

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: VECTO TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh trong các đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 12.

B. 4.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

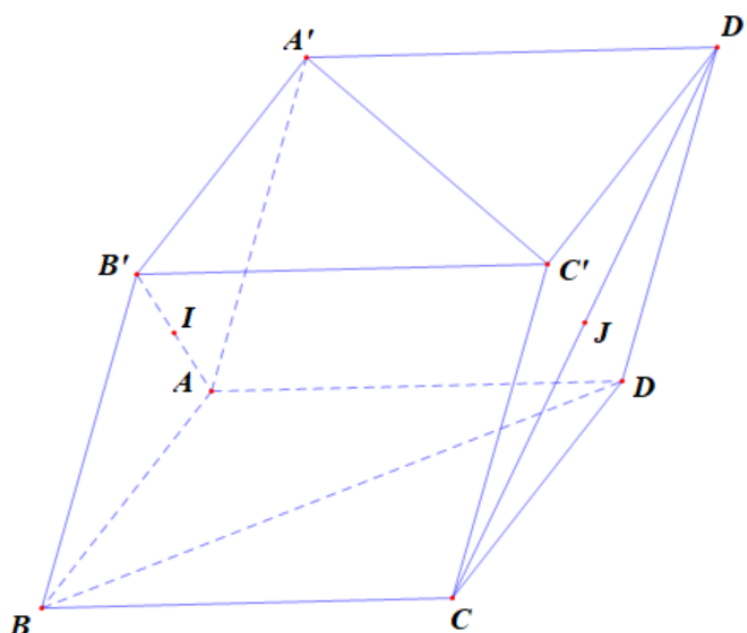
Số vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử $\Rightarrow$ số vector là $A_4^2 = 12$.

DẠNG 2. ĐẶNG THỨC VECTO

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{AI} = \vec{CJ}$.B. $\vec{DA'} = \vec{IJ}$.C. $\vec{BI} = \vec{D'J}$.D. $\vec{A'I} = \vec{JC}$.

Lời giải



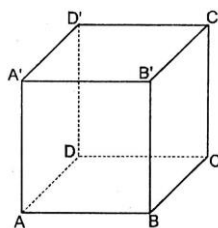
Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$.B. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.

C. $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$.

D. $\overline{AB} = \overline{CD}$.

Lời giải



Mệnh đề sai là: $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AB}$ và $\overline{CD}$ là hai Vectơ đối nhau.

Câu 4: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$.

B. $\overline{OG} = \frac{1}{4}(\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD})$.

C. $\overline{AG} = \frac{2}{3}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$.

D. $\overline{AG} = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$.

Lời giải

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

$$\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overline{GA} + \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{AG} = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}).$$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

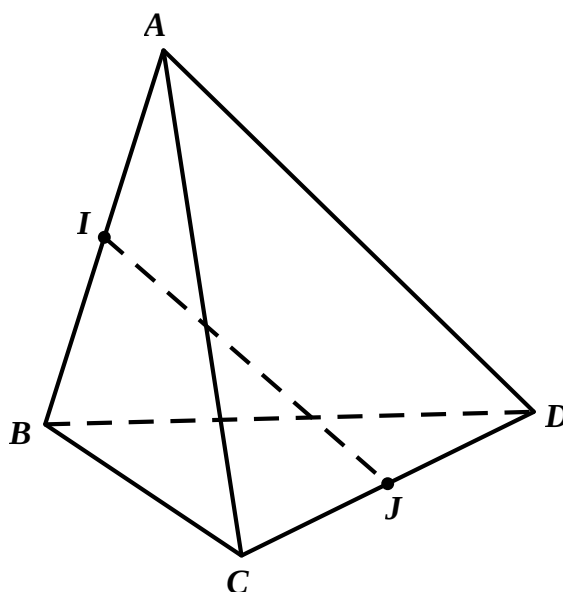
A. $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BD})$.

