

CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 1. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

1. Định lí (thừa nhận): Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .

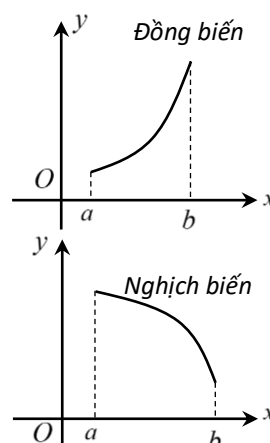
Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .

2. Hình dáng đồ thị

Nếu hàm số đồng biến trên K thì từ trái sang phải đồ thị đi lên.

Nếu hàm số nghịch biến trên K thì từ trái sang phải đồ thị đi xuống.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC

CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: Câu 12 (101-2023) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 2: Câu 28 (104-2023) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		0	-		0	+	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Nhận thấy $f'(x) > 0$ với $\forall x \in (2; +\infty)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 3: **Câu 38 (104-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(5) > f(6)$. B. $f(0) > f(2)$. C. $f(4) > f(0)$. D. $f(4) > f(2)$.

Lời giải

Ta lập bảng xét dấu của $f(x)$

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$				$+\infty$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(0)$ là cực đại nên $f(0) > f(2)$

Câu 4: **Câu 33 (101-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(4) > f(0)$. B. $f(0) > f(2)$. C. $f(5) > f(6)$. D. $f(4) > f(2)$.

Lời giải

$$f'(x) = x(x-4) \text{ nên } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						

Dựa vào bảng biến thiên ta được $f(0) > f(2)$.

Câu 5: **Câu 9 (102-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Hàm số đã cho nghịch biến $\Leftrightarrow x^3 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$.

Câu 6: **Câu 10 (103-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra hàm $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 7: Câu 30 (102-2023) Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$

Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 8: Câu 36 (103-2023) Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 9: (MĐ 101-2022) Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 - x^2$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. D. $y = x^3 + x$.

Lời giải

Chọn D

Xét $y = x^3 + x$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0; \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số trên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 10: (MĐ 102-2022) Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 - x^2$. B. $y = x^3 + x$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. D. $y = x^3 - x$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy, chỉ có hàm số $y = x^3 + x$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = x^3 + x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11: (MĐ 103-2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x+1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = x+1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$ 0 $+$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 12: (MĐ 104-2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x+1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 13: (MĐ 101-2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		0	3	0

Diagram illustrating the function $f(x)$ and its derivative $f'(x)$ across various values of x . The derivative $f'(x)$ is shown above the function $f(x)$. The function $f(x)$ has local minima at $x = -1$ and $x = 1$, and a local maximum at $x = 0$. The function values at these points are 0 , 3 , and 0 respectively. Red arrows indicate the relationship between the derivative and the function values: $f'(-1) = 0 \rightarrow f(-1) = 0$, $f'(0) = + \rightarrow f(0) = 3$, and $f'(1) = 0 \rightarrow f(1) = 0$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1); (0; 1)$.

Câu 14: (MĐ 102-2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		0	3		0		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 15: (MĐ 103-2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	+			
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 3)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 16: (MĐ 104-2022) Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		0		3		0		$+\infty$

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát BBT ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 17: (ĐTK 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2;2)$.

B. $(0;2)$.

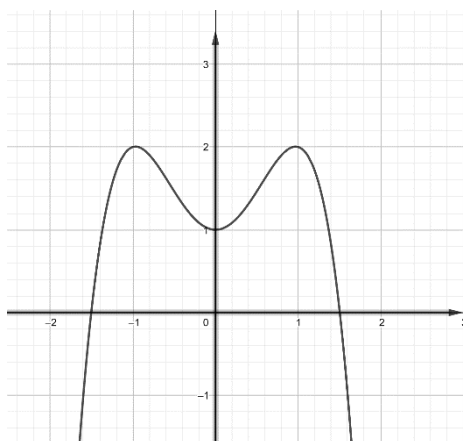
C. $(-2;0)$.

D. $(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta thấy trên $(0;2)$ thì $f'(x) > 0$ và mũi tên có chiều hướng lên.

Câu 18: (MĐ 102 - 2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$.

B. $(-\infty;0)$.

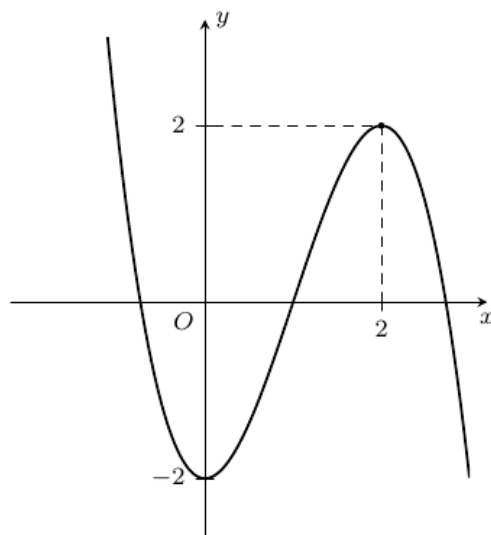
C. $(0;1)$.

D. $(0;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên các khoảng: $(-\infty;-1);(0;1)$

Câu 19: (MĐ 103 - 2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

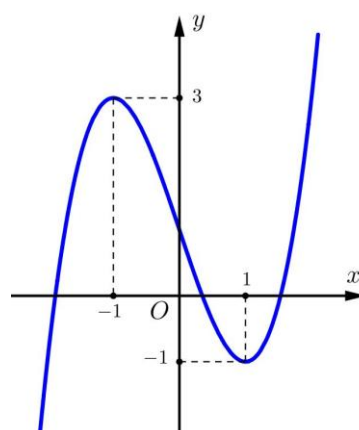


- A. $(-\infty; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 20: (MĐ 104 - 2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 3)$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 21: (MĐ 2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy, $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$.

Do đó, trong các khoảng đã cho, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 22: (MĐ 2021 – ĐỢT 2) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{3x-1}{x+1}$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = x^4 - 4x$. D. $y = x^3 + x$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = x^3 - x$ có đạo hàm là $y' = 3x^2 - 1$ đổi dấu qua $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = x^4 - 4x$ có đạo hàm là $y' = 4x^3 - 4$ đổi dấu qua $x = 1$ nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = x^3 + x$ có đạo hàm là $y' = 3x^2 + 1$ luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 23: (MĐ 2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $f'(x) > 0$ trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 24: (MĐ 103 - 2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

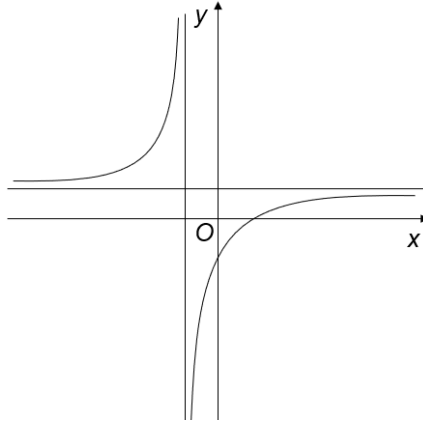
Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Câu 25: (MĐ 102 - 2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $y' < 0, \forall x \neq -1$. **B.** $y' > 0, \forall x \neq -1$ **C.** $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **D.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

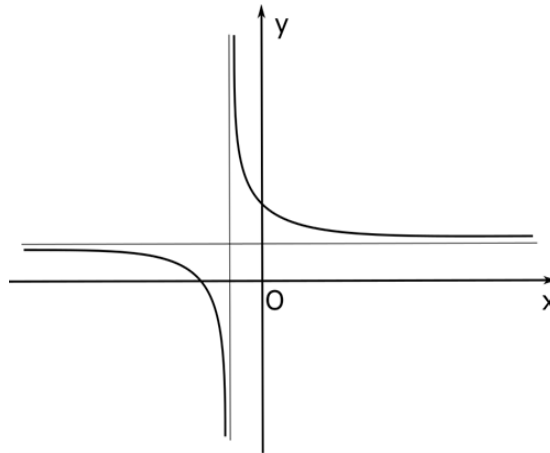
Lời giải

Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Do đó $y' > 0, \forall x \neq -1$.

