ với bán kính đáy khoảng $13cm$ và chiều cao khoảng $43cm$. Hỏi thể tích của khối gỗ đó là bao nhiêu xentimét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Thể tích của khối gỗ đó là: $V = \pi r^2 h = \pi.13^2.43 = 7267\pi \approx 22892,95 (m^3)$.

Bài toán 14. Phần bên trong của một cái bể hình trụ có chiều cao $2,1m$ và bán kính đáy $1,5m$. Tính thể tích lượng nước trong bể biết mực nước bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bể (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

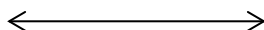
Lời giải

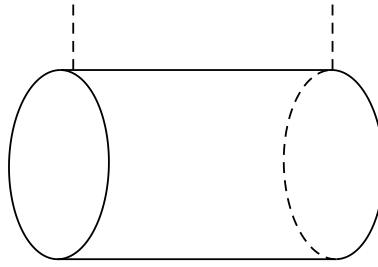
Chiều cao của mực nước: $2,1.\frac{2}{3} = 1,4 (m)$

Thể tích lượng nước trong bể: $V = \pi r^2 h = \pi.(1,5)^2.1,4 = \frac{63}{20}\pi \approx 9,89601 \approx 10 (m^3)$.

Bài toán 15. Một đường ống nối hai bể cá trong một thủy cung có dạng hình trụ (không có hai đáy), với độ dài (hay chiều cao) là $30m$ và có dung tích $1800000 l$ (Hình vẽ). Hỏi đường kính đáy của đường ống đó là bao nhiêu mét (lấy $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) ?

30





Lời giải

$$1800000 \text{ (l)} = 1800 \text{ (m}^3\text{)}$$

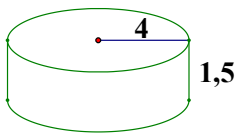
$$\text{Ta có: } V = \pi R^2 h \Rightarrow 1800 = \pi R^2 \cdot 30$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{1800}{30\pi}} \approx 4,377$$

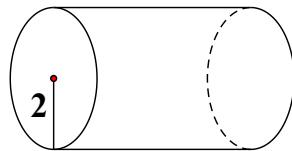
$$\Rightarrow 2R = 8,74 \text{ (m)}.$$

Đường kính đáy của đường ống là 8,74 mét.

Bài toán 16. Một khối sắt có bán kính đáy và chiều cao được nung chảy và đúc thành một khối sắt hình trụ mới với bán kính đáy (Hình vẽ).



a)



b)

a) Tính thể tích của khối sắt ban đầu (Hình vẽ a).

b) Tính chiều cao của khối sắt mới, bỏ qua sự hao hụt trong quá trình đúc (Hình vẽ b)

Lời giải

$$\text{a) Thể tích của khối sắt ban đầu: } V = \pi \cdot 4^2 \cdot 1,5 = 24\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

b) Thể tích của khối sắt mới bằng thể tích của khối sắt ban đầu.

Gọi h (cm) là chiều cao của khối sắt mới.

$$\text{Thể tích của khối sắt mới: } V = \pi \cdot 2^2 \cdot h \text{ (cm}^3\text{)}. \text{ Ta có } \pi \cdot 2^2 \cdot h = 24\pi.$$

$$\text{Chiều cao của khối sắt mới: } h = \frac{24\pi}{\pi \cdot 2^2} = 6 \text{ (cm)}.$$

Bài toán 17. Tính chiều cao và thể tích của khối hình trụ có bán kính đáy 5 cm và diện tích xung quanh bằng 30π (cm²).

Lời giải

$$\text{Ta có: } S_{xq} = 2\pi R h \Rightarrow 30\pi = 2\pi \cdot 5 \cdot h$$

$$\Rightarrow h = 3 \text{ (cm)}$$

$$\text{Ta có: } V = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 3 = 75\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Bài toán 18. Tính thể tích nhựa cần dùng để sản xuất ống nhựa có kích thước như hình vẽ.

Lời giải

Đường kính phần ngoài của ống nhựa là 3 cm nên bán kính là 1,5 cm.

Đường kính phần bên trong của ống nhựa là $3 - 2 \cdot 0,3 = 2,4$ cm nên bán kính là 1,2 cm.

Thể tích nhựa cần dùng là: $4\pi \cdot (1,5^2 - 1,2^2) = \frac{81}{25}\pi \approx 10,17876 \text{ (cm}^3\text{)} \approx 10,2 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Bài toán 19. Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ có triển khai như hình vẽ. Lấy $\pi = \frac{22}{7}$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ chính là diện tích hình chữ nhật có hai cạnh 44 cm và 20 cm

$$S_{xq} = 44 \cdot 20 = 880 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Thể tích của hình trụ: $V = \pi R^2 \cdot h = \frac{22}{7} \cdot 7^2 \cdot 20 = 3080 \text{ (cm}^3\text{)}$

Bài toán 20. Một thùng nước có dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 0,5 m và chiều cao bằng 1,6 m.

a) Tính diện tích xung quanh của thùng nước.

b) Hỏi thùng nước chứa bao nhiêu lít nước?

(Coi chiều dày của thùng không đáng kể và làm tròn kết quả ở cân b đến hàng đơn vị lít).

Lời giải

a) Diện tích xung quanh của thùng nước là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 0,5 \cdot 1,6 = \frac{8}{5}\pi \text{ (m}^2\text{)}$

b) Thể tích của thùng nước là: $V = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot (0,5^2) \cdot 1,6 = \frac{2}{5}\pi \approx 1257 \text{ (lit)}$

Vậy trong thùng nước chứa 1257 lít nước.

Bài toán tương tự. Bác Khôi dự định sơn lại một thùng rác có dạng hình trụ (sơn mặt ngoài và một đáy là nắp) có bán kính đáy bằng 11 cm và chiều cao bằng 30 cm (hình vẽ).

a) Tính diện tích phần cần sơn của thùng rác.

b) Tính thể tích của thùng rác (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm²).

Lời giải

a) Phần cần sơn bao gồm mặt xung quanh và một đáy của hình trụ.

Theo đề bài, ta có: $R = 11$ cm và $h = 30$ cm.

Do đó: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 11 \cdot 30 = 660\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$$S_D = \pi R^2 = \pi \cdot 11^2 = 121\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích phần cần sơn là: $S = S_{xq} + S_D = (660 + 121)\pi = 781\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

b) Thể tích của thùng rác là: $V = S_D \cdot h = 121\pi \cdot 30 = 3630\pi \approx 11404 \text{ (cm}^2\text{)}.$

Bài toán 21. Pin là nguồn năng lượng phổ biến được sử dụng trong nhiều dụng cụ và thiết bị trong gia đình.

Pin AAA (hay pin 3A) là một loại pin khô, thường được dùng trong những thiết bị điện tử cầm tay, chẳng hạn, điều khiển từ xa ti vi, máy nghe nhạc MP3, ... Mỗi chiếc pin 3A có dạng hình trụ (hình vẽ), với kích cỡ tiêu chuẩn: chiều cao khoảng 44,5 mm và đường kính khoảng 10,5 mm.

Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần (theo đơn vị centimet vuông) và thể tích (theo đơn vị centimet khối) của một chiếc pin 3A (lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải

Đổi: 44,5 mm = 4,45 cm; 10,5 mm = 1,05 cm.

Diện tích xung quanh của viên pin là:

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2.3,14. \frac{1,05}{2}. 4,45 = 14,67165 (cm^2)$$

$$\text{Diện tích hai đáy: } 2S_D = 2.3,14. \left(\frac{1,05}{2} \right)^2 = 1,730925 (cm^2)$$

$$\text{Diện tích toàn phần: } S_{tp} = S_{xq} + 2S_D = 14,67165 + 1,730925 \approx 16,4 (cm^2)$$

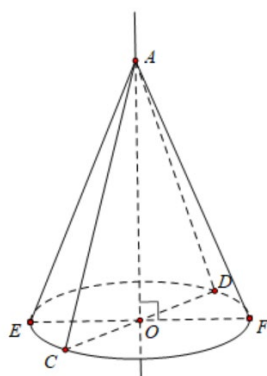
$$\text{Thể tích của viên pin là: } V = \pi.R^2.h = \pi. \left(\frac{1,05}{2} \right)^2. 4,45 \approx 3,9 (cm^3).$$

IV. Hình nón

Bài toán 22. Cho tam giác cân ACD có O là trung điểm cạnh đáy CD. Xét hình nón được tạo ra khi quay tam giác vuông AOC một vòng xung quanh đường thẳng cố định chứa cạnh AO của tam giác vuông đó (Hình vẽ). Quan sát hình vẽ và hãy chỉ ra:

- Đỉnh của hình nón;
- Bán kính đáy của hình nón;
- Chiều cao của hình nón;
- Đường sinh của hình nón.

