

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\vec{a} = (4; -6; 6)$, $3\vec{b} = (0; 6; -3)$, $-2\vec{c} = (-6; 2; -10) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(2; -1; 3)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(-1; 1; -2)$. B. $(3; -1; 4)$. C. $(-1; -1; 2)$. D. $(1; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ thì ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

Vậy theo bài ra ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

- A. $(0; 1; 1)$. B. $\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. C. $(0; 2; 4)$. D. $(-2; -2; -2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Áp dụng công thức tọa độ trọng tâm tam giác ta có } \begin{cases} x_G = \frac{1-1+0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{2+0+0}{3} = \frac{2}{3} \\ z_G = \frac{3+1+0}{3} = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

Vậy trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là $\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; 2; -4)$. B. $(0; 0; -4)$. C. $(3; 0; -4)$. D. $(3; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) là $A'(3; 2; 0)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$, $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (x+2; y-1; -1)$.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k: \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{AB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=k \\ y-1=0 \\ -1=-3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=1 \\ k=\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x+y=-\frac{2}{3}.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1; 3; 2)$, $\vec{v} = (-3; -1; 2)$ khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 10. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 - 3 + 4 = 4$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 135°

Lời giải

Chọn A

Gọi φ là góc tạo bởi hai đường thẳng AB và CD .

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-1; 1; 0)$, $\overrightarrow{CD}(-2; 1; -2)$.

$$\cos \varphi = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right| = \frac{|-1 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-2)|}{\sqrt{1+1+0} \sqrt{4+1+4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. D. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \neq 0 \Rightarrow \vec{b}, \vec{c}$ không vuông góc với nhau.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(-4; 9; -9)$, $B(2; 12; -2)$, $C(-m-2; 1-m; m+5)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại B

- A. $m = 3$. B. $m = -3$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{BA}(-6; -3; -7)$, $\overrightarrow{BC}(-m-4; -m-11; m+7)$.

Tam giác ABC vuông tại $B \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 2m + 8 = 0 \Leftrightarrow m = -4$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$.

Kết luận nào sau đây sai?

- A. $[\vec{a}, 3\vec{b}] = 3[\vec{a}, \vec{b}]$. B. $[\overrightarrow{2a}, \vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$.
C. $[\overrightarrow{3a}, \overrightarrow{3b}] = 3[\vec{a}, \vec{b}]$. D. $||[\vec{a}, \vec{b}]|| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

Ta có: $[\overrightarrow{3a}, \overrightarrow{3b}] = 3[\vec{a}, 3\vec{b}] = 9[\vec{a}, \vec{b}]$. (C sai)

Chọn C

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 9. C. 5. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2; -1; -2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = 3$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu M lên trục Ox có tọa độ là

- A. $(2; 0; 0)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hình chiếu của M lên trục Ox có tọa độ là $(1;0;0)$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A.** 30° . **B.** 120° . **C.** 60° . **D.** 150° .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ nên $\cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{1 \cdot 2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra: $(\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 5; -1)$. Tìm tọa độ của véc tơ $\vec{a} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.

- A.** $\vec{a} = (-8; 9; -1)$. **B.** $\vec{a} = (-8; 9; -1)$. **C.** $\vec{a} = (8; -9; -1)$. **D.** $\vec{a} = (-8; -9; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2\vec{u} = (-2; 6; -4)$; $3\vec{v} = (6; 15; -3)$ nên $\vec{a} = 2\vec{u} - 3\vec{v} = (-8; -9; -1)$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(0; 1; 2)$, $N(7; 3; 2)$, $P(-5; -3; 2)$. Tìm tọa độ điểm Q thỏa mãn $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

- A.** $Q(12; 5; 2)$. **B.** $Q(-12; 5; 2)$. **C.** $Q(-12; -5; 2)$. **D.** $Q(-2; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $Q(x; y)$

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (7; 2; 0)$, $\overrightarrow{QP} = (-5 - x; -3 - y; 2 - z)$

$$\text{Vì } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \text{ nên } \begin{cases} -5 - x = 7 \\ -3 - y = 2 \\ 2 - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = -5 \\ z = 2 \end{cases}$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}$.