Câu 26: (MĐ 102 - 2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.** $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **B.** $y' > 0, \forall x \neq -1$ **C.** $y' < 0, \forall x \neq -1$ **D.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Lời giải

ĐK: $x \neq -1$.

Đặt $y = f(x) = \frac{x+a}{x+1}$. Từ đồ thị hàm số đã cho ta có:

Với $\forall x_1, x_2 \in (-1; +\infty)$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. Do đó $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.

Với $\forall x_1, x_2 \in (-\infty; -1)$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. Do đó $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. Vậy $y' < 0, \forall x \neq -1$.

Câu 27: (Mã 101 – 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			4			$+\infty$
		-1			-1		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 28: (Đề Minh Họa 2020 – Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		2		2			
	$-\infty$		-1		$-\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 29: (Đề Minh Họa 2020 – Lần 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		2		
	$-\infty$			1			$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 30: (Mã 102 – 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			4		1		4	
	$-\infty$							$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 31: (Mã 103 – 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			3			3		
	$-\infty$			2				$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$ B. $(0; 2)$ C. $(-2; 0)$ D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 32: (Mã 104 – 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$
					</				

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

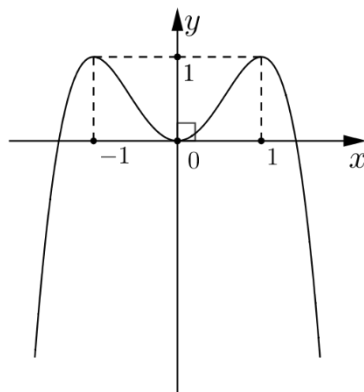
- A. $(-3; 0)$. B. $(-3; 3)$. C. $(0; 3)$. D. $(-\infty; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 33: (Mã 102 – 2020 – Lần 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

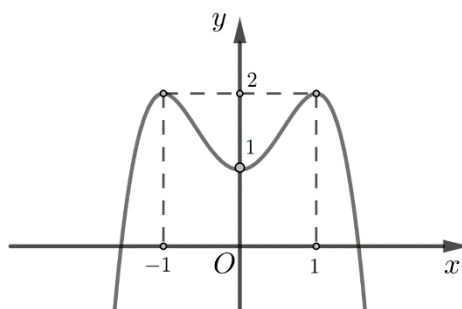
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

Câu 34: (Mã 107 – 2020 Lần 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$.

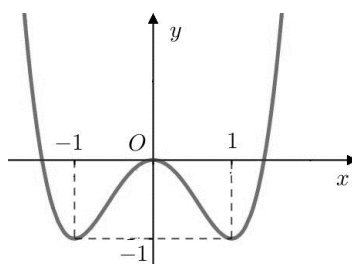
Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

$\Rightarrow$ chọn đáp án **A.**

Câu 35: (Mã 103 – 2020 – Lần 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 36: (Đề minh họa 1, Năm 2017) Hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $(-\infty; 0)$

Lời giải

Chọn B

$y = 2x^4 + 1$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 8x^3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ suy ra $y(0) = 1$

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 37: (Đề minh họa 2, Năm 2017) Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = \frac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
	$-\infty$					$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 38: (Đề Minh họa lần 3, Năm 2017) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$. B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Phương pháp:

☐ Bước 1: Tìm tập xác định, tính y' .

☐ Bước 2: giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm.

☐ Bước 3: Lập bảng biến thiên và kết luận các khoảng đồng biến và nghịch biến.

Cách giải: $y = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x$.

Câu 39: (Đề minh họa lần 3, Năm 2017) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = 3x^3 + 3x - 2$.

B. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

C. $y = x^4 + 3x^2$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Phương pháp: Tính đạo hàm các hàm số và xét dấu đạo hàm, nếu $y' > 0$ với mọi x thì hàm số đó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Cách giải: Ta có:
$$\begin{cases} (3x^3 + 3x - 2)' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \\ (2x^3 - 5x + 1)' = 6x^2 - 5 \\ (x^4 + 3x^2)' = 4x^3 + 6x \\ \left(\frac{x-2}{x+1}\right)' = \frac{3}{(x+1)^2} \end{cases}$$

Câu 40: (Mã 101, Năm 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$.

B. $(-\infty;0)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(-\infty;-1)$.

Câu 41: (Mã 102, Năm 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 42: (Mã 103, Năm 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 43: (Mã 103, Năm 2017) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				0			$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 44: (Mã 104, Năm 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1		0		2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy mệnh đề hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ đúng.

Câu 45: (Mã 104, Năm 2017) Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $D = \mathbb{R}$, $y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 46: (ĐỀ THAM KHẢO 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		-1		3	
	$-\infty$							$-\infty$

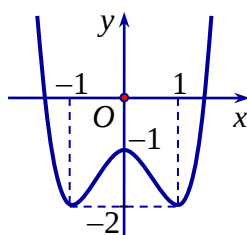
Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 47: (Đề minh họa, Năm 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị đi lên trong khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Quan sát đáp án **chọn D**

Câu 48: (Mã 101, Năm 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		3		$+\infty$	

Diagram illustrating the function y and its derivative y' across different intervals of x .

The intervals for x are: $-\infty$, -1 , 0 , 1 , and $+\infty$.

The derivative y' is negative ($-$) for $x < -1$, zero (0) at $x = -1$, positive ($+$) for $-1 < x < 1$, zero (0) at $x = 1$, and positive ($+$) for $x > 1$.

The function y has a local minimum at $x = -1$ with value -2 , a local maximum at $x = 0$ with value 3 , and a local minimum at $x = 1$ with value -2 . The function approaches $+\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $x \rightarrow +\infty$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(-\infty;-1)$.

Câu 49: (Mã 102, Năm 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 50: (Mã 103, Năm 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			-1		-1	
	$-\infty$		-2		$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 51: (Mã 104, Năm 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		4		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 52: (Mã 101, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		1		3		1		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \forall x \in (0; 2) \Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 53: (Mã 102, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$		1		3		1		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Căn cứ các phương án, ta chọn đáp án D.

Câu 54: (Mã 103, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				0		3		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn BBT ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. Đáp án A đúng.