Lời giải



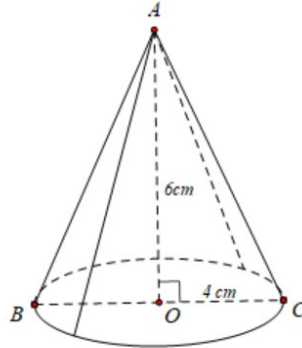
- Đỉnh của hình nón: S.
- Bán kính đáy của hình nón: OC, OD, OE, OF.
- Chiều cao của hình nón: AO.

d) Đường sinh của hình nón: AC, AD, AE, AF .

Bài toán 23. Quan sát hình nón (Hình vẽ) và cho biết:

- Đỉnh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón;
- Trên hình vẽ có những đường sinh nào và tính độ dài của đường sinh.

Lời giải



a) Hình nón có A đỉnh, chiều cao là 6cm, bán kính đáy là 4cm .

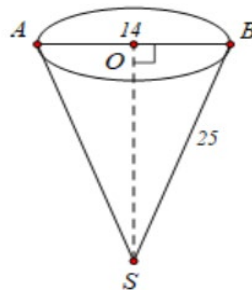
b) Các đường sinh: AB, AC, AD .

Trong tam giác vuông AOC, ta có:

$$AC = \sqrt{OC^2 + OA^2} \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$AC = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}(\text{cm}).$$

Bài toán tương tự. Tính bán kính đáy của hình nón trong hình vẽ bên:



Hướng dẫn:

AB là đường kính đáy, $AB = 14$, nên bán kính đáy là 7

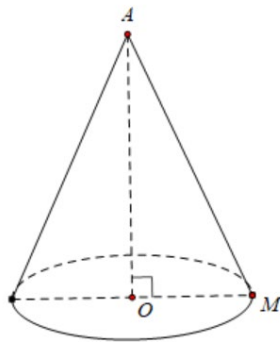
- Trong tam giác vuông SOB, ta có:

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24.$$

Vậy đường cao của hình nón là 24.

Bài toán 24. Chỉ ra đỉnh, bán kính đáy và tính đường sinh của hình nón tạo thành khi quay tam giác AOM vuông tại O có $OA = 3\text{cm}$ quanh cạnh OA cố định (Xem hình vẽ).

Lời giải



Hình nón tạo thành có đỉnh A , chiều cao $OA = 4\text{ cm}$, bán kính đáy $OM = 3\text{ cm}$.

Tam giác AOM vuông tại O có:

$$AM^2 = AO^2 + OM^2$$

$$AM^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$AM = \sqrt{25} = 5(\text{cm})$$

Vậy hình nón có đường sinh $AM = 5(\text{cm})$.

Một cách tổng quát, ta có:

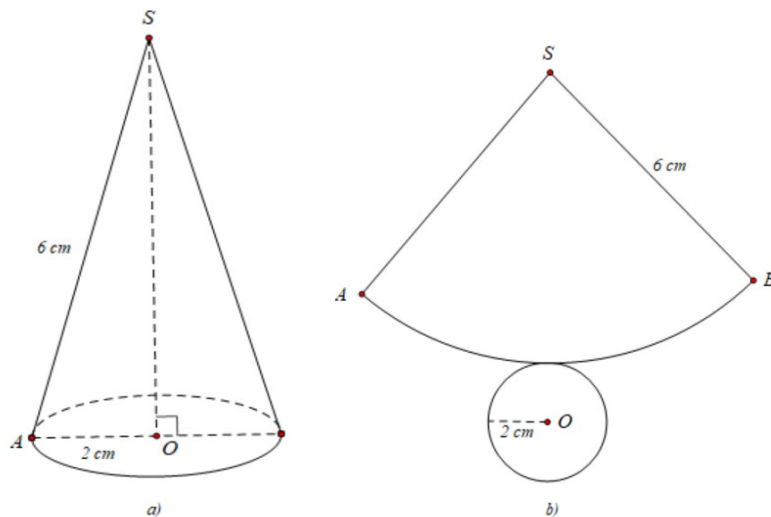
Cho hình nón có bán kính đáy r , chiều cao h và đường sinh n (hình vẽ).

$$\text{Khi đó } h^2 + r^2 = n^2.$$

Bài toán 25. Cắt mặt xung quanh của một hình nón có đường sinh dài 6 cm , bán kính đáy 2 cm (Hình vẽ) dọc theo đường sinh SA của nó rồi trải phẳng ra, ta được hình khai triển của hình nón đó (hình a).

a) Tính chu vi đáy của hình nón, từ đó cho biết độ dài cung ứng với hình quạt tròn ở Hình b.

b) Tính diện tích của hình quạt tròn khai triển trong Hình b.



Hướng dẫn: Độ dài cung của hình quạt là l , bán kính hình quạt là R , ta có diện tích hình quạt là $S = \frac{lR}{2}$.

Lời giải

a) Chu vi đáy của hình nón: $2\pi R = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$.

Độ dài cung AB của hình quạt là $4\pi(\text{cm})$

b) Diện tích của hình quạt: $S = \frac{lR}{2} = \frac{4\pi \cdot 6}{2} = 12\pi (\text{cm}^2)$.

Nhận xét:

1) Ta có thể tìm được góc ở tâm của hình quạt.

Gọi x° là số đo của $\widehat{ASB}$ (Hình b). Ta có:

$$l = \frac{\pi \cdot R \cdot x}{180}, l = 4\pi, R = 6 \Rightarrow 4\pi = \frac{\pi \cdot 6 \cdot x}{180} \Rightarrow x = 120.$$

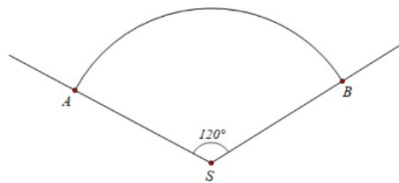
Vậy góc ở tâm của hình quạt là 120° .

2) Diện tích xung quanh của hình nón là diện tích hình quạt.

Bài toán 26. Tạo lập hình nón có bán kính đáy 2cm và đường sinh 6cm.

Hướng dẫn: Xem nhận xét ở bài toán 25.

Lời giải



Diện tích xung quanh của hình nón: $S = \pi rl = \pi \cdot 2 \cdot 6 = 12\pi (\text{cm})$

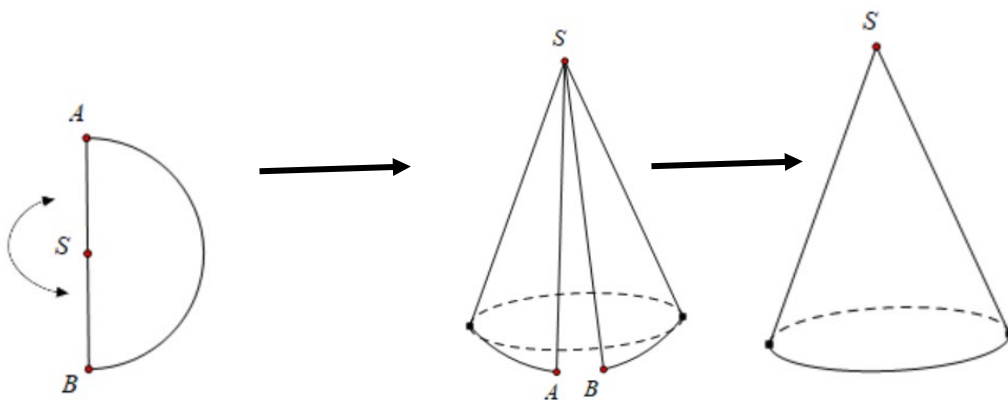
Diện tích xung quanh của hình nón là hình quạt tròn có bán kính 6cm và có số đo cung x° .

Ta có: $\frac{\pi \cdot 6^2 \cdot x}{360} = 12\pi \Rightarrow x = 120.$

Cách tạo lập hình nón: Cắt miếng bìa hình quạt tròn bán kính 6cm, có góc ở tâm 120° , cuộn miếng bìa tạo thành mặt xung quanh của hình nón (dùng keo dán sao cho SA;SB trùng nhau).

Cắt miếng bìa hình tròn bán kính 2cm và dán miếng bìa với mặt xung quanh vừa tạo.

Bài toán tương tự. Cắt một nửa hình tròn bằng giấy cứng, có đường kính $AB = 20\text{cm}$ và tâm là S. Cuộn nửa hình tròn đó lại sao cho SA và SB sát vào nhau như hình vẽ (dùng băng keo dán), ta được một hình nón đỉnh S. Hãy cho biết độ dài đường sinh và bán kính đáy của hình nón.



