

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Trong không gian Oxyz, Tính số đo độ của góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$.

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$, áp dụng công thức tính góc giữa hai vector,

$$\text{Ta có: } (\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{1 \cdot 2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra góc giữa hai vector cần tìm là $(\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ$.

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a}(-2; 2; 0), \vec{b}(2; 2; 0), \vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 6; 2)$ nên $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{2^2 + 6^2 + 2^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục Oxyz cho ba điểm $A(-1; 2; -3), B(1; 0; 2), C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó giá trị $T = x + y$?

Lời giải

Có $\overline{AB} = (2; -2; 5), \overline{AC} = (x+1; y-2; 1)$.

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{AB}, \overline{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow T = x + y = 1.$$

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5)$. Tọa độ đỉnh của hình hộp là $A'(x; y; z)$, tính giá trị biểu thức $T = x + y + z$

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$.

Suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$, $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$.

Do đó: $\overrightarrow{AA'} = (2; 5; -7)$.

Suy ra $A'(3; 5; -6)$.

Vậy $T = x + y + z = 2$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm giá trị của m để tam giác MNP vuông tại N .

Lời giải

$\overrightarrow{MN}(-3; -2; 2)$; $\overrightarrow{NP}(2; m-2; 1)$.

Tam giác MNP vuông tại $N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow -6 - 2(m-2) + 2 = 0 \Leftrightarrow m-2 = -2 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC ? (tính chính xác đến hàng phần trăm).

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AC$.

Nên diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1,22$.

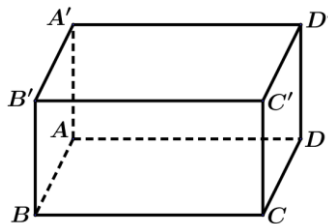
Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

Ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$; $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a > 0$. Khi $a = 2$, tính độ dài đoạn thẳng AC'

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (0; 2a; 0)$; $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 2a)$.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 2a)$.

$$\text{Suy ra } AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = 3|a|.$$

$$\text{Vậy độ dài đoạn thẳng } AC' = 3|a| = 6.$$

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, Tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$; $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$?

Lời giải

$$\begin{cases} 1 = \frac{1+2+a}{3} \\ c = \frac{-3-4-2}{3} \\ 3 = \frac{3+5+b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a + b + c = -2$$