Câu 55: (Mã 104, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				0		3		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0; 1)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 56: (Đề Tham Khảo 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; -1)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 3[f'(x+2) - (x^2 - 3)]$

Với $x \in (-1; 0) \Rightarrow x+2 \in (1; 2) \Rightarrow f'(x+2) > 0$, lại có $x^2 - 3 < 0 \Rightarrow y' > 0; \forall x \in (-1; 0)$

Vậy hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chú ý:

+) Ta xét $x \in (1; 2) \subset (1; +\infty) \Rightarrow x+2 \in (3; 4) \Rightarrow f'(x+2) < 0; x^2 - 3 > 0$

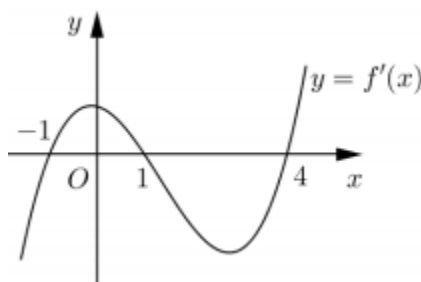
Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ nên loại hai phương án A, D.

+) Tương tự ta xét

$$x \in (-\infty; -2) \Rightarrow x+2 \in (-\infty; 0) \Rightarrow f'(x+2) < 0; x^2 - 3 > 0 \Rightarrow y' < 0; \forall x \in (-\infty; -2)$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ nên loại hai phương án B.

Câu 57: (ĐỀ THAM KHẢO 2018) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(1; 3)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta thấy $f'(x) < 0$ với $\begin{cases} x \in (1; 4) \\ x < -1 \end{cases}$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $(1; 4)$ và $(-\infty; -1)$ suy ra

$g(x) = f(-x)$ đồng biến trên $(-4; -1)$ và $(1; +\infty)$. Khi đó $f(2-x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$ và $(3; +\infty)$

Cách 2:

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 4 \end{cases}$.

Ta có $(f(2-x))' = (2-x)' \cdot f'(2-x) = -f'(2-x)$.

Để hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến thì $(f(2-x))' > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$$

Câu 58: (Mã 101, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4; +\infty)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = -2f'(3-2x) < 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 3-2x < -1 \\ 3-2x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > x > 2 \\ x < 1 \end{cases}.$$

Vì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ nên nghịch biến trên $(-2; 1)$.

Câu 59: (Mã 102, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(2; 3)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(3; 5)$. **D.** $(5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = f(5-2x)$.

$$y' = [f(5-2x)]' = -2f'(5-2x).$$

$$\text{Xét bất phương trình: } y' < 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 5-2x < -1 \\ 5-2x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x < 4 \\ x < 2 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và khoảng $(3; 4)$.

Vì $(0; 2) \subset (-\infty; 2)$ nên chọn đáp án B

Câu 60: (Mã 103, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(3; 4)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(-\infty; -3)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = f'(3-2x) = (3-2x)' f'(3-2x) = -2f'(3-2x).$$

$$*) y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x) = 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x = -3 \\ 3-2x = -1 \\ 3-2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$*) y' \geq 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x \leq -3 \\ -1 \leq 3-2x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(3; 4)$.

Câu 61: (Mã 104, Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -3)$. B. **(4; 5)**. C. $(3; 4)$. D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -2f'(5 - 2x)$.

Hàm số $y = f(5 - 2x)$ đồng biến $\Leftrightarrow -2f'(5 - 2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(5 - 2x) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 2x < -3 \\ -1 < 5 - 2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 62: (Đề minh họa 1, Năm 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm

số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. **$m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$** . B. $m \leq 0$. C. $1 \leq m < 2$. D. $m \geq 2$.

Lời giải.

Chọn A

Đặt $t = \tan x$, vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t - 2}{t - m} \forall t \in (0; 1)$. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

Ta có $f'(t) = \frac{2 - m}{(t - m)^2}$.

Đề hàm số y đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ khi và chỉ khi: $f'(t) > 0 \forall t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{2 - m}{(t - m)^2} > 0 \forall t \in (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \leq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0] \cup [1; 2) \\ m \geq 1 \end{cases}$$

CASIO: Đạo hàm của hàm số ta được $y' = \frac{\frac{1}{\cos^2 x}(\tan x - m) - (\tan x - 2)\frac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x - m)^2}$

Ta nhập vào máy tính bằng $y' \backslash \text{CALC} \backslash \text{Calc } x = \frac{\pi}{8}$

$\backslash = \backslash m = ?$ 1 giá trị bất kỳ trong 4 đáp án.

Đáp án D $m \geq 2$. Ta chọn $m = 3$. Khi đó $y' = -0,17 < 0$

Đáp án C $1 \leq m < 2$ Ta chọn $m = 1,5$. Khi đó $y' = 0,49 > 0$

Đáp án B $m \geq 0$ Ta chọn $m = 0$. Khi đó $y' = 13,6 > 0$

Vậy đáp án B và C đều đúng

Câu 63: (Đề minh họa lần 3, Năm 2017) Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Phương pháp: Hàm số nghịch biến trên đâu thì $f'(x) \leq 0$ tại đó với dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm.

Cách giải: Xét $m = 1$ thì $y = -x + 4$ (thỏa mãn nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$). Xét $m \neq 1$, ta có:

$$f'(x) = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1$$

$$f'(x) \leq 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ \Delta' = (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 < 1 \\ 2m^2 - m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m > \frac{-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < 1.$$

Mà m là số nguyên nên $m = 0$ hoặc $m = 1$.

Câu 64: (Mã 102, Năm 2017) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

A. 2.

B. Vô số.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}.$$

$$y' = \frac{5m - 2}{(x + 5m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 5m - 2 > 0 \\ -5m \in [-10; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ -5m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị của tham số m .

Câu 65: (Mã 102, Năm 2017) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

- A. 3. B. Vô số. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-6}{(x+5m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên $(10; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y' < 0, \forall x \in D \\ -5m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{6}{5} \\ m \geq -2 \end{cases}.$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Câu 66: (Mã 103, Năm 2017) Cho hàm số $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = \frac{-m^2 + 2m + 3}{(x-m)^2}$$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' \geq 0 \Leftrightarrow -m^2 + 2m + 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \in [-1; 3]$

Xét tại $m = -1; m = 3$ thấy không thỏa mãn. Vậy $m = 0; m = 1; m = 2$.

Câu 67: (Mã 104, Năm 2017) Cho hàm số $y = \frac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}; y' = \frac{m^2 - 4m}{(x+m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định khi $y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$

Mà $m \in \mathbb{Q}$ nên có 3 giá trị thỏa.

Câu 68: (Đề minh họa, Năm 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

- A. $(-\infty; 0]$. B. $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$. D. $[0; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Theo đề $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9 \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow 4m \leq 3x^2 + 12x + 9, \forall x \in (-\infty; -1)$

Đặt $g(x) = 3x^2 + 12x + 9 \Rightarrow g'(x) = 6x + 12$

x	$-\infty$	-2	-1
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	-3	6

Vậy $4m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{4}$.

Câu 69: (Mã 101, Năm 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

- A. 2. B. Vô số. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 5m-2 > 0 \\ -5m \in [-10; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ -5m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị của tham số m .

Câu 70: (Mã 102, Năm 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

A. 3.

B. Vô số.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-6}{(x+5m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên $(10; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y' < 0, \forall x \in D \\ -5m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{6}{5} \\ m \geq -2 \end{cases}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Câu 71: (Mã 103, Năm 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$?