Lời giải

- $AB = 20\text{cm} \Rightarrow SA = SB = 10\text{cm}$. Vậy đường sinh có độ dài 10cm.

- Nửa chu vi của hình tròn (S): $\frac{1}{2} \cdot 20\pi = 10\pi(\text{cm})$ Gọi r là bán kính đáy của hình nón, ta có chu vi của đáy là $10\pi(\text{cm})$. Vậy $2\pi r = 10\pi \Rightarrow r = 5(\text{cm})$

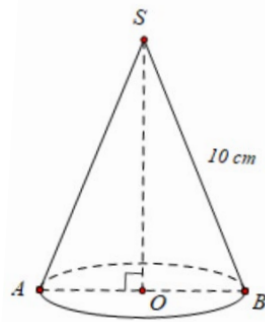
Nhận xét:

Cho hình nón có bán kính đáy 5 cm , đường sinh 10 cm . Tính diện tích hình quạt trong hình khai triển của hình nón.

Hình quạt tròn có số đo cung tương ứng bằng bao nhiêu độ.

Đáp số: $S_q = S_{xq} = 50\pi(\text{cm}^2)$; Số đo cung là 180° .

Bài toán 27. Cho một hình nón có độ dài đường sinh bằng 10 cm , bán kính đáy bằng 5 cm (Hình vẽ).



- Tính diện tích xung quanh của hình nón;
- Tính thể tích của hình nón.

Lời giải

- Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 5 \cdot 10 = 50\pi(\text{cm}^2).$$

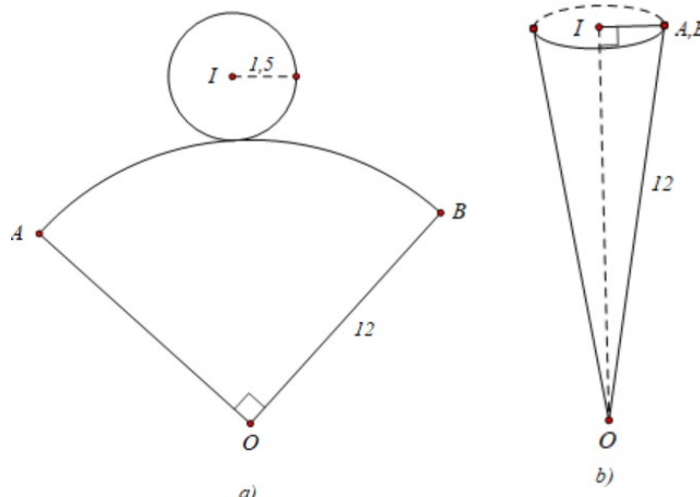
- Tam giác SOB vuông tại O nên theo định lý Pythagore, ta có:

$$OB^2 + SO^2 = SB^2 \Rightarrow 5^2 + SO^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow SO^2 = 100 - 25 = 75 \Rightarrow SO = 5\sqrt{3}$$

Thể tích của hình nón là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 5\sqrt{3} = \frac{125}{3} \sqrt{3} \cdot \pi(\text{cm}^3)$.

Bài toán 28. Tạo lập hình nón có bán kính đáy $1,5\text{ cm}$ và đường sinh 6 cm . Tính thể tích của hình nón vừa tạo lập.



Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi \cdot 1,5 \cdot 6 = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$

Mặt xung quanh của hình nón trên là hình quạt tròn bán kính 6cm giới hạn bởi cung x°

Ta có: $\frac{\pi \cdot 6^2 \cdot x}{360} = 9\pi$ hay $\frac{x}{10} = 9 \Rightarrow x = 90.$

Từ đó, ta có thể tạo lập hình nón trên theo các bước sau:

- Cắt một miếng bìa hình quạt tròn bán kính 6cm giới hạn bởi cung 90° (một phần tư hình tròn bán kính 6cm) và cuộn miếng bìa tạo thành mặt xung quanh của hình nón.
- Cắt một miếng bìa hình tròn bán kính 1,5cm và dùng băng dính dán miếng bìa này với mặt xung quanh của hình nón vừa tạo.

Ta có chiều cao của hình nón: $h = OI = \sqrt{12^2 - 1,5^2} = \frac{9\sqrt{7}}{2} \text{ (cm)}$

Thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1,5^2 \cdot \frac{9\sqrt{7}}{2} = \frac{27\sqrt{7}}{8} \pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Bài toán tương tự. Tạo lập hình nón có bán kính đáy 5cm và đường sinh 12cm. Tính thể tích của hình nón vừa tạo lập.

Lời giải.

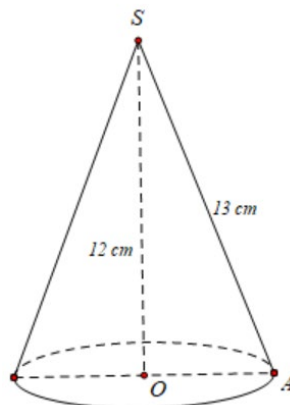
Hình khai triển gồm một hình quạt tròn bán kính $R = 12 \text{ cm}$, giới hạn bởi cung 150° và một hình tròn bán kính 5cm.

Chiều cao của hình nón: $h = \sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{119}.$

Thể tích của hình nón $V = \frac{25\sqrt{119}}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Bài toán 29. Tính diện tích xung quanh và thể tích của một hình nón có độ dài đường sinh bằng 13cm và chiều cao bằng 12cm.

Lời giải



Đường sinh $SA = 13 \text{ cm}$; chiều cao $SO = 12 \text{ cm}.$

$OA = r$ (bán kính đáy của hình nón)

Ta có $AO = \sqrt{SA^2 - SO^2}$

$$= \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ cm (định lý Pythagore)}$$

$$S_{\text{xq}} = \pi r l = \pi \cdot 5 \cdot 10 = 65\pi (\text{cm}^2).$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi (\text{cm}^3).$$

Bài toán 30. Cho một hình nón có bán kính đáy là 4cm và độ dài đường sinh là 10cm. Hỏi diện tích xung quanh của hình nón đó là bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{\text{xq}} = \pi r l = \pi \cdot 4 \cdot 10 = 40\pi \approx 125,66 (\text{cm}^2).$$

Nhận xét:

1) Ta có thể tính được diện tích mặt đáy của hình quạt khi biết bán kính mặt đáy $S_d = \pi r^2$

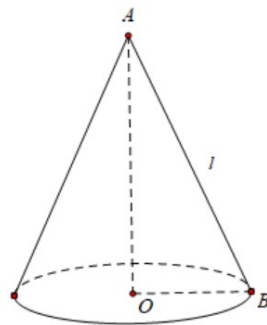
Từ đó diện tích toàn phần của hình nón:

$$S_{\text{tp}} = S_{\text{xq}} + S_d = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r).$$

2) Em có thể tính thể tích của hình nón.

Bài toán 31. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón (xem hình vẽ, biết $OA = 15\text{cm}$, $OB = 8\text{cm}$)

Lời giải



Tam giác AOB vuông tại O, theo định lý Pythagore, Ta có: $AB^2 = AO^2 + OB^2 = 15^2 + 8^2$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17 (\text{cm})$$

Vậy đường sinh AB của hình nón đã cho là 17(cm).

Do đó diện tích xung quanh của hình nón là:

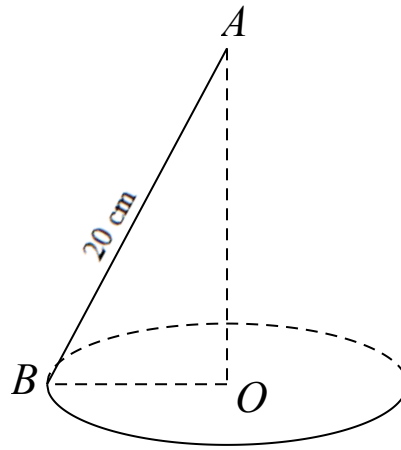
$$S_{\text{xq}} = \pi r l = \pi \cdot 8 \cdot 17 = 136\pi (\text{cm}^2).$$

$$T_c \approx 6 : V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 8^2 \cdot 15 = 320\pi (\text{cm}^3)$$

Bài toán 32. Tính chiều cao của một hình nón có đường sinh dài 20cm và diện tích xung quanh bằng $240\pi \text{ cm}^2$

Lời giải

(Xem hình vẽ)



Ta có diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = 240\pi \text{ cm}^2$ và đường sinh $AB = 20 \text{ cm}$.

$$\text{Nên } r = \frac{S_{xq}}{20\pi} = \frac{240\pi}{20\pi} = 12 (\text{cm}).$$

Tam giác AOB vuông tại O , theo định lý Pythagore, ta có: $AB^2 = AO^2 + OB^2$.