B. $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$.

C. $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{DC} + \overline{AD} + \overline{BD})$.

D. $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CD})$.

Lời giải



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{IJ} &= \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{BC}). \end{aligned}$$

Vậy đẳng thức **sai** là $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

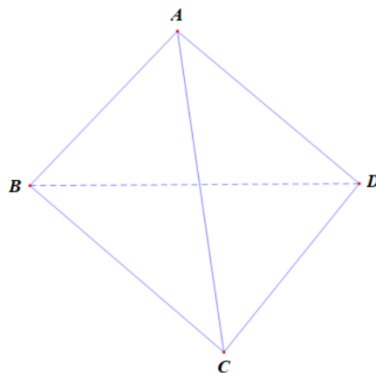
A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải



$$\text{Có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

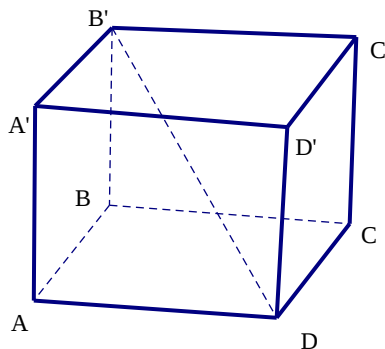
B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$



Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$.

B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}.$$

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}.$

B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}.$

C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$

D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}.$

Lời giải

Ta có N là trung điểm của BC nên

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$

$$= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}.$

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}.$

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}.$

D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}.$

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}.$$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}.$

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}.$

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}.$

D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}.$

Lời giải

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}.$$

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}.$

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}.$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}.$

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}.$

Lời giải

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}.$$

Câu 13: Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây, biểu thức nào đúng?

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}.$

B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}.$

C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$

D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}.$$

Câu 14: Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

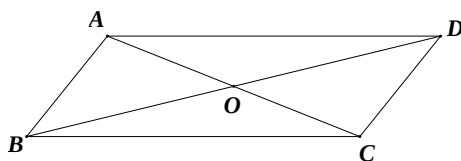
A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}.$

B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}.$

C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}.$

D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}.$

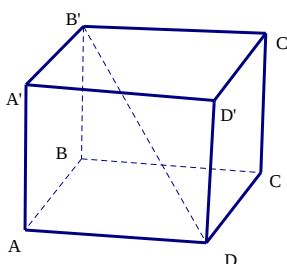
Lời giải



Câu 15: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?

- A.** $\overrightarrow{D'C'}$. **B.** $\overrightarrow{BA}$. **C.** $\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải



Dễ dàng thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

Câu 16: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

- A.** $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. **B.** $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.
C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. **D.** $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Lời giải

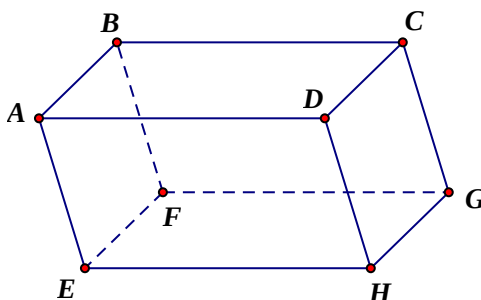
Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

Mà $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1}$ nên $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GF}$. **B.** $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.
C. $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GF}$. **D.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AH}$.

Lời giải



* Ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$ theo qui tắc đường chéo hình hộp $\Rightarrow$ Phương án A sai.

$$* \text{ Do } \left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{AH} \\ \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{HA} \end{array} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DH} = -(\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GF}). \text{ Vậy B sai.}$$

$$* \text{ Có } \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FD} \Rightarrow \text{Phương án C sai.}$$

$$* \text{ Có } \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED} \\ \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{ED} \end{array} \right. \Rightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GF}. \text{ Vậy D đúng.}$$

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

A. $k = 2$.

B. $k = 3$.

C. $k = \frac{1}{2}$.

D. $k = \frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}.$$

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

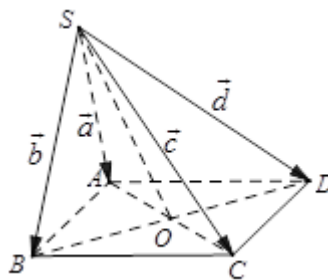
A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}.$$

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ} \text{ và } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$$

$$\text{nên } 2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}. \text{ Vậy } \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$$

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

A. $k = 2$.

B. $k = \frac{1}{2}$.

C. $k = \frac{1}{3}$.

D. $k = 3$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD})$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}).$$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}, \overrightarrow{SB} = \vec{b}, \overrightarrow{SC} = \vec{c}, \overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

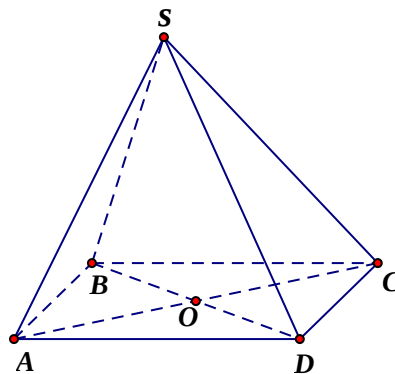
A. $\vec{a} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{b} = \vec{0}$.

B. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

C. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

D. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải



$$\text{Gọi } O = AC \cap BD. \text{ Ta có: } \begin{cases} \vec{a} + \vec{c} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \vec{d} + \vec{b} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}.$$

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$ và I là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức đúng là.

A. $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

B. $\overrightarrow{SI} = 3(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$.

C. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$.

D. $6\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

Lời giải

$$\text{Vì } I \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SI} \Leftrightarrow \overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}.$$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

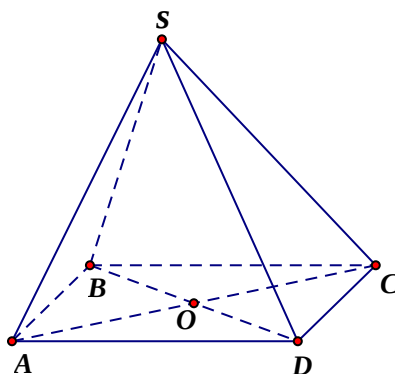
A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{SC}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Lời giải



* Có $\begin{cases} \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{BA} \\ \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{BA} \end{cases}$.

Mà muốn có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} \Leftrightarrow \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} \Rightarrow$ Vô lí. Vậy A sai.

* Có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$. Vậy B đúng.

* Theo quy tắc hình bình hành $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow$ Phương án C sai.

Câu 25: Cho hình lập phương $ABCDEFGH$, thực hiện phép toán: $\vec{x} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$

A. $\vec{x} = \overrightarrow{CE}$.

B. $\vec{x} = \overrightarrow{CH}$.

C. $\vec{x} = \overrightarrow{EC}$.

D. $\vec{x} = \overrightarrow{GE}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CE}.$$

Câu 26: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector:

$$\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$$

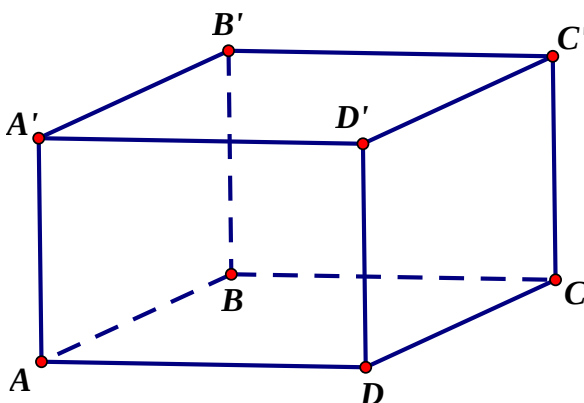
A. $k = 4$.

B. $k = 1$.

C. $k = 0$.

D. $k = 2$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{BB'}$ nên $k = 1$

Câu 27: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?

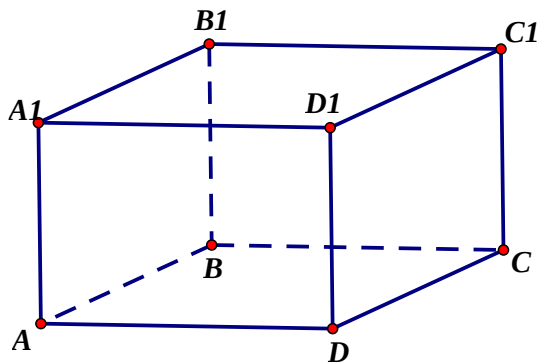
A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$.

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$ nên D sai.

Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. A đúng

Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$ nên

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ nên B đúng.

Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.

Câu 28: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$.

A. $k = \frac{1}{4}$.

B. $k = 2$.

C. $k = 4$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PM}$, $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PN}$

nên $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN} = 2(\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}) = 2.2.\overrightarrow{PI} = 4\overrightarrow{PI}$. Vậy $k = \frac{1}{4}$

Câu 29: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vector $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?

A. Hai vector $\vec{x}, \vec{y}$ cùng phương.

B. Hai vector $\vec{x}, \vec{z}$ cùng phương.

C. Ba vector $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng.

D. Hai vector $\vec{y}, \vec{z}$ cùng phương.

Lời giải

+ Nhận thấy: $\vec{y} = -2\vec{x}$ nên hai vector $\vec{x}, \vec{y}$ cùng phương.