A. 3.

B. Vô số.

C. 0.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-3m\}$; $y' = \frac{3m-1}{(x+3m)^2}$

Hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} y' < 0 \\ (6; +\infty) \subset D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1 < 0 \\ -3m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < \frac{1}{3}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0\}$.

Câu 72: (Mã 104, Năm 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.

A. 2.

B. 6.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (-\infty; -3m) \cup (-3m; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3m-2}{(x+3m)^2}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 > 0 \\ -6 \leq -3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} < m \leq 2 \end{cases}$.

Mà m nguyên nên $m = \{1; 2\}$.

- Câu 73: (Đề Tham Khảo Lần 2 2020)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- A.** 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Dấu '=' xảy ra tại hữu hạn điểm).

Ta có $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0$

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

- Câu 74: (Đề Tham Khảo Lần 1 2020)** Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?
- A.** 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{-m^2 + 4}{(x-m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$f'(x) > 0 \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4 > 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1; 0\}$. Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

- Câu 75: (Mã 101 – 2020 – Lần 1)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ là
- A.** $[4; 7)$. **B.** $(4; 7]$. **C.** $(4; 7)$. **D.** $(4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{m-4}{(x+m)^2}.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7) \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (-\infty; -7)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-4 > 0 \\ -m \notin (-\infty; -7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ -m \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m \leq 7.$$

Câu 76: (Mã 102 – 2020 – Lần 1) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+5}{x+m}$

đồng biến trên khoảng $(-\infty; -8)$ là

- A.** $(5; +\infty)$. **B.** $(5; 8]$. **C.** $[5; 8)$. **D.** $(5; 8)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x \neq -m$.

Ta có $y' = \frac{m-5}{(x+m)^2}$

Để hàm số $y = \frac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -8)$ thì

$$\begin{cases} y' > 0 \\ -m \notin (-\infty; -8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m-5 > 0 \\ -m \geq -8 \end{cases} \Rightarrow 5 < m \leq 8.$$

Câu 77: (Mã 103 – 2020 – Lần 1) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+m}$

đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5)$

- A.** $(2; 5]$. **B.** $[2; 5)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(2; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có: $y' = \frac{m-2}{(x+m)^2}$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (-\infty; -5) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \forall x \in (-\infty; -5) \\ -m \notin (-\infty; -5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ -m \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 5.$$

Câu 78: (Mã 104- 2020 – Lần 1) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$

đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ là

- A.** $(3; 6]$. **B.** $(3; 6)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $[3; 6)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi: $x+m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -m$.

$$y = \frac{x+3}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m-3}{(x+m)^2}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y' > 0, \forall x \in (-\infty; -6) \\ -m \notin (-\infty; -6) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 > 0 \\ -m \in [-6; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 6.$$

Vậy: $m \in (3; 6]$.

Câu 79: (Mã 101 – 2020 -Lần 2) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

- A.** $(-\infty; 1]$ **B.** $(-\infty; 4]$ **C.** $(-\infty; 1)$ **D.** $(-\infty; 4)$

Lời giải

Chọn B

Ta có.

$$y' = 3x^2 - 6x + 4 - m. \text{ ycbt} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 4 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 4, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{(2; +\infty)} g(x) \text{ với } g(x) = 3x^2 - 6x + 4$$

Ta có.

$$g'(x) = 6x - 6$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$g'(x)$		0		+
$g(x)$				$+\infty$

4.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra: $m \leq 4$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy: $m \in (-\infty; 4]$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 80: (Mã 102 – 2020 – Lần 2) Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

- A.** $(-\infty; 2)$. **B.** $(-\infty; 5)$. **C.** $(-\infty; 5]$. **D.** $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 5 - m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 5 - m \geq 0, \forall x > 2 \Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 5, \forall x > 2.$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$ trên khoảng $(2; +\infty)$.

Có $f'(x) = 6x - 6$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (loại).

Bảng biến thiên

x	2	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	5	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $m \leq 3x^2 - 6x + 5, \forall x > 2 \Leftrightarrow m \leq 5$.

Vậy $m \in (-\infty; 5]$.

Câu 81: (Mã 103 – 2020 – Lần 2) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (2-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

- A. $(-\infty; -1]$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 2 - m$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 2, \forall x \in (2; +\infty).$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x + 2, \forall x \in (2; +\infty)$.

$$f'(x) = 6x - 6; f'(x) = 0 \Rightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		0		+
$f(x)$			2	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $m \leq 2$. Vậy $m \in (-\infty; 2]$.

Câu 82: (Mã 104 – 2020 – Lần 2) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-\infty; -2]$. D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 1 - m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 1 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 1 \geq m, \forall x \in (2; +\infty).$$

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 - 6x + 1$ với $\forall x \in (2; +\infty)$.

$$g'(x) = 6x - 6; g'(x) > 0, \forall x \in (2; +\infty).$$

Bảng biến thiên $g(x)$:

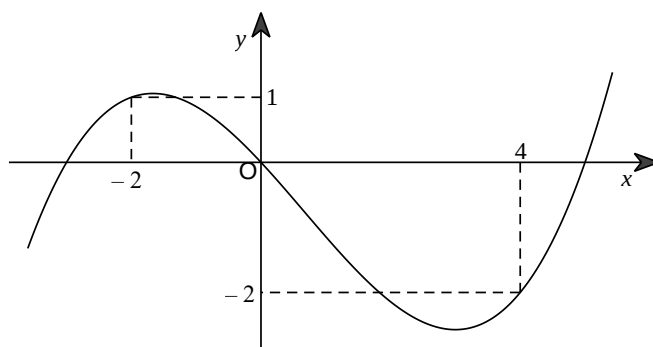
x	2	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$		$+\infty$

1

Vậy $m \leq 1$.

Câu 83: (Đề Tham Khảo 2020 – Lần 1) Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.

Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

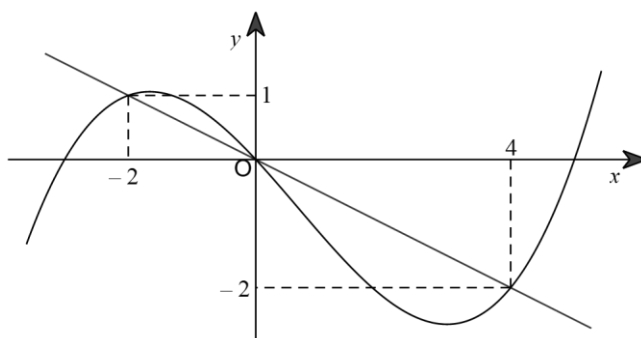
Chọn A

Ta có : $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x \Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1$

Đặt $t = 1-2x \Rightarrow g'(x) = -2f'(t) - t$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow f'(t) = -\frac{t}{2}$$

Vẽ đường thẳng $y = -\frac{x}{2}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên cùng một hệ trục



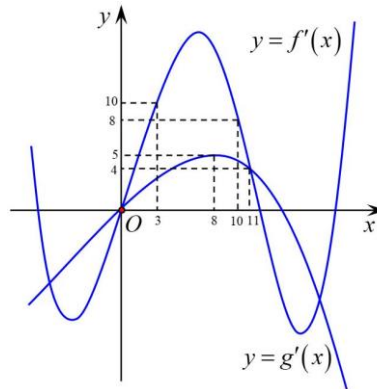
$$\text{Hàm số } g(x) \text{ nghịch biến} \Rightarrow g'(x) \leq 0 \Rightarrow f'(t) \geq -\frac{t}{2} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq t \leq 0 \\ t \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{Như vậy } f'(1-2x) \geq \frac{1-2x}{-2} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq 1-2x \leq 0 \\ 4 \leq 1-2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Vậy hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

Mà $\left(1; \frac{3}{2}\right) \subset \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ nên hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

Câu 84: (Mã 102, Năm 2017) Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f\left(x + \frac{9}{2}\right) - g\left(2x + \frac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(2; \frac{16}{5}\right)$.