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (-3; 4; 0)$, $\vec{c} = (-1; -2; 0)$.
B. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (-3; 4; 0)$, $\vec{c} = (0; -2; 0)$.
C. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (0; -3; 4)$, $\vec{c} = (-1; -2; 0)$.
D. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (1; -3; 4)$, $\vec{c} = (-1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2; 3; -5). \quad \vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k} \Rightarrow \vec{b} = (0; -3; 4).$$

$$\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j} \Rightarrow \vec{c} = (-1; -2; 0).$$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (0; 1; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 3; 1)$. Nếu $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b}$ thì tọa độ của vector $\vec{x}$ là:

A. $\vec{x} = \left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. **B.** $\vec{x} = \left(4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$. **C.** $\vec{x} = \left(4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\vec{x} = \left(-4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b} \Leftrightarrow \vec{x} = 2\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a} = (-4; 6; 2) - \left(0; \frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right) = \left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right).$$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 0; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 3)$, $\vec{c} = (3; 2; -1)$, $\vec{d} = (9; 0; -11)$. m, n, p là ba số thực sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{d}$. Khi đó tổng $m + n + p$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} &= \vec{d} \\ \Leftrightarrow (m; 0; -2m) + (-2n; n; 3n) + (3p; 2p; -p) &= (9; 0; -11) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2n + 3p = 9 \\ n + 2p = 0 \\ -2m + 3n - p = -11 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -2 \Rightarrow m + n + p = 1. \\ p = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 19: Gọi φ là góc giữa hai vector $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (2; 0; -1)$, khi đó $\cos \varphi$ bằng:

A. 0. **B.** $-\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2}{5}.$$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$, $P(1; m-1; 2)$. Với những giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?

A. $m = 3$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MN} = (-3; -2; 2); \overrightarrow{NP} = (2; m-2; 1).$$

Tam giác MNP vuông tại $N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow -6 - 2m + 4 + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của véc tơ $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ là:

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(2; -3; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-\vec{i} = (-1; 0; 0)$, $2\vec{j} = (0; 2; 0)$, $-3\vec{k} = (0; 0; -3)$ nên $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(3; 2; 1)$, $\vec{b}(-2; 0; 1)$. Vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ có độ dài bằng

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (3-2; 2+0; 1+1) = (1; 2; 2) \Rightarrow |\vec{u}| = 3$$

Câu 23 Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 3; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(0; 2; 2)$. B. $(-2; 4; -2)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(0; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\diamond \text{ Ta có } \begin{cases} x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1-1}{2} = 0 \\ y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1 \\ z_0 = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2+0}{2} = 1 \end{cases} \text{ Vậy tọa độ trung điểm là } (0; 1; 1).$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 2; 3)$, $\vec{v} = (0; -1; 1)$. Tìm tọa độ của véc tơ tích có hướng của hai véc tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

- A. $(5; 1; -1)$. B. $(5; -1; -1)$. C. $(-1; -1; -1)$. D. $(-1; -1; 5)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } [\vec{u}, \vec{v}] = (5; -1; -1).$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} - \vec{b} = (2 - 1; 3 - 1; 2 - (-1)) = (1; 2; 3).$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là

- A. $(1; 0; 3)$. B. $(1; -2; 3)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn A

♦ Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là: $H(1; 0; 3)$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 0; -1)$. D. $(2; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x; y; z)$ trên trục Oz là $M'(0; 0; z)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz là $M'(0; 0; -1)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(5; 4; 3)$ đến trục Ox bằng

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 25.

Lời giải.

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của $A(5; 4; 3)$ lên Ox là điểm $A'(5; 0; 0)$.

Vậy $\overline{A'A(0; 4; 3)} \Rightarrow AA' = 5$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; 7; 11)$ lên trục Oz có tọa độ là

- A. $(0; 7; 11)$. B. $(5; 7; 0)$. C. $(5; 0; 0)$. D. $(0; 0; 11)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $M(a; b; c)$ lên trục Oz là điểm có tọa độ $(0; 0; c)$. Do đó hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; 7; 11)$ lên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; 11)$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $A(3; -4; 6)$ đến trục Oz .