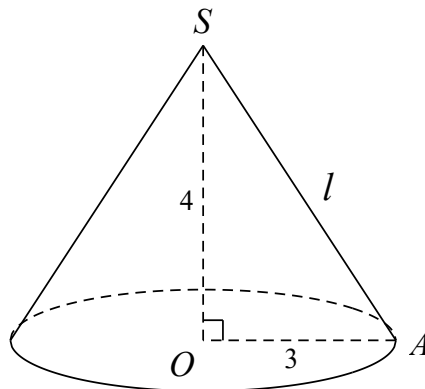
$$\text{Suy ra: } AO^2 = AB^2 - OB^2.$$

$$\text{Hay } AO = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16 (\text{cm}).$$

Vậy chiều cao của hình nón đã cho là $16 (\text{cm})$.

Bài toán 33. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón có bán kính đáy $r = 3 \text{ cm}$, chiều cao $h = 4 \text{ cm}$.

Lời giải



Xét tam giác SOA vuông tại O , theo định lý Pythagore, ta có:

$$SA^2 = SO^2 + OA^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\text{Suy ra: } SA = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 (\text{cm}).$$

Đường kính của hình nón là $5 (\text{cm})$

Diện tích xung quanh của hình nón là:

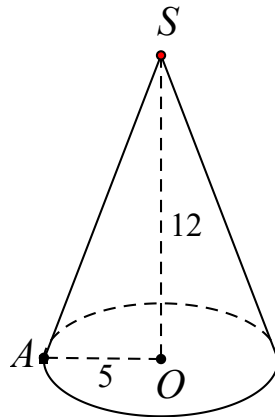
$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi (\text{cm}^2).$$

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi (\text{cm}^3).$$

Bài toán 34. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón có đường kính đáy $d = 10$ m và chiều cao $h = 12$ m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn: $S = S_{xq} + S_d = \pi r l + \pi r^2$.

Lời giải



Xét tam giác SOA vuông tại O . Theo định lý Pythagore, ta có:

$$SA^2 = SO^2 + OA^2 = 12^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2.$$

$$\text{Suy ra } SA = \sqrt{12^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2} = 13 \text{ (m)}.$$

Đường sinh của hình nón $l = SA = 13$ (m).

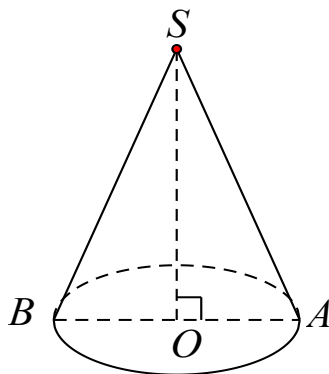
Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{10}{2} \cdot 13 = 65\pi \text{ (cm}^2\text{)} \approx 204,20 \text{ (m}^2\text{)}.$

Diện tích mặt đáy $S_d = \pi r^2 = \pi \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 25\pi \approx 78,54 \text{ (m}^2\text{)}.$

Bài toán 35. Tính diện tích bìa cần dùng (theo centimet vuông) để làm một chiếc mũ sinh nhật có dạng hình nón như hình vẽ với đường kính đáy 22 cm và chiều cao 18 cm (bỏ qua các mép nối và phần thừa, làm tròn đến kết quả centimet vuông).



Lời giải



Bán kính đáy $r = \frac{22}{2} = 11$ (cm).

Tam giác SOA vuông tại O , theo định lý Pythagore, ta có: $SA^2 = SO^2 + OA^2 = 18^2 + 11^2$.

Suy ra $SA = \sqrt{18^2 + 11^2} = 21$ (cm).

Đường sinh của hình nón là $l = SA = 21$ (cm).

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 11 \cdot 21 = 231\pi$ (cm²) ≈ 726 (cm²).

Bài toán 36. Phần mây lá của một ngôi nhà hình nón (không có đáy) với đường kính đáy khoảng 12 m và độ dài đường sinh khoảng 8,5 m (Hình vẽ). Chi phí để làm phần mái lá đó là 250 000 đồng/1 m². Hỏi tổng chi phí để làm toàn bộ phần mái nhà đó là bao nhiêu đồng lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn)?



Lời giải

Bán kính đáy $r = \frac{12}{2} = 6$ (m).

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = 8,5$ (m).

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 6 \cdot 8,5 = 51\pi$ (m²).

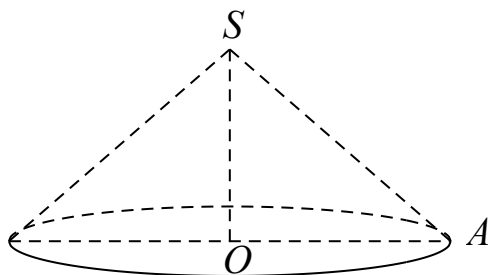
Tổng chi phí để làm toàn bộ phần mái nhà hình nón là: $51\pi \cdot 250\,000 = 12\,750\pi \approx 40\,055,306$ (đồng).

Bài toán 37. Một chiếc nón lá có dạng hình nón với đường kính đáy khoảng 20 cm. Hỏi diện tích xung

quanh của chiếc nón đó bằng bao nhiêu centimet vuông (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải



Bán kính đáy $r = \frac{44}{2} = 22$ (cm).

Tam giác SOA vuông tại O , theo định lý Pythagore, ta có: $SA^2 = SO^2 + OA^2 = 20^2 + 22^2$

Suy ra: $SA = \sqrt{20^2 + 22^2} = 2\sqrt{221}$ (cm).

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = SA = 2\sqrt{221}$ (cm).

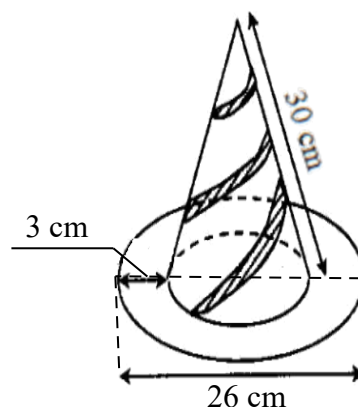
Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 22 \cdot 2\sqrt{221} = 44\sqrt{221} \pi \text{ (cm}^2\text{)} \approx 2054,9 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Bài toán 38. Chú Hề trên sân khấu thường có trang phục như Hình a. Mũ của chú Hề có dạng hình nón. Có thể mô phỏng cấu tạo, kích thước chiếc mũ của chú Hề như Hình b.

a) Để phủ kín mặt ngoài của chiếc mũ của chú Hề như hình b cần bao nhiêu centimet vuông giấy màu (không tính phần mép dán, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

b) Hỏi thể tích phần có dạng hình nón của chiếc mũ chú hề ở Hình b bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



a)

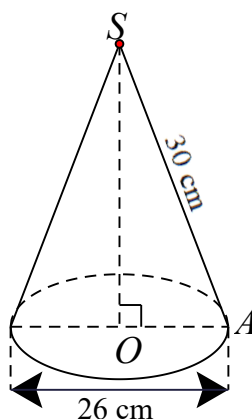
b)

Lời giải

a) Đường kính của hình nón là: $26 - 2 \cdot 3 = 20$ (cm).

Bán kính $r = \frac{20}{2} = 10$ (cm).

Đường sinh là 30 cm (Xem hình vẽ).



Vậy diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 10 \cdot 30 = 300\pi \text{ (cm}^2\text{)} \approx 942,48 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Để phủ kín mặt ngoài chiếc mũ của chú hề, số giấy màu cần dùng là $\approx 942,48$ (cm²).

b) Tam giác SOA vuông tại O (xem hình vẽ).

Theo định lý Pythagore, ta có:

$$SA^2 = SO^2 + OA^2 = 18^2 + 11^2$$

Suy ra $SO = 20\sqrt{2}$ (cm).

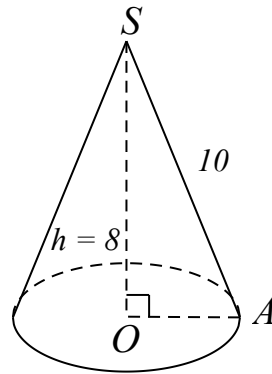
Chiều cao của hình nón $h = SO = 20\sqrt{2}$ (cm).

Vậy thể tích phần có dạng hình nón của chiếc mũ hề là:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 10^2 \cdot 20\sqrt{2} \approx 2961,92 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Bài toán 39. Một hình nón có đường sinh bằng 10 cm và chiều cao bằng 6 cm. Tính thể tích của hình nón.