B. $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$.

C. $\left(\frac{16}{5}; +\infty\right)$.

D. $\left(3; \frac{13}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } h'(x) = f'\left(x + \frac{9}{2}\right) - 2g'\left(2x + \frac{9}{2}\right).$$

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3; 8)$ thì $g'(x) < 5$ và $f'(x) > 10$. Do đó $f'(x) > 2g'(x)$.

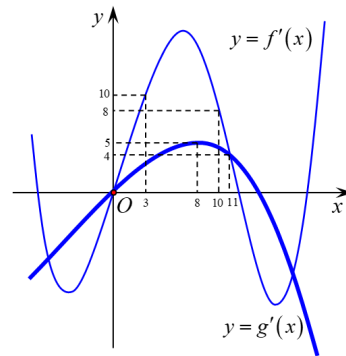
$$\text{Như vậy: } g'\left(2x + \frac{9}{2}\right) < 5 \text{ nếu } 3 < 2x + \frac{9}{2} < 8 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} < x < \frac{7}{4}.$$

$$f'\left(x + \frac{9}{2}\right) > 10 \text{ nếu } 3 < x + \frac{9}{2} < 8 \Leftrightarrow -4 < x < 1.$$

Suy ra trên khoảng $\left(-\frac{3}{4}; 1\right)$ thì $g'\left(2x + \frac{9}{2}\right) < 5$ và $f'\left(x + \frac{9}{2}\right) > 10$ hay $h'(x) > 0$.

Tức là trên khoảng $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$ hàm số $h(x)$ đồng biến.

Câu 85: (Mã 101, Năm 2018) Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó **đường cong đậm hơn** là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$.



Hàm số $h(x) = f\left(x+4\right) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5; \frac{31}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$.

C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$.

D. $\left(6; \frac{25}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

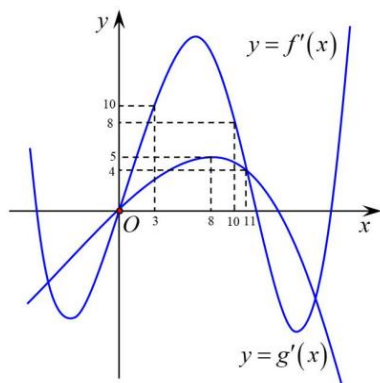
Ta có $h'(x) = f'(x+4) - 2g'\left(2x - \frac{3}{2}\right)$.

Hàm số $h(x) = f\left(x+4\right) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến $\Leftrightarrow h'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(x+4) - 2g'\left(2x - \frac{3}{2}\right) \geq 0$

$$\Leftrightarrow f'(x+4) \geq 2g'\left(2x - \frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x+4 \leq 8 \\ 3 \leq 2x - \frac{3}{2} \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 4 \\ 3 + \frac{3}{2} \leq 2x \leq 8 + \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 4 \\ \frac{9}{2} \leq 2x \leq \frac{19}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 4 \\ \frac{9}{4} \leq x \leq \frac{19}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{9}{4} \leq x \leq \frac{19}{4}.$$

Câu 86: (Mã 102, Năm 2018) Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f\left(x+7\right) - g\left(2x + \frac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(2; \frac{16}{5}\right)$.

B. $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$.

C. $\left(\frac{16}{5}; +\infty\right)$.

D. $\left(3; \frac{13}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x) = f'(x+7) - 2g'\left(2x + \frac{9}{2}\right)$.

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3; 8)$ thì $g'(x) < 5$ và $f'(x) > 10$. Do đó $f'(x) > 2g'(x)$.

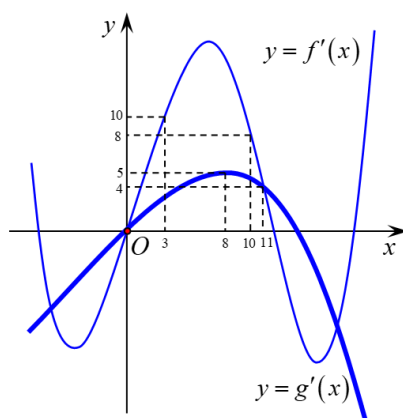
Như vậy: $g'\left(2x + \frac{9}{2}\right) < 5$ nếu $3 < 2x + \frac{9}{2} < 8 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} < x < \frac{7}{4}$.

$f'(x+7) > 10$ nếu $3 < x+7 < 8 \Leftrightarrow -4 < x < 1$.

Suy ra trên khoảng $\left(-\frac{3}{4}; 1\right)$ thì $g'\left(2x + \frac{9}{2}\right) < 5$ và $f'(x+7) > 10$ hay $h'(x) > 0$.

Tức là trên khoảng $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$ hàm số $h(x)$ đồng biến.

Câu 87: (Mã 103, Năm 2018) Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f\left(x+3\right) - g\left(2x - \frac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{13}{4}; 4\right)$.

B. $\left(7; \frac{29}{4}\right)$.

C. $\left(6; \frac{36}{5}\right)$.

D. $\left(\frac{36}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải

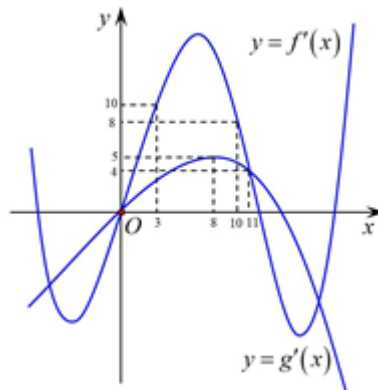
Chọn A

Cách 1. Ta thấy $f'(x) > 2g'(y)$ với mọi $x \in (3; 8)$ và mọi $y \in \square$.

Suy ra $f'(x+3) - 2g'\left(2x - \frac{7}{2}\right) > 0$ với mọi $x+3 \in (3; 8)$ hay $x \in (0; 5)$.

Cách 2. Ta có: $x \in \left(\frac{13}{4}; 4\right) \Rightarrow \begin{cases} x+3 \in \left(\frac{25}{4}; 7\right) \Rightarrow f'(x+7) > 10 \\ 2x - \frac{7}{2} \in \left(3; \frac{9}{2}\right) \Rightarrow g'\left(2x - \frac{7}{2}\right) < 5 \end{cases} \Rightarrow h'(x) > 0$
 $\Rightarrow h(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{13}{4}; 4\right)$

Câu 88: (Mã 104, Năm 2018) Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+6) - g\left(2x + \frac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{21}{5}; +\infty\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

C. $\left(3; \frac{21}{5}\right)$.

D. $\left(4; \frac{17}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x) = f'(x+6) - 2g'\left(2x + \frac{5}{2}\right)$.

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3; 8)$ thì $g'(x) < 5$ và $f'(x) > 10$. Do đó $f'(x) > 2g'(x)$.