DẠNG 3. PHÂN TÍCH VECTO THEO CÁC VECTO CHO TRƯỚC

Câu 30: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

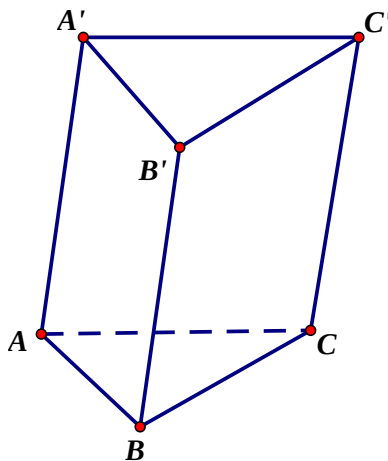
A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC}$

$$= -\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$= -\vec{b} - \vec{a} + \vec{c}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} \text{ hay } \overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}.$$

Câu 31: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc đường thẳng CC' sao cho $C'I = \frac{1}{3}C'C$, G điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$. Biểu diễn vector $\overrightarrow{IG}$ qua các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right).$

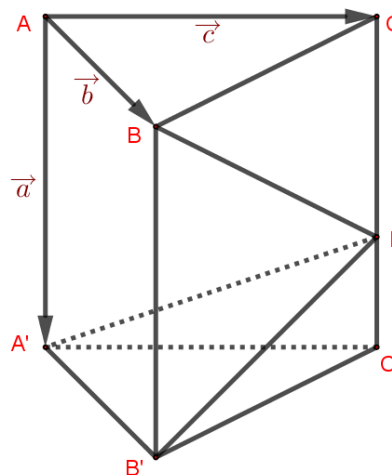
B. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3} (\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}).$

C. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} (\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b}).$

D. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left(\vec{b} + \frac{1}{3} \vec{c} - 2\vec{a} \right)$

Lời giải

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA'} + \overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{IC'} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= (\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{IC'} + \overrightarrow{CA'}) + (\overrightarrow{IC'} + \overrightarrow{CB'}) + \overrightarrow{IC'} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= (\overrightarrow{IC} + 3\overrightarrow{IC'}) + 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA'} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'} + 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{IG} &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right) \end{aligned}$$



Câu 32: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng

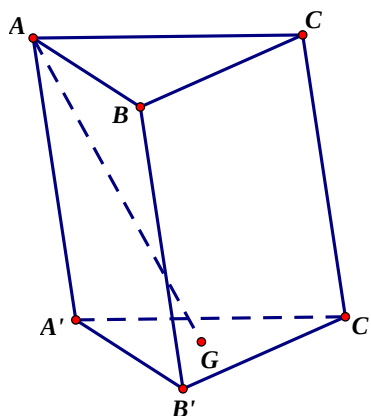
A. $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$.

B. $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$.

C. $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$.

D. $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$

Lời giải



Do G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ nên $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'})$.

Áp dụng quy tắc hình bình hành trong các hình bình hành $ABB'A'$, $ACC'A'$ có:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}) + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}) = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}.$$

Câu 33: Cho tam giác ABC có $AB = 2$; $AC = 5$, gọi AD là phân giác trong của góc A . Mệnh đề nào sau đây đúng?

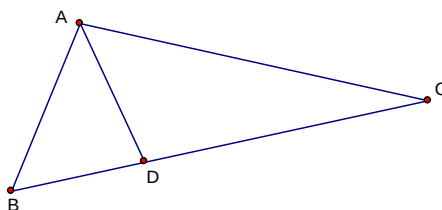
A. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5DB = 2DC$.

$$\text{Suy ra: } 5\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow 5(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AB}.$$

Câu 34: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm cạnh bên BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{CC'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

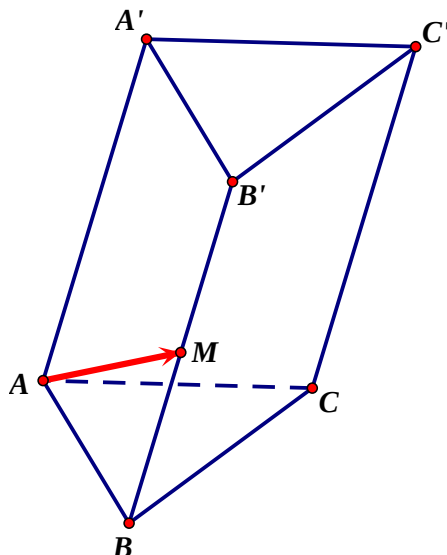
A. $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB'} - \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB'} - 2\overrightarrow{CA})$.