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Hạ $AH \perp Oz \Rightarrow H(0; 0; 6)$. Khi đó $d(A; Oz) = AH = \sqrt{9 + 16 + 0} = 5$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2021; 0; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $M \in Oy$. B. $M \in (Oyz)$. C. $M \in (Oxz)$. D. $M \in (Oxy)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm $M(2021; 0; -1) \in (Oxz)$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

- A. $N(1; 0; 3)$. B. $P(1; 0; 0)$. C. $Q(0; 2; 0)$. D. $M(0; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M \in (Oyz) \Leftrightarrow M = (0; s_1; s_2)$.

Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $M(0; 2; 3)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 2), B(2; -1; 1), C(3; 2; -3)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(4; 2; -4)$. B. $(0; -2; 6)$. C. $(2; 4; -2)$. D. $(4; 0; -4)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi tọa độ điểm $D(x; y; z)$.

Ta có: $\overrightarrow{AD} = (x-1; y-1; z-2)$, $\overrightarrow{BC} = (1; 3; -4)$.

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=3 \\ z-2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=-2 \end{cases}$$

Vậy $D(2; 4; -2)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ là:

- A. $(-1; -8; 2)$. B. $(7; 4; -4)$. C. $(1; 8; -2)$. D. $(-7; -4; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B(x; y; z)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = (x-4; y-6; z+3)$

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=-3 \\ y-6=2 \\ z+3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=8 \\ z=-2 \end{cases}.$$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 1; -3), \vec{b} = (-1; -3; 2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

- A. $\vec{c} = (4; -7; 7)$. B. $\vec{c} = (0; -7; -7)$. C. $\vec{c} = (0; -7; 7)$. D. $\vec{c} = (0; 7; -7)$.

Lời giải

Chọn D

♦ Có $\vec{a} = (-2; 1; -3)$ và $-2\vec{b} = (2; 6; -4)$. Suy ra $\vec{c} = (-2 + 2; 1 + 6; -3 - 4) = (0; 7; -7)$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

- A. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $M(4; 5; -9)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. D. $M(1; -7; 12)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x; y; z)$.

Vì điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2(2-x) \\ y-1=2(-3-y) \\ z+2=2(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{3} \\ y=-\frac{5}{3} \\ z=\frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

Vậy $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (m; 1; 0)$.

Tìm giá trị thực của tham số m để ba vector $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$ đồng phẳng.

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = -\frac{1}{4}$. D. $m = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] = (-4; 1; 2)$.

Ba vector $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow -4m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$ và D nằm trên trục Oy . Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ của D là

- A. $D(0; -7; 0)$. B. $D(0; 8; 0)$.
C. $D(0; -7; 0)$ hoặc $D(0; 8; 0)$. D. $D(0; 7; 0)$ hoặc $D(0; -8; 0)$.

Lời giải

Vì $D \in Oy$ nên $D(0; y; 0)$. Khi đó. Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

$$V = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \right| = \frac{1}{6} |4y - 2|$$

$$\text{Theo đề ra, ta có } \frac{1}{6} |4y - 2| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \\ y = 8. \end{cases}$$

Chọn C

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 4)$, $B(9; -7; 2)$. Tìm trên trục Ox tọa độ điểm M sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.** $M(5; 0; 0)$. **B.** $M(-2; 0; 0)$. **C.** $M(4; 0; 0)$. **D.** $M(9; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; 0; 0) \in Ox$.

$$MA^2 = (x+1)^2 + 3^2 + 4^2.$$

$$MB^2 = (x-9)^2 + 7^2 + 2^2.$$

$$\text{Suy ra } MA^2 + MB^2 = 2x^2 - 16x + 160 = 2(x-4)^2 + 128 \geq 128, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Nên $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là 128 khi $x = 4$. Vậy $M = (4; 0; 0)$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ $\overrightarrow{AH}$ là

- A.** $(1; -1; 2)$. **B.** $(1; 2; 0)$. **C.** $(2; 0; 4)$. **D.** $(-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm của tam giác ABC .