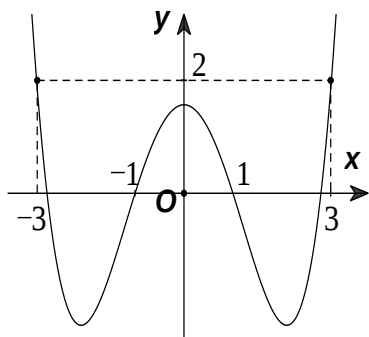
Như vậy: $g'\left(2x + \frac{5}{2}\right) < 5$ nếu $3 < 2x + \frac{5}{2} < 8 \Leftrightarrow \frac{1}{4} < x < \frac{11}{4}$.

$f'(x+6) > 10$ nếu $3 < x+6 < 8 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Suy ra trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 2\right)$ thì $g'\left(2x + \frac{5}{2}\right) < 5$ và $f'(x+7) > 10$ hay $h'(x) > 0$.

Tức là trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$ hàm số $h(x)$ đồng biến.

Câu 89: Cho hàm số $y = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ với a, b, c, d, e, f là các số thực, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = f(1-2x) - 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$.

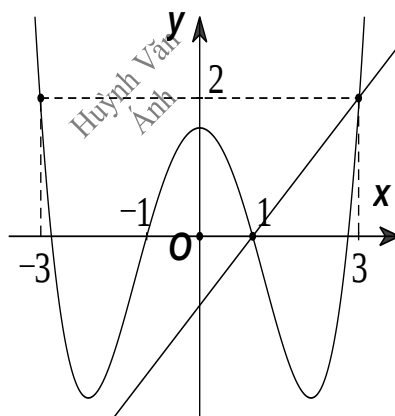
B. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn C



Cách 1: Ta có: $g(x) = f(1-2x) - 2x^2 + 1 \Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) - 4x$.

Có: $g'(x) > 0 \Leftrightarrow -2f'(1-2x) - 4x > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < -2x$ (1).

Đặt $t = 1-2x$, bất phương trình (1) trở thành $f'(t) < t-1$.

Vẽ đường thẳng $y = x-1$. Trên cùng đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = x-1$ nằm trên đồ thị hàm số $f'(x)$ trên khoảng $(1; 3) \Rightarrow f'(t) < t-1 \Leftrightarrow 1 < t < 3 \Leftrightarrow 1 < 1-2x < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 0$.

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Cách 2: Ta có: $g(x) = f(1-2x) - 2x^2 + 1 \Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) - 4x$.

Có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) = -2x \Leftrightarrow f'(1-2x) = (1-2x) - 1$.

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t-1, (t = 1-2x)$.

Từ đồ thị ta có $f'(t) = t - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases}$. Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2x = 1 \\ 1 - 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$.

Cách 3: Cách trắc nghiệm.

Ta có: $g(x) = f(1 - 2x) - 2x^2 + 1 \Rightarrow g'(x) = -2f'(1 - 2x) - 4x$.

Ta lần lượt thử các đáp án.

Thử đáp án A: Chọn $x = -1, 25 \in \left(-\frac{3}{2}; -1\right) \Rightarrow g'(-1, 25) = -2f'(3, 5) - 5$.

Nhìn đồ thị $f'(x)$ ta thấy $f'(3, 5) > 0 \Rightarrow g'(-1, 25) < 0 \Rightarrow$ loại đáp án **A**.

Thử đáp án B: Chọn $x = 0, 25 \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow g'(0, 25) = -2f'(0, 5) - 1$.

Nhìn đồ thị $f'(x)$ ta thấy $f'(0, 5) > 0 \Rightarrow g'(0, 25) < 0 \Rightarrow$ loại đáp án **B**.

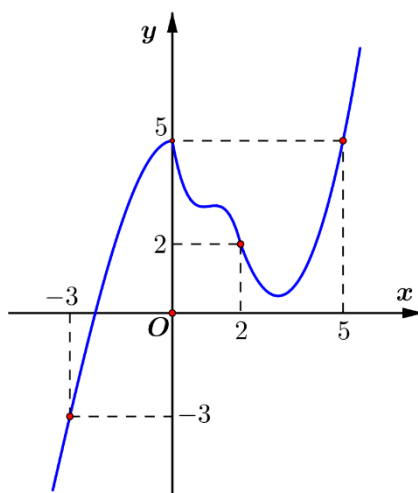
Thử đáp án C: Chọn $x = -0, 5 \in (-1; 0) \Rightarrow g'(-0, 5) = -2f'(2) + 2$.

Nhìn đồ thị $f'(x)$ ta thấy $f'(2) < 0 \Rightarrow -2f'(2) > 0 \Rightarrow g'(-0, 5) > 0 \Rightarrow$ Chọn đáp án **C**.

Thử đáp án D: Chọn $x = 2 \in (1; 3) \Rightarrow g'(2) = -2f'(-3) - 8$.

Nhìn đồ thị $f'(x)$ ta thấy $f'(-3) > 0 \Rightarrow -2f'(-3) < 0 \Rightarrow g'(2) < 0 \Rightarrow$ loại đáp án **D**.

Câu 90: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = f(-2x + 1) + (x + 1)(-2x + 4)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

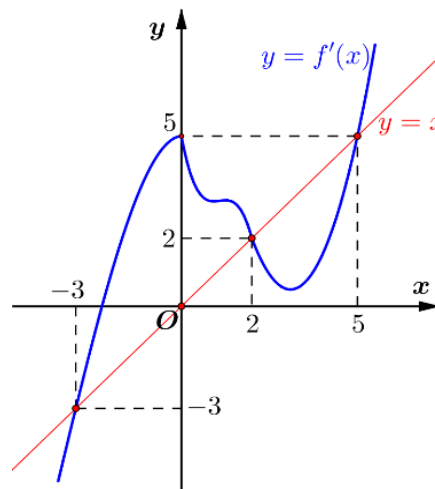
A. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải



Chọn A

Cách 1: Ta có: $g(x) = f(-2x+1) + (x+1)(-2x+4) \Rightarrow g'(x) = -2f'(-2x+1) - 4x + 2$

Có $g'(x) > 0 \Leftrightarrow -2f'(-2x+1) - 4x + 2 > 0 \Leftrightarrow f'(-2x+1) < -2x+1$ (1).

Đặt $t = -2x+1$, bất phương trình (1) trở thành $f'(t) < t$.

Kẻ đường thẳng $y = x$. Trên cùng đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = x$ nằm trên đồ thị hàm số $f'(x)$ trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(2; 5)$.

$$\text{Suy ra } f'(t) < t \Leftrightarrow \begin{cases} t < -3 \\ 2 < t < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+1 < -3 \\ 2 < -2x+1 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2 < x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ và $(2; +\infty)$.

Cách 2: Ta có: $g(x) = f(-2x+1) + (x+1)(-2x+4) \Rightarrow g'(x) = -2f'(-2x+1) - 4x + 2$

Có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(-2x+1) = -2x+1$ (1).

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t, (t = -2x+1)$.