Lời giải



Tam giác SOA vuông tại O, theo định lý Pythagore ta có:

$$SA^2 = SO^2 + OA^2. \text{ Suy ra } OA^2 = SA^2 - SO^2 = 10^2 - 8^2$$

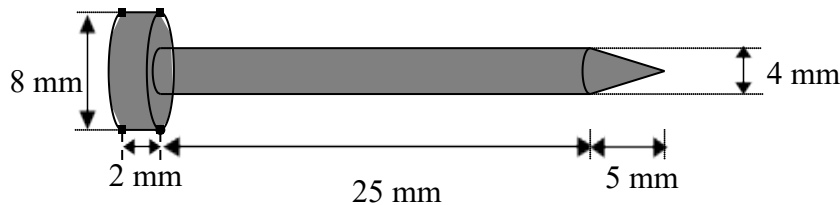
$$\text{Hay } OA = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ (cm)}.$$

Bán kính mặt đáy $r = 6$ (cm).

Vậy thể tích của hình nón là:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi \approx 301,59 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Bài toán 40. Thả 10 chiếc đinh có kích thước như hình vẽ vào một cốc nước. Đinh chìm hẳn xuống và nước trong cốc không bị tràn ra ngoài. Hỏi thể tích ước trong cốc tăng lên bao nhiêu mililit (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hướng dẫn: Mỗi chiếc đinh bao gồm ba bộ phận: Hình trụ thứ nhất có đường kính là 8 mm và chiều cao là 2 mm. Hình trụ thứ hai có đường kính là 4 mm và chiều cao là 25 mm. Bộ phận thứ ba là hình nón có đường kính đáy là 4 mm và chiều cao là 5 mm. Ta sẽ lần lượt tính thể tích của từng bộ phận.

Lời giải

Hình trụ thứ nhất có bán kính $R_1 = \frac{8}{2} = 4$ mm và chiều cao là 2 mm.

$$\text{Ta có thể tích } V_1 = \pi R_1^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 2 = 32\pi \text{ (mm}^3\text{)}.$$

Hình trụ thứ hai có bán kính $R_2 = \frac{4}{2} = 2$ mm và chiều cao là 25 mm.

$$\text{Ta có thể tích } V_2 = \pi R_2^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 25 = 100\pi \text{ (mm}^3\text{)}.$$

Hình nón có đường kính đáy là 4 mm nên bán kính mặt đáy $R_3 = \frac{4}{2} = 2$ mm và chiều cao là 5 mm.

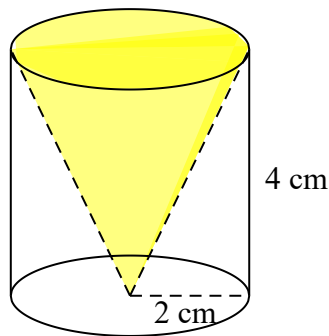
Ta có: $V_3 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 5 = \frac{20}{3}\pi \text{ (mm}^3\text{)}.$

Do đó thể tích của chiếc đỉnh là: $V_1 + V_2 + V_3 = 32\pi + 100\pi + \frac{20}{3}\pi = \frac{416}{3}\pi \text{ (mm}^3\text{)}.$

Khi thả 10 chiếc đỉnh vào cốc nước thì thể tích nước tăng thêm:

$$10 \cdot \frac{416}{3}\pi = \frac{4160}{3}\pi \approx 4356,3 \text{ (mm}^3\text{)} \approx 4,3563 \text{ (mililit)}.$$

Bài toán 41. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 1 cm và chiều cao bằng 2 cm. Người ta khoan đi một phần có dạng hình nón như hình vẽ thì thể tích phần còn lại của hình trụ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Thể tích của hình trụ là: $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

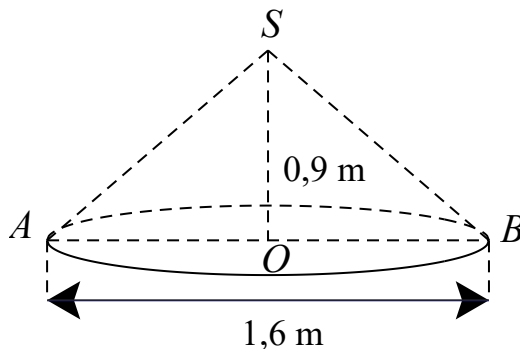
Thể tích phần bị khoan có dạng hình nón là: $V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \frac{16}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Thể tích phần còn lại là: $V = V_1 - V_2 = 16\pi - \frac{16}{3}\pi = \frac{32}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Bài toán 42. Người ta đổ muối thu hoạch được trên cách đồng muối thành từng đồng cỏ có dạng hình nón với chiều cao khoảng 0,9 m và đường kính đáy khoảng 1,6 m. Hỏi mỗi đồng cỏ có bao nhiêu đềximét khối muối? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Xem hình vẽ.



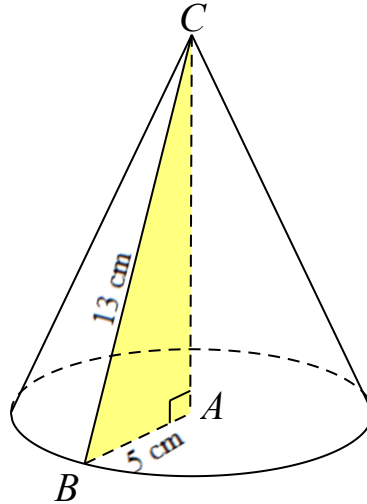
Chiều cao $SO = 0,9$ m ;

Đường kính đáy $AB = 1,6$ m.

Ta tìm được bán kính đáy khoảng 0,8 m.

Vậy thể tích của khối muối: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 0,8^2 \cdot 0,9 = \frac{24}{125}\pi \text{ (m}^3\text{)} \approx 603 \text{ (dm}^3\text{)}.$

Bài toán 43. Cho tam giác ABC vuông tại A và có $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 13 \text{ cm}$. Quay tam giác vuông ABC một vòng xung quanh đường thẳng AC ta được hình nón (hình vẽ). Hỏi thể tích của hình nón đó bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):



Lời giải

Do tam giác ABC vuông tại A .

Theo định lí Pythagore, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Suy ra $AC^2 = BC^2 - AB^2$.

Do đó $AC^2 = 13^2 - 5^2 = 144$.

Hay $AC = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)}$.

Thể tích của hình nón là:

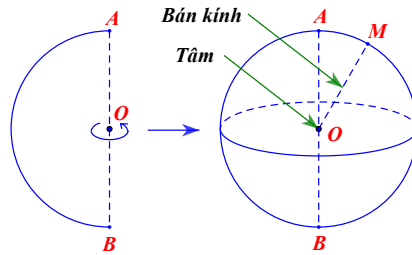
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi \approx 314,16 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

☞ HẾT ☞

CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

BÀI 32. HÌNH CẦU

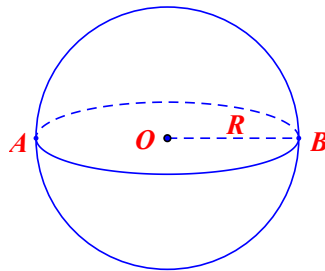
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ



* Khi quay nửa đường tròn đường kính AB cố định của nó, ta được một mặt cầu.

• Khi quay nửa hình tròn đường kính AB cố định của nó, ta được một hình cầu.

Tâm và bán kính của nửa đường tròn (hình tròn) cũng là tâm và bán kính của một mặt cầu (hình cầu).



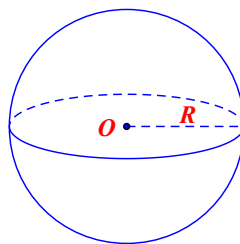
• Một số yếu tố của mặt cầu:

Tâm mặt cầu: O.

Bán kính mặt cầu: $R = OB$.

• Cắt mặt cầu, hình cầu bởi một mặt phẳng

1. Nếu cắt một hình cầu bởi một mặt phẳng thì phần chung của mặt phẳng và hình cầu (còn gọi là mặt cắt) là một hình tròn.



2. Nếu cắt một mặt cầu bán kính R bởi một mặt phẳng thì phần chung của mặt phẳng và mặt cầu là một đường tròn (hình vẽ).

- Khi mặt phẳng đi qua tâm thì đường tròn đó có bán kính R và được gọi là đường tròn lớn.

- Khi mặt phẳng đi qua tâm thì đường tròn đó có bán kính nhỏ hơn R.

• Diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu.

Người ta chứng minh được công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu có bán kính R

là: $S = 4\pi R^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

PHẦN B. PHÂN LOẠI CÁC BÀI TẬP

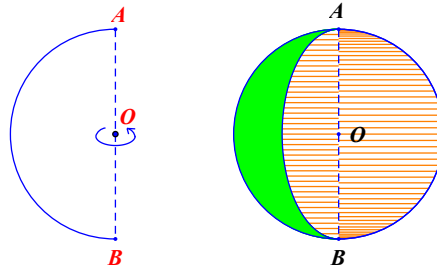
I. Nhận biết hình cầu.