Ta có

$$\overrightarrow{AH} = (x-1; y-2; z+1), \overrightarrow{BC} = (-2; 0; 1)$$

$$\overrightarrow{BH} = (x-2; y-1; z-1), \overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (-1; -1; 3)$$

$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-1; -5; -2).$$

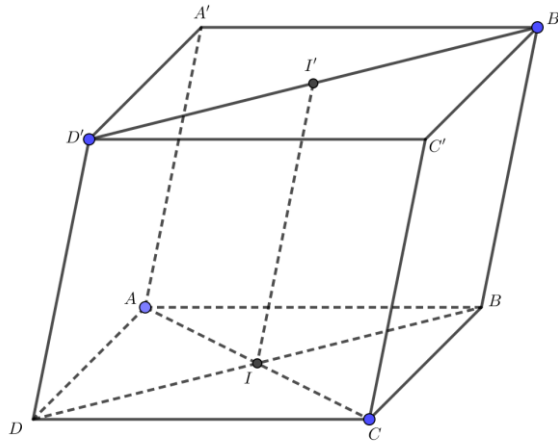
$$\text{Do } H \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + z = -3 \\ -x - y + 3z = 0 \\ -x - 5y - 2z = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AH} = (1; -1; 2).$$

- Câu 40:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(-2;1;3)$, $C(2;3;5)$, $B'(2;4;-1)$, $D'(0;2;1)$. Tìm tọa độ điểm B .
- A.** $B(1;-3;3)$. **B.** $B(-1;3;3)$. **C.** $C(1;3;-3)$. **D.** $B(1;3;3)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $B(x;y;z)$ là điểm cần tìm.

Gọi I và I' lần lượt là trung điểm AC và $B'D' \Rightarrow I(0;2;4)$ và $I'(1;3;0)$.

$$\overrightarrow{I'I} = (-1; -1; 4)$$

$$\overrightarrow{B'B} = (x-2; y-4; z+1)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{I'I} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -1 \\ y-4 = -1 \\ z+1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 3 \end{cases}.$$

Vậy $B(1;3;3)$.

- Câu 41:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(2;1;2)$, $C(-1;3;1)$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A.** $3\sqrt{10}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (-2; 1; 1), \overrightarrow{BC} = (-3; 2; -1)$$

$$\text{Suy ra } AB = AC = \sqrt{6}; BC = \sqrt{14}.$$

$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{\sqrt{35}}{2}.$$

Gọi R_{ABC} là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có

$$R_{ABC} = \frac{AB.AC.BC}{4S_{ABC}} = \frac{\sqrt{6}.\sqrt{6}.\sqrt{14}}{4.\frac{\sqrt{35}}{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Chọn B

câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và $\vec{b} = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{2})$. Tất cả giá trị của m để hai vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc là.

A. $\frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{\pm 26 + \sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{26 \pm \sqrt{2}}{6}$. **D.** $\pm \frac{\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{a}.\vec{b} = -3\sqrt{2}; \vec{a}.\vec{a} = 9; \vec{b}.\vec{b} = 4.$$

Hai vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc

$$\Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow 2m\vec{a}.\vec{a} - 2\vec{a}.\vec{b} + 3m^2\vec{a}.\vec{b} - 3m\vec{b}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow 18m + 6\sqrt{2} - 9\sqrt{2}m^2 - 12m = 0$$

$$\Leftrightarrow -3\sqrt{2}m^2 + 2m + 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}.$$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tọa độ các đỉnh $A(0; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$, $C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ và $A'(0; 0; 2a)$. Gọi D là trung điểm cạnh BB' và M di động trên cạnh AA' . Diện tích nhỏ nhất của tam giác MDC' là.

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết, ta có $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow C'\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 2a\right)$, $D(0; a; a)$ và $M(0; 0; t)$ ($0 < t < 2a$).

$$\text{Ta có } \overrightarrow{DC'} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}; a\right), \overrightarrow{DM} = (0; -a; t-a).$$

$$\text{Vì vậy } S_{MDC'} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{DM}] \right| = \frac{a\sqrt{4t^2 - 12at + 15a^2}}{4} = \frac{a\sqrt{(2t-3a)^2 + 6a^2}}{4} \geq \frac{a^2\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } \min S_{\Delta MDC'} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4} \text{ khi } t = \frac{3}{2}a.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 5)$, $B(3; 4; 1)$, $C(2; 3; -3)$. M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$.