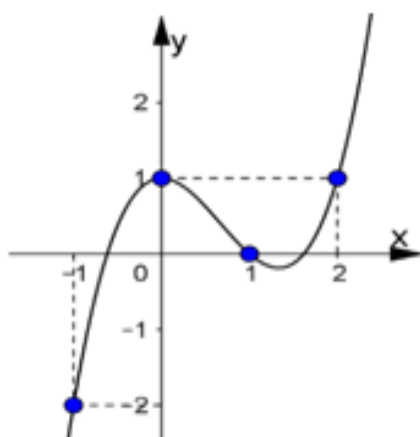
$$\text{Từ đồ thị ta có } f'(t) = t \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 2 \\ t = 5 \end{cases} \text{ . Khi đó } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+1 = -3 \\ -2x+1 = 2 \\ -2x+1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 91: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(x-1) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 2)$.

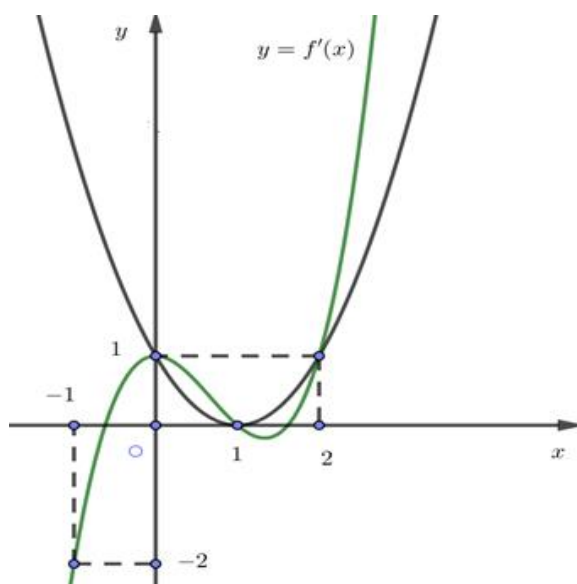
B. $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C



Cách 1: Ta có: $g'(x) = f'(x-1) - (x-1)^2$

Có $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x-1) < (x-1)^2$ (1).

Đặt $t = x - 1$, bất phương trình (1) trở thành $f'(t) < t^2$.

Vẽ Parabol $y = x^2$. Trên cùng đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số $y = x^2$ nằm trên đồ thị hàm số $f'(x)$ trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; 2)$.

$$\text{Suy ra } f'(t) < t^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t < 0 \\ 1 < t < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 < 0 \\ 1 < x - 1 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ 2 < x < 3 \end{cases}.$$

Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; 3)$.

Cách 2: Ta có: $g'(x) = f'(x-1) - (x-1)^2$.

$$\text{Có: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x-1) = (x-1)^2.$$

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t^2, (t = x - 1)$.

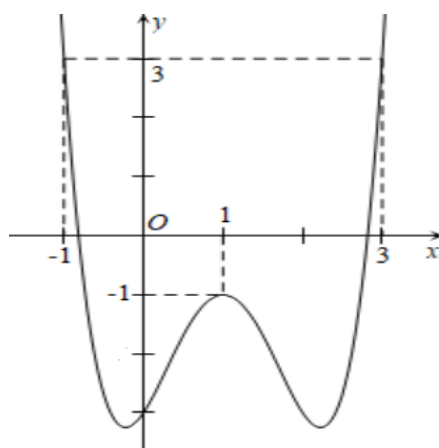
$$\text{Từ đồ thị ta có: } f'(t) = t^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ t = 2 \end{cases}. \text{ Khi đó } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x - 1 = 1 \\ x - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Ta có bảng xét dấu.

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$		
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; 3)$.

Câu 92: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số $g(x) = f(3x-1) - 27x^3 + 54x^2 - 27x + 4$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

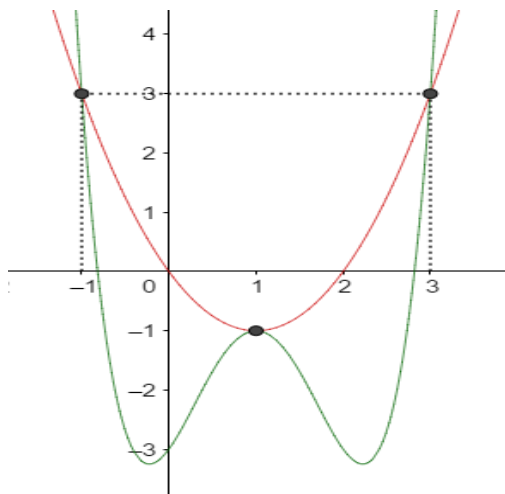
A. $\left(0; \frac{2}{3}\right)$.

B. $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$.

C. $(0; 3)$.

D. $(4; +\infty)$.

Lời giải



Chọn D

Cách 1:

Ta có: $g(x) = f(3x-1) - (3x-1)^3 + 3(3x-1)^2 \Rightarrow g'(x) = 3[f'(3x-1) - (3x-1)^2 + 2(3x-1)]$

Có $g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(3x-1) > (3x-1)^2 - 2(3x-1)$ (1).

Đặt $t = 3x-1$, bất phương trình (1) trở thành $f'(t) > t^2 - 2t$.

Vẽ Parabol $y = x^2 - 2x$. Trên cùng đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số $f'(x)$ nằm trên đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Suy ra $f'(t) > t^2 - 2t \Leftrightarrow \begin{cases} t < -1 \\ t > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 < -1 \\ 3x-1 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > \frac{4}{3} \end{cases}$

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(\frac{4}{3}; +\infty)$.

Cách 2:

Ta có: $g(x) = f(3x-1) - (3x-1)^3 + 3(3x-1)^2 \Rightarrow g'(x) = 3[f'(3x-1) - (3x-1)^2 + 2(3x-1)]$

Có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(3x-1) = (3x-1)^2 - 2(3x-1)$.

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t^2 - 2t, (t = 3x-1)$.

Từ đồ thị ta có: $f'(t) = t^2 - 2t \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 1(\text{nghiệm kép}) \\ t = 3 \end{cases}$

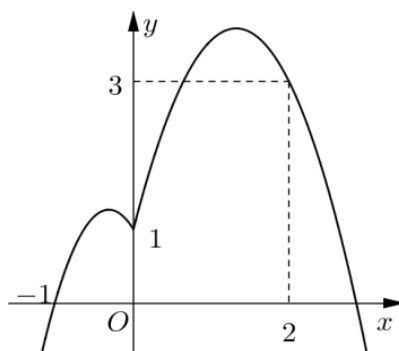
Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 = -1 \\ 3x-1 = 1 \\ 3x-1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3}(\text{nghiệm kép}) \\ x = 3 \end{cases}$

Ta có bảng xét dấu.

x	$-\infty$	0	$\frac{2}{3}$	3	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 93: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(-1) = 0$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = |2f(x-1) - x^2|$ đồng biến trên khoảng

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-1; 2)$.

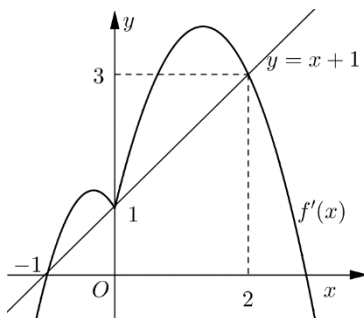
C. $(0; +\infty)$.