Bài toán 1. Xác định tâm và bán kính của hình cầu tạo thành khi quay nửa hình tròn đường kính $AB = 6$ cm quanh AB cố định.

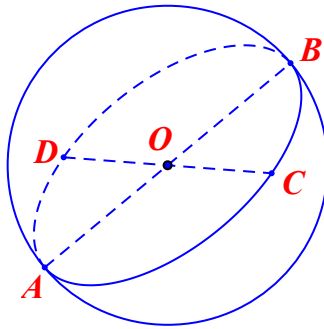
Lời giải

a) Tâm O của hình cầu là trung điểm của đoạn thẳng AB . Bán kính của hình cầu đó là:

$$R = OA = OB = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (cm)}.$$



Bài toán 2. Cho một mặt phẳng đi qua tâm O của một hình cầu (Hình vẽ). Quan sát hình vẽ, hãy chỉ ra:



- Hai đường kính của hình cầu;
- Bốn bán kính của hình cầu;
- Hình tròn lớn của hình cầu.

Lời giải

- Hai đường kính của hình cầu: AB và CD
- Bốn bán kính của hình cầu: AO ; OB ; OC ; OD .
- Hình tròn lớn của hình cầu giới hạn bởi đường tròn tâm O đi qua bốn điểm A , B , C , D .

Bài toán 3. Tính chu vi đường tròn thu được khi cắt mặt cầu tâm O bán kính $2,5$ cm bởi một mặt phẳng đi qua O .

Lời giải

Khi cắt mặt cầu tâm O bán kính $2,5$ cm bởi một mặt phẳng đi qua tâm O , ta được một đường tròn có bán kính $2,5$ cm.

Chu vi đường tròn thu được: $2\pi \cdot 2,5 = 5\pi$ (cm).

Bài toán 4. Cho hình cầu tâm I đường kính 1 dm. Khi cắt hình cầu trên bởi một mặt phẳng, ta được một hình tròn có chu vi $\frac{\pi}{2}$ dm. Mặt phẳng đó có đi qua tâm I của mặt cầu không? Vì sao?

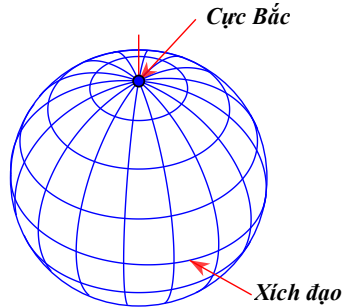
Lời giải

Giả sử mặt phẳng cắt mặt cầu đi qua tâm I, ta được một đường tròn lớn, có bán kính $R = \frac{1}{2}dm$.

Khi đó chu vi của đường tròn lớn sẽ là πdm .

Ta có: $\frac{\pi}{2} < \pi$ nên mặt phẳng không đi qua tâm I.

Bài toán 5. Trái đất được xem như một hình cầu với bán kính như một hình cầu với bán kính khoảng 6378 km. Nếu coi Xích đạo là đường tròn lớn của hình cầu này thì độ dài đường Xích Đạo là bao nhiêu kilômét?



Lời giải

Chu vi đường tròn lớn là độ dài Xích Đạo.

Ta có: $2\pi \cdot 6378 = 12756\pi (km) \approx 40074 (km)$.

Nhận xét: Biết độ dài Xích Đạo là 40074 (km). Em hãy tính bán kính của Trái Đất.

II. Diện tích mặt cầu.

Bài toán 6. Tính diện tích mặt cầu có bán kính bằng 5 cm.

Lời giải

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi (cm^2)$

Bài toán 7. Khinh khí cầu đầu tiên được phát minh bởi anh em nhà Montgolfier (người pháp) vào năm 1782. Chuyến bay đầu tiên của hai anh em trên khinh khí cầu được thực hiện vào ngày 6 tháng 6 năm 1783 trên bầu trời Place des Cordeliers ở Annonay (nước Pháp) (theo cand.com.vn).



Lời giải

Bán kính của khinh khí cầu: $\frac{11}{2}m = 5,5m$.

Diện tích mặt khinh khí cầu: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 5,5^2 = 121\pi (m^2) \approx 380(m^2)$

Bài toán 8. Đại dương bao phủ khoảng 71% bề mặt Trái Đất (nguồn: <https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/>). Hãy ước tính diện tích của đại dương theo kilômét vuông, biết bán kính Trái Đất khoảng 6378 km (làm tròn kết quả đến hàng triệu)

Lời giải

Diện tích bề mặt của Trái Đất:

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 6378^2 = 162715536\pi \approx 511185932,5 (km^2)$$

Vậy diện tích của đại dương là: $511185932,5 \cdot 71\% = 362942012 (km^2) \approx 363$ (triệu km^2)

Bài toán 9. Một mặt cầu có diện tích là $36cm^2$. Hỏi đường kính của mặt cầu này là bao nhiêu centimét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Ta có: $S = 4\pi R^2$ hay $S = \pi(2R)^2 \Rightarrow 2R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$.

Vậy đường kính của mặt cầu là: $\sqrt{\frac{36}{\pi}} = 3,39 (cm)$

Bài toán 10. Bạn Nam được tặng một quả bóng đá có đường kính 24 cm (hình vẽ). Em hãy giúp bạn ấy tính xem cần bao nhiêu mét vuông da để chế tạo quả bóng, giả sử rằng diện tích các mép nối không đáng kể.



Lời giải

Ta có: $\Rightarrow 2R = 24cm$ đường kính

$$S = \pi(2R)^2 = \pi 24^2 = 576\pi \approx 1809,56 (cm^2) \approx 1,8 (m^2)$$

Vậy cần: $1,8m^2$ da để chế tạo quả bóng

Bài toán 11. Để dự báo thời tiết, người ta sử dụng các bóng thám không, đó là một loại bóng bay mang theo các dụng cụ đo thời tiết như đo áp suất khí quyển, nhiệt độ, độ ẩm và tốc độ gió. Giả sử một quả bóng thám không có dạng hình cầu với bán kính 10m. Hỏi diện tích bề mặt của quả bóng thám không đó là bao nhiêu mét vuông (lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Lời giải

Diện tích bề mặt của bóng thám: $S = 4\pi R^2$; $\pi = 3,14$; $R = 10$.

Ta có: $S = 4.3,14.10^2 = 1250(m^2)$

Bài toán 12. Có một quả bóng rổ (loại số 7 cho nam) và một quả bóng tennis (Hình vẽ). Biết rằng diện tích bề mặt của quả bóng rổ khoảng 1884,75 và bán kính của quả bóng rổ gấp khoảng 2 lần đường kính của quả bóng tennis.



Bóng rổ



Bóng tennis

Hỏi diện tích bề mặt của quả bóng tennis đó là bao nhiêu centimets vuông (lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Gọi R, r theo thứ tự là bán kính của quả bóng rổ và quả bóng tennis.

$$\text{Ta có: } R = 2.(2r) \Rightarrow 2r = \frac{R}{2} \Rightarrow 4r^2 = \frac{R^2}{4}$$

$$\Rightarrow 4\pi r^2 = \frac{\pi R^2}{4} \text{ Hay } 4\pi r^2 = \frac{4\pi R^2}{16} \Rightarrow 4\pi r^2 = \frac{1884,75}{16} = 117,8.$$

Vậy diện tích của quả bóng tennis bằng $117,8 (cm^2)$.

Cách giải khác:

$$S = 4\pi R^2 \text{ hay } S = \pi.(2R)^2 \Rightarrow 2R = \sqrt{\frac{R}{\pi}} \text{ (đường kính của mặt cầu).}$$

Đường kính của quả bóng rổ (kí hiệu R là bán kính).

$$2R = \sqrt{\frac{1884,75}{3,14}} \left(S = 117,8 (cm^2); \pi = 3,14 \right)$$

$$\Rightarrow R = 24,5$$

Gọi r là bán kính của quả bóng tennis, ta có:

$$R = 2.(2r) \Rightarrow r = \frac{R}{4} \Rightarrow r = \frac{2R}{8} = \frac{24,5}{8} = \frac{49}{16}$$

Vậy diện tích bề mặt của quả bóng tennis là:

$$S = 4\pi r^2 = 4.3,14.\left(\frac{49}{16}\right)^2 = 117,8 (cm^2)$$

III. Thể tích hình cầu.

Bài toán 13. Tính thể tích của hình cầu bán kính 6 cm.