A. 3. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(2;3;1)$. Ta có $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3.GM$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oxz) , khi đó GH là khoảng cách từ G đến mặt phẳng (Oxz) , ta có: $GH = d(G, (Oxz)) = 3$

Với M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) , ta có $GM \geq GH = 3$

do đó GM ngắn nhất $\Leftrightarrow M \equiv H$.

Vậy độ dài GM ngắn nhất bằng 3. Vậy $\min T = 9$.

Câu 44: Trong không gian Oxyz, cho vector $\vec{a} = (1; -2; 4)$, $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vector $\vec{a}$.

Biết vector $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc nhọn và $|\vec{b}| = \sqrt{21}$. Giá trị của tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

A. -3.

B. 6.

C. -6.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương nên ta có $\vec{b} = k.\vec{a} = (k; -2k; 4k); (k \neq 0)$

Lại có $|\vec{b}| = \sqrt{21}$. suy ra $\sqrt{k^2 + 4k^2 + 16k^2} = \sqrt{21} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -1. \end{cases}$

Với $k = 1$ ta có $|\vec{b}| = (1; -2; 4)$, suy ra góc giữa $\vec{b}$ và Oy thỏa mãn

$$\cos(\vec{b}, Oy) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{j}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{j}|}, \text{ trong đó } \vec{b} \cdot \vec{j} = -2 < 0.$$

Suy ra góc tạo bởi $\vec{b}$ và Oy là góc tù. Suy ra $k = 1$ không thỏa mãn.

Với $k = -1$ ta có $|\vec{b}| = (-1; 2; -4)$, suy ra góc giữa $\vec{b}$ và Oy thỏa mãn

$$\cos(\vec{b}, Oy) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{j}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{j}|}, \text{ trong đó } \vec{b} \cdot \vec{j} = 2 > 0.$$

Suy ra góc tạo bởi $\vec{b}$ và Oy là góc nhọn. Vậy $k = -1$ thỏa mãn.

Do đó $|\vec{b}| = (-1; 2; -4)$. Suy ra $x_0 + y_0 + z_0 = -1 + 2 - 4 = -3$.

Câu 45: Trong không gian Oxyz, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh

B, C thuộc trục Oz và $AA' = 1$ (C không trùng với O). Biết vector $\vec{u} = (a; b; 2)$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) là một vector chỉ phương của đường thẳng $A'C$. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 5$.

B. $T = 16$.

C. $T = 4$.

D. $T = 9$.

Lời giải

Lấy M là trung điểm BC .

Khi đó ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases}$ nên $BC \perp A'M$ tại M ;

suy ra M là hình chiếu của A' trên trục Oz

$$\Rightarrow M(0;0;1) \text{ và } A'M = 2.$$

$$\text{Mặt khác } AM = \sqrt{A'M^2 - AA'^2} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Lại có } \triangle ABC \text{ đều nên } AM = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow BC = 2 \Rightarrow MC = 1.$$

Gọi $C(0;0;c), c \neq 0$ suy ra $MC = |c-1|$.

$$MC = 1 \Leftrightarrow |c-1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 2 \end{cases} \text{ (loại } c = 0) \Rightarrow C(0;0;2).$$

$\overrightarrow{A'C} = (-\sqrt{3}; 1; 1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $A'C$

Suy ra $\vec{u} = (-2\sqrt{3}; 2; 2)$ cũng là một vectơ chỉ phương của $A'C$.

$$\text{Vậy } a = -2\sqrt{3}; b = 2. \text{ Suy ra } T = a^2 + b^2 = 16.$$

Chọn B

Câu 46: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $AA' = a$ và $\angle ABC = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MO và $C'D$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}a$.

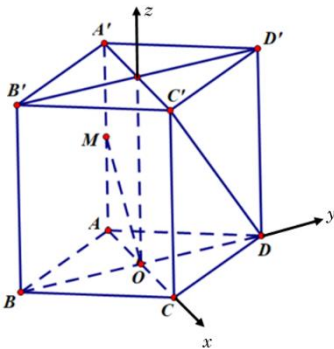
B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