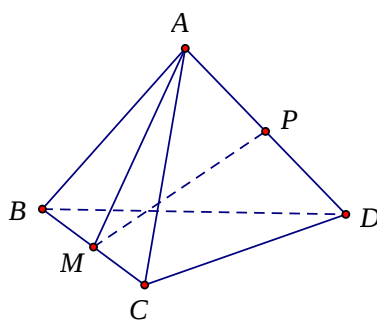
Theo quy tắc hình bình hành ta lại có: $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CB}$.

Do đó: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} - 2\overrightarrow{CA}) = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của BC và AD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$. **B.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} - \vec{b} - \vec{c})$. **C.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. **D.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{d} - \vec{b} - \vec{c})$.

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{y} = \overrightarrow{AC}$, $\vec{z} = \overrightarrow{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

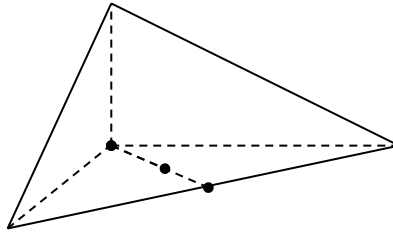
A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

B. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

Lời giải



Ta có: G là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Nên $\vec{x} + \vec{y} + \vec{z} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

Câu 37: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

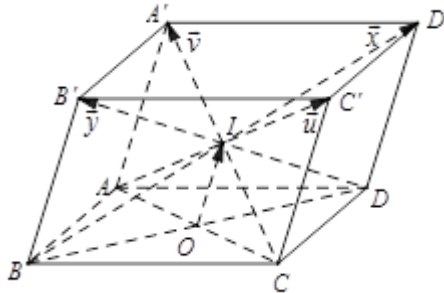
A. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

B. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

C. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

D. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

Lời giải



Ta phân tích:

$$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}) + (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AA'}) = 2\overrightarrow{AA'}.$$

$$\vec{x} + \vec{y} = \overrightarrow{BD'} + \overrightarrow{DB'} = (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD'}) + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BB'}) = 2\overrightarrow{BB'} = 2\overrightarrow{AA'}.$$

$$\Rightarrow \vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y} = 4\overrightarrow{AA'} = -4\overrightarrow{A'A} = -4.2\overrightarrow{OI}.$$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y}).$$

Câu 38: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích vector $\overrightarrow{BC'}$ qua các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

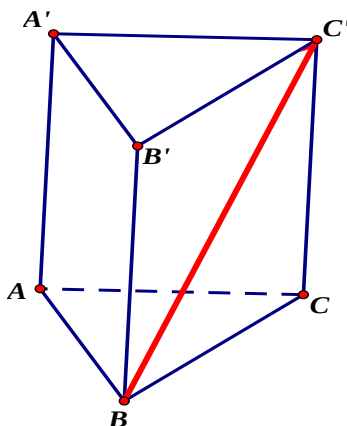
A. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

B. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

C. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = -\vec{b} + \vec{c} + \vec{a} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**.

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

Lời giải

Ta có $\vec{c} + \vec{d} - \vec{b} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AP} - 2\overrightarrow{AM} = 2(\overrightarrow{MP}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$, gọi M là trung điểm của BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}).$$

Câu 41: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh AB và G là trọng tâm của tam giác BCD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{MG}$ theo $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$.

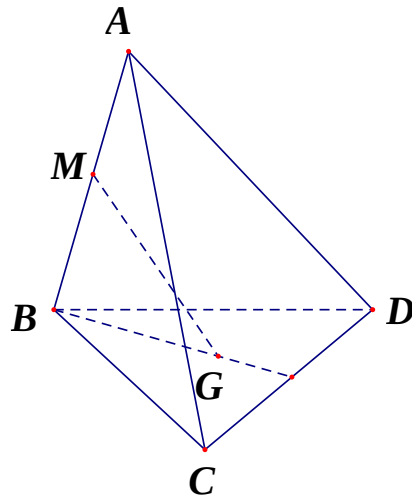
A. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

C. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

D. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{3}\vec{d}$.

Lời giải



$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{MG} &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD}) \\
 &= \frac{1}{6} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{MA} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} = \frac{1}{6} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \right) + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} \\
 &= -\frac{1}{6} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} = -\frac{1}{6} \vec{b} + \frac{1}{3} \vec{c} + \frac{1}{3} \vec{d}
 \end{aligned}$$