Lời giải

$$\text{Thể tích hình cầu là: } V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}.\pi.6^3 = 288\pi (cm^3).$$

Bài toán 14. Một quả bóng rổ (khi bơm căng) có đường kính 24 cm (hình vẽ). Tìm thể tích của quả bóng rổ đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Bán kính của quả bóng rổ là: $\frac{24}{2} = 12 (cm)$.

Thể tích của quả bóng rổ là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 12^3 = 2340\pi \approx 7238,229474 \approx 7238 (cm^3)$

Bài toán tương tự. Thể tích một quả bóng nhựa có dạng hình cầu với đường kính 10cm.

Lời giải

Bán kính của quả bóng nhựa là: $R = \frac{10}{2} = 5 (cm)$.

Thể tích của quả bóng nhựa là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3} (cm^3)$.

Bài toán 15. Bán kính Sao Mộc gấp khoảng 11 lần bán kính Trái Đất (nguồn: <http://solarsystem.nasa.gov/resources/686/solar-system-sizes/>). Vậy thể tích Sao Mộc gấp bao nhiêu lần thể tích Trái Đất?

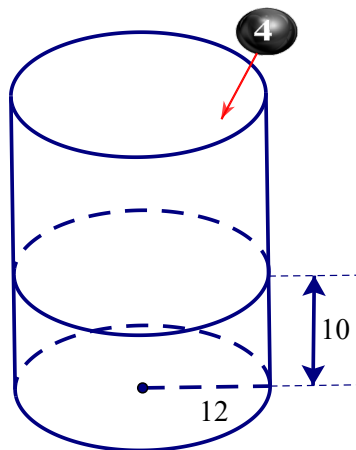
Lời giải

Gọi $R_1; R_2$ lần lượt là bán kính Sao Mộc và bán kính Trái Đất.

$$\text{Ta có: } R_1 = 11R_2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 11 \Rightarrow \frac{R_1^3}{R_2^3} = 11^3 \Rightarrow \frac{\frac{4}{3}\pi R_1^3}{\frac{4}{3}\pi R_2^3} = 11^3$$

Vậy thể tích Sao Mộc gấp 11^3 lần thể tích Trái Đất ($11^3 = 1331$).

Bài toán 16. Một chiếc cốc hình trụ có phần đáy bên trong là một hình tròn bán kính bằng 12cm. Chiều cao của mực nước trong cốc là 10cm (Hình vẽ).



a) Tính thể tích nước trong cốc.

b) Thả một quả cầu bằng kim loại có bán kính 4cm vào cốc cho đến khi quả cầu chìm hẳn xuống đáy cốc và mực nước đứng trên. Hỏi mực nước trong cốc tăng thêm bao nhiêu centimet?

Lời giải

a) Thể tích nước trong cốc:

$$V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot 12^2 \cdot 10 = 1440\pi (cm^3)$$

(Trong đó diện tích đáy là $\pi \cdot 12^2 = 144\pi (\text{cm}^2)$)

b) Thể tích quả cầu kim loại: $V_2 = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 = \frac{256}{3} \pi (\text{cm}^3)$

Thể tích quả cầu chính là thể tích nước dâng lên.

Ta có mực nước trong cốc tăng thêm: $\frac{256}{3} \pi : 144\pi = \frac{16}{27} (\text{cm})$.

Bài toán tương tự. Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ chứa vừa khít ba quả bóng tennis xếp theo chiều dọc (Hình vẽ). Các quả bóng tennis có dạng hình cầu, đường kính 6,4 cm .



a) Tính thể tích hộp đựng bóng (bỏ qua bề dày của vỏ hộp, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm^3).

b) Tính thể tích bên trong hộp đựng bóng không bị chiếm bởi ba quả bóng tennis.

Lời giải

a) Chiều cao hộp đựng bóng hình trụ là $h = 6,4 \cdot 3 = 19,2 (\text{cm})$

Bán kính đáy hộp đựng bóng hình trụ là $R_1 = 6,4 : 2 = 3,2 (\text{cm})$.

Thể tích đựng bóng hình trụ là:

$$V_1 = \pi R_1^2 h = \pi \cdot 3,2^2 \cdot 19,2 = 618 (\text{cm}^3)$$

b) Bán kính quả bóng tennis là $R_2 = 6,4 : 2 = 3,2 (\text{cm})$

Thể tích của ba quả bóng tennis có dạng hình cầu là:

$$V_2 = 3 \cdot \left(\frac{4}{3} \pi R_2^3 \right) = 3 \cdot \left(\frac{4}{3} \pi \cdot 3,2^3 \right) \approx 412 (\text{cm}^3).$$

Thể tích bên trong hộp đựng bóng không bị chiếm bởi ba quả bóng tennis là:

$$V = V_1 - V_2 = 618 - 412 = 206 (\text{cm}^3)$$

HẾT

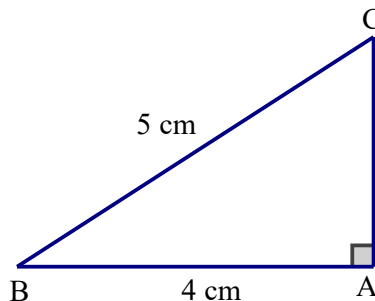
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG X

A. TRẮC NGHIỆM

- Khi quay hình chữ nhật ABCD một vòng quanh cạnh AB ta được một hình trụ có bán kính đáy bằng độ dài đoạn thẳng
A. AB. **B.** CD. **C.** AD. **D.** AC.
- Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$. Khi quay tam giác ABC một vòng quanh cạnh AC ta được một hình nón có chiều cao bằng
A. 4 cm . **B.** 3 cm . **C.** 5 cm . **D.** 9 cm .
- Diện tích mặt cầu có đường kính 10 cm là:
A. $10\pi\text{ cm}^2$. **B.** $400\pi\text{ cm}^2$. **C.** $50\pi\text{ cm}^2$. **D.** $100\pi\text{ cm}^2$.
- Cho hình nón có bán kính đáy $R = 2\text{ cm}$, độ dài đường sinh $l = 5\text{ cm}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
A. $\frac{10\pi}{3}\text{ cm}^2$. **B.** $\frac{50\pi}{3}\text{ cm}^2$. **C.** $20\pi\text{ cm}^2$. **D.** $10\pi\text{ cm}^2$.
- Một mặt phẳng đi qua tâm hình cầu, cắt hình cầu theo một hình tròn có diện tích $9\pi\text{ cm}^2$. Thể tích của hình cầu bằng
A. $972\pi\text{ cm}^3$. **B.** $36\pi\text{ cm}^3$. **C.** $6\pi\text{ cm}^3$. **D.** $81\pi\text{ cm}^3$.

Hướng dẫn - Đáp án

- Chọn C.
-



Ta có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{ (cm)}$ (định lý Pythagore)

Vậy chiều cao của hình nón bằng 3 cm .

Chọn B.

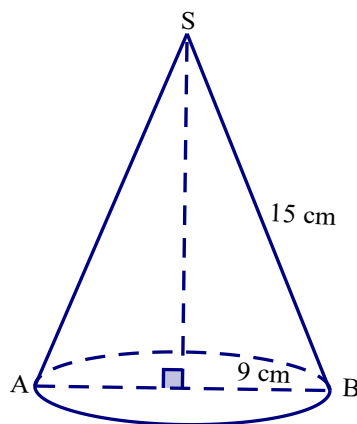
3. $S = 4\pi R^2 = 4\pi 10^2 = 400\pi\text{ (cm}^2\text{)}$

Chọn B.

4. $S = \pi rl = \pi \cdot 2 \cdot 5 = 10\pi\text{ (cm}^2\text{)}$

Chọn D.

5.



Ta có: $\pi R^2 = 9\pi \Rightarrow R = 3 \text{ cm}$.

Vậy thể tích của hình cầu: $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Chọn B.

B. TỰ LUẬN

1. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 20 cm, chiều cao bằng 30 cm.

a) Tính diện tích xung quanh của hình trụ;

b) Tính thể tích của hình trụ.

2. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 9 cm, độ dài đường sinh bằng 15 cm (Hình vẽ).

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Tính thể tích của hình nón.

c) Diện tích toàn phần của hình nón bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy. Tính diện tích toàn phần của hình nón đã cho.

3. Quả bóng rổ sử dụng trong thi đấu có dạng hình cầu với đường kính bằng 24 cm. Hãy tính:

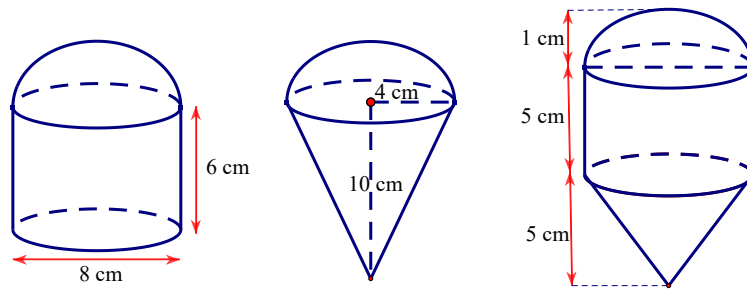
a) Diện tích bề mặt quả bóng.

b) Thể tích của quả bóng.