D. $(0; 3)$.

Huỳnh Văn
Ảnh
Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x) = 2f(x-1) - x^2 \Rightarrow g'(x) = 2[f'(x-1) - (x-1) - 1]$



Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đồ thị hàm số $y = x + 1$ ta có:

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x-1) > (x-1) + 1 \Leftrightarrow -1 < x-1 < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 3$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = |2f(x-1) - x^2|$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 94: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = x(2x-1) \cdot (x^2+3) + 2$. Hàm số $y = f(3-x) + 2x + 2019$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(3; 5)$. B. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. C. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = -f'(3-x) + 2$.

$$\begin{aligned} y' > 0 &\Leftrightarrow -f'(3-x) + 2 > 0 \Leftrightarrow f'(3-x) < 2 \Leftrightarrow (3-x)[2(3-x)-1][(3-x)^2+3] + 2 < 2 \\ &\Leftrightarrow (3-x)(5-2x)[(3-x)^2+3] < 0 \end{aligned}$$

Vì $[(3-x)^2+3] > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $y' > 0$ khi và chỉ khi $(3-x)(5-2x) < 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2} < x < 3$.

Vậy hàm số $y = f(3-x) + 2x + 2019$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

Câu 95: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2x - 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 20]$ để hàm số $g(x) = f(x^2 + 3x - m) + m^2 + 1$ đồng biến trên $(0; 2)$?

- A. 16. B. 17. C. 18. D. 19.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(t) = t^2 + 2t - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -3 \\ t \geq 1 \end{cases} (*)$.

Có $g'(x) = (2x+3)f'(x^2+3x-m)$

Vì $2x+3 > 0, \forall x \in (0; 2)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(0; 2) \Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in (0; 2)$

$$\Leftrightarrow f'(x^2+3x-m) \geq 0, \forall x \in (0; 2)$$

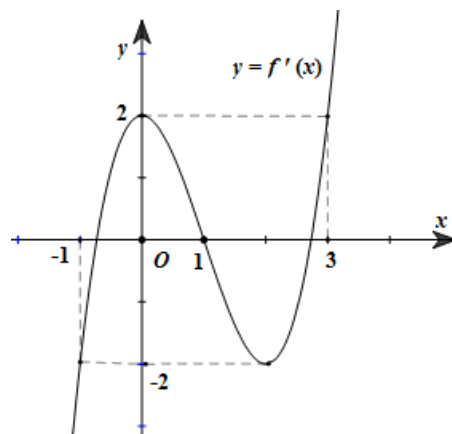
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+3x-m \leq -3, \forall x \in (0; 2) \\ x^2+3x-m \geq 1, \forall x \in (0; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+3x \leq m-3, \forall x \in (0; 2) \\ x^2+3x \geq m+1, \forall x \in (0; 2) \end{cases} (**)$$

$$\text{Có } h(x) = x^2 + 3x \text{ luôn đồng biến trên } (0; 2) \text{ nên từ } (**) \Rightarrow \begin{cases} m-3 \geq 10 \\ m+1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 13 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

Vì $\begin{cases} m \in [-10; 20] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$ Có 18 giá trị của tham số m .

Vậy có 18 giá trị của tham số m cần tìm.

Câu 96: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Đặt $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$ với m là tham số thực. Gọi S là tập các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$. Tổng các phần tử của S bằng:

A. 4.

B. 11.

C. 14.

D. 20.

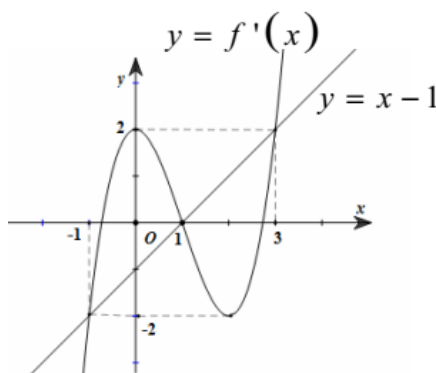
Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = f'(x-m) - (x-m-1)$

Đặt $h(x) = f'(x) - (x-1)$. Từ đồ thị $y = f'(x)$ và đồ thị $y = x-1$ trên hình vẽ ta suy ra

$$h(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$$



$$\text{Ta có } g'(x) = h(x-m) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x-m \leq 1 \\ x-m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \leq x \leq m+1 \\ x \geq m+3 \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(m-1; m+1)$ và $(m+3; +\infty)$

$$\text{Do vậy, hàm số } y = g(x) \text{ đồng biến trên khoảng } (5; 6) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \leq 5 \\ m+1 \geq 6 \\ m+3 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq m \leq 6 \\ m \leq 2 \end{cases}$$

Do m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 5; 6\}$, tức $S = \{1; 2; 5; 6\}$

Tổng các phần tử của S bằng 14.

Câu 97: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn: $f'(x) = (1-x^2)(x-5)$

Hàm số $y = 3f(x+3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; 5)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn B

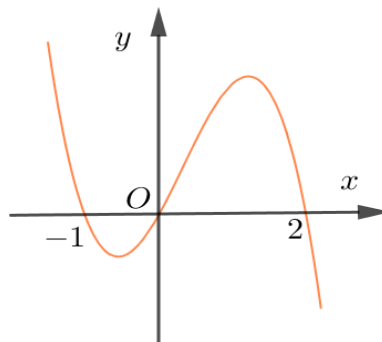
Ta có: $f'(x) = (1-x^2)(x-5)$ suy ra $f'(x+3) = [1-(x+3)^2](x+3-5)$
 $= -(x+4)(x+2)(x-2)$.

Mặt khác: $y' = 3f'(x+3) - 3x^2 + 12 = -3[(x+4)(x+2)(x-2) + (x^2-4)]$
 $= -3(x-2)(x+2)(x+5)$.

Xét $y' < 0 \Leftrightarrow -3(x-2)(x+2)(x+5) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < x < -2 \\ x > 2 \end{cases}$.

Vậy hàm số $y = 3f(x+3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên các khoảng $(-5; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 98: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên dưới và $f(-1) = f(2) = 0$



Hàm số $g(x) = [f(x^3-3)]^2$ đồng biến trên các khoảng nào trong các khoảng sau

- A. $(1; 2)$ B. $(0; 1)$ C. $(-1; 0)$ D. $(-2; -1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = 4xf(x^2 - 3) \cdot f'(x^2 - 3)$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$f(-1)$	$f(0)$	$f(2)$	$-\infty$

Do $f(-1) = f(2) = 0$ nên $f(x^2 - 3) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ để hàm số đồng biến thì $x \cdot f'(x^2 - 3) \leq 0$

$$\text{TH1: } x \geq 0 \text{ thì } f'(x^2 - 3) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x^2 - 3 \leq 0 \\ x^2 - 3 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3} \\ x \geq \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\text{Vì } x \geq 0 \text{ nên } \begin{cases} \sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{3} \\ x \geq \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\text{TH2: } x \leq 0 \text{ thì } f'(x^2 - 3) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x^2 - 3 \leq 2 \\ x^2 - 3 \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} \leq x \leq -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{5} \\ -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Vì } x \leq 0 \text{ nên } \begin{cases} -\sqrt{5} \leq x \leq -\sqrt{3} \\ -\sqrt{2} \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\sqrt{5}; -\sqrt{3})$, $(-\sqrt{2}; 0)$, $(\sqrt{2}; \sqrt{3})$, $(\sqrt{5}; +\infty)$.