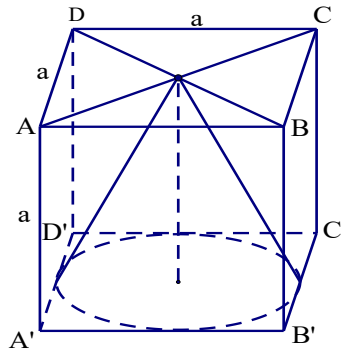
4. Đèn trời có dạng hình trụ không, có một đáy với đường kính đáy bằng 0,8 m và thân đèn cao 1 m (Hình vẽ). Tính diện tích giấy dán bên ngoài đèn trời.



5. Các hình dưới đây (Xem hình vẽ) được tạo thành từ các nửa hình cầu, hình trụ và hình nón (có cùng bán kính đáy). Tính thể tích của các hình đó theo kích thước đã cho.

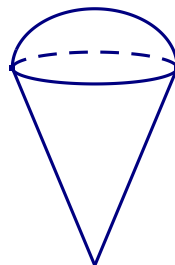


6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính thể tích của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn tiếp xúc với các cạnh của hình vuông $A'B'C'D'$ (hình vẽ).



7. Bạn Khôi cho một hòn đá cảnh vào trong một bể nuôi cá hình trụ có đường kính đáy bằng 20cm thì nước trong bể dâng lên 3cm. Hỏi hòn đá cảnh đó có thể tích bằng bao nhiêu?

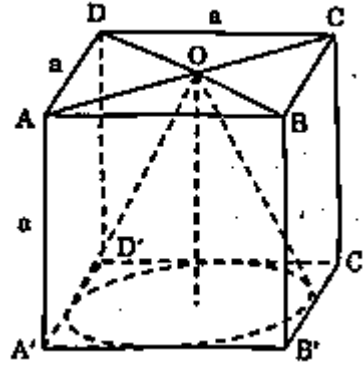
8. Một chiếc kem ốc quế gồm hai phần: Phần phía dưới dạng hình nón có chiều cao gấp đôi bán kính đáy, phần trên là nửa hình cầu có đường kính bằng nửa đường kính đáy của hình tròn phía dưới (hình vẽ). Thể tích phần kem phía trên bằng 200 cm^3 . Tính thể tích của cả chiếc kem.



9. Mái nhà hát Cao Văn Lầu và Trung tâm triển lãm Văn hoá Nghệ thuật tỉnh Bạc Liêu có hình dáng ba chiếc nón lá lớn nhất Việt Nam (Hình vẽ). Tính diện tích một mái nhà hình nón có đường kính bằng 45m và chiều cao bằng 24m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của m^2).

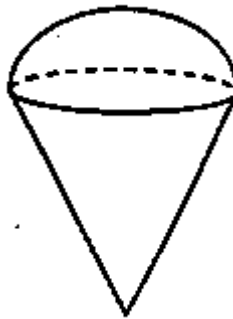


6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính thể tích của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn tiếp xúc với các cạnh của hình vuông $A'B'C'D'$ (hình vẽ).



7. Bạn Khôi cho một hòn đá cảnh vào trong một bể nuôi cá hình trụ có đường kính đáy bằng 20 cm thì nước trong bể dâng lên 3 cm . Hỏi hòn đá cảnh đó có thể tích bằng bao nhiêu?

8. Một chiếc kem ốc quế gồm hai phần: Phần phía dưới dạng hình nón có chiều cao gấp đôi bán kính đáy, phần trên là nửa hình cầu có đường kính bằng nửa đường kính đáy của hình tròn phía dưới (hình vẽ). Thể tích phần kem phía trên bằng 200 cm^3 . Tính thể tích của cả chiếc kem.



9. Mai nhà hát Cao Văn Lầu và Trung tâm triển lãm Văn hoá Nghệ thuật tỉnh Bạc Liêu có hình dáng ba chiếc nón lá lớn nhất Việt Nam (Hình vẽ). Tính diện tích một mái nhà hình nón có đường kính bằng 45 m và chiều cao bằng 24 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của m^2).



Hướng dẫn giải

1. a) Ta có: $S_{xq} = 2\pi Rh$; $R = 20\text{ cm}$; $h = 30\text{ cm}$.

$$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi \cdot 20 \cdot 30 = 1200\pi (\text{cm}^2).$$

b) Ta có: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 20^2 \cdot 30 = 12000\pi (\text{cm}^3)$.

2. a) Ta có: $S_{xq} = 2\pi rl$; $r = 9\text{ cm}$; $l = 15\text{ cm}$.

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi \cdot 9 \cdot 15 = 135\pi (\text{cm}^2).$$

b) $S_{đáy} = \pi r^2 = \pi \cdot 9^2 = 81\pi (\text{cm}^2)$.

$$\text{Vậy } S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 135\pi + 81\pi = 216\pi (\text{cm}^2).$$

3. Xem Bài toán 14, Bài toán 32.

a) Diện tích bề mặt quả bóng: $576\pi (\text{cm}^2)$.

b) Thể tích của quả bóng: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = 2304\pi (\text{cm}^3)$.

4. Ta tính S_{xq} và $S_{\text{đáy}}$ (một đáy) là phần diện tích giấy dán bên ngoài đèn trời.

Đường kính $2R = 0,8(\text{m}) \Rightarrow R = 0,4(\text{m})$

$$S_{xq} = 2\pi rh; R = 0,4 (\text{m}); h = 1 (\text{m})$$

$$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi \cdot 0,4 \cdot 10 = 8\pi (\text{m}^2)$$

$$S_{\text{đáy}} = \pi r^2 = \pi \cdot 0,4^2 = 0,16\pi (\text{m}^2).$$

Vậy phần diện tích giấy dán bên ngoài đèn trời là:

$$8\pi + 0,16\pi = 8,16\pi (\text{m}^2)$$

5. Hình a). Nửa hình cầu có thể tích:

$$V_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3; R = \frac{8}{2} = 4 (\text{cm})$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{2}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{128}{3}\pi (\text{cm}^3)$$

Hình trụ có thể tích:

$$V_2 = \pi \cdot R^2 \cdot h; R = 4 (\text{cm}); h = 6 (\text{cm})$$

$$\Rightarrow V_2 = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 96\pi (\text{cm}^3)$$

Vậy thể tích của hình a):

$$V = V_1 + V_2 = \frac{128}{3}\pi + 96\pi = \frac{416}{3}\pi (\text{cm}^3)$$

- Hình b) Đáp án $90\pi (\text{cm}^3)$

- Hình c). Nửa hình cầu bán kính 1 cũng có thể tích:

$$V_1 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{2}{3}\pi (\text{cm}^3)$$

- Hình trụ có thể tích: $V_2 = \pi \cdot 1^2 \cdot 5 = 5\pi (\text{cm}^3)$

- Hình nón có thể tích: $V_3 = \frac{1}{3}\pi \cdot 1^2 \cdot 5 = \frac{5}{3}\pi (\text{cm}^3)$

$$\text{Vậy } V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{2}{3}\pi + 5\pi + \frac{5}{3}\pi = \frac{22}{3}\pi (\text{cm}^3)$$

6. Đáy hình nón là đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh a nên bán kính đường tròn bằng $\frac{a}{2}$, chiều cao của hình nón bằng cạnh hình lập phương và bằng a .

Thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{12}$ (đvtt).

7. Thể tích hòn đá chính là thể tích dâng lên 3 cm trong bể.

Ta có: $V = \pi R^2 h$; $R = \frac{20}{2} = 10$ (cm); $h = 3$ cm

$$\Rightarrow V = \pi \cdot 10^2 \cdot 3 = 300\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

8. Phần nửa hình cầu có thể tích: $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} \pi R^3$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \pi R^3 = 200 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{300}{\pi}}$$

Thể tích phần hình nón: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\sqrt[3]{\frac{300}{\pi}} \right)^2 \cdot 2 \sqrt[3]{\frac{300}{\pi}} = 200 \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích của cả chiếc kem: $300 + 200 = 500 \text{ (cm}^3\text{)}$.

9. $2R = 45 \Rightarrow R = \frac{45}{2}$.

$$V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{45}{2} \right)^2 \cdot 24 = 4050 \text{ (cm}^3\text{)}$$

♣ HẾT ♣