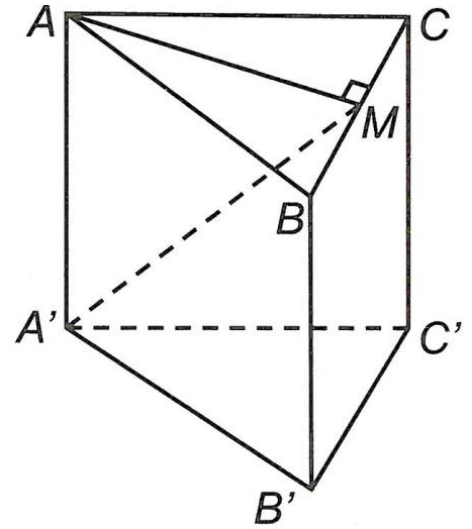
Lời giải

Chọn A



Do $ABCD$ là hình thoi, $\angle ABC = 60^\circ$ nên $AC \perp BD$ và $\triangle ABC$ là tam giác đều.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ:



$$O(0;0;0), C\left(\frac{1}{2};0;0\right), D\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right), \text{ trục } Oz // AA', M\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right), C'\left(\frac{1}{2};0;1\right).$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{OM} = \left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right), \overrightarrow{DC'} = \left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};1\right).$$

$$\text{Khoảng cách hai đường thẳng } MO \text{ và } C'D \text{ bằng } d(OM, DC') = \frac{[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] \cdot \overrightarrow{OD}}{[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}]}.$$

Trong đó:

$$[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{3}}{4}\right),$$

$$[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] \cdot \overrightarrow{OD} = \frac{3\sqrt{3}}{8},$$

$$[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] = \sqrt{\frac{3}{16} + \frac{9}{16} + \frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

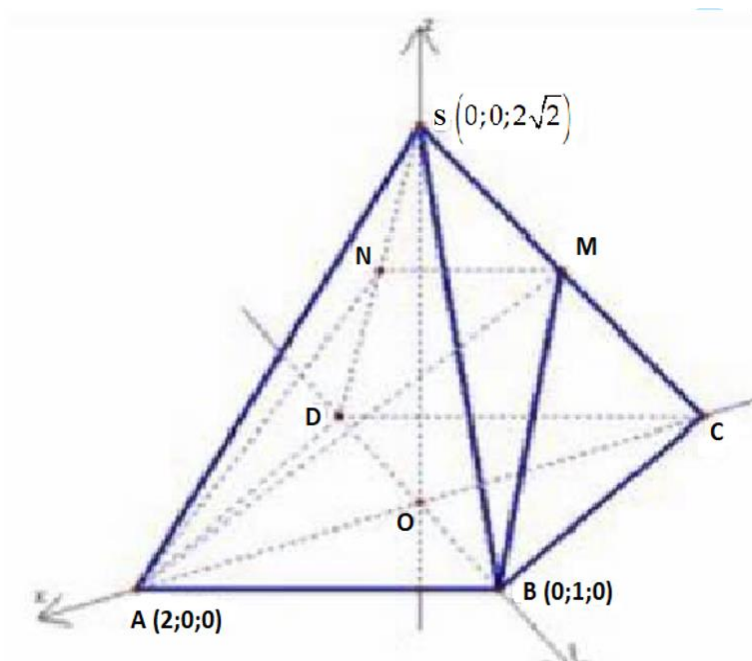
$$\text{Vậy } d(OM, DC') = \frac{3\sqrt{5}}{10}.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC và BD cắt nhau tại gốc tọa độ O . Biết $A(2;0;0), B(0;1;0), S(0;0;2\sqrt{2})$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại N . Tính thể tích hình chóp $S.ABMN$

A. $V = \sqrt{2}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}$. **C.** $V = 3\sqrt{2}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AB // MN // CD \Rightarrow N$ là trung điểm của $SD \Rightarrow N\left(0; \frac{-1}{2}; \sqrt{2}\right)$

$$\overrightarrow{SA} = (2; 0; -2\sqrt{2}), \overrightarrow{SM} = (-1; 0; -\sqrt{2}), \overrightarrow{SB} = (0; 1; -2\sqrt{2}); \overrightarrow{SN} = \left(0; \frac{-1}{2}; -\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] = (0; 4\sqrt{2}; 0)$$

$$\Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{SB}| = \frac{2\sqrt{2}}{3}; V_{S.AMN} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{SN}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN} = \sqrt{2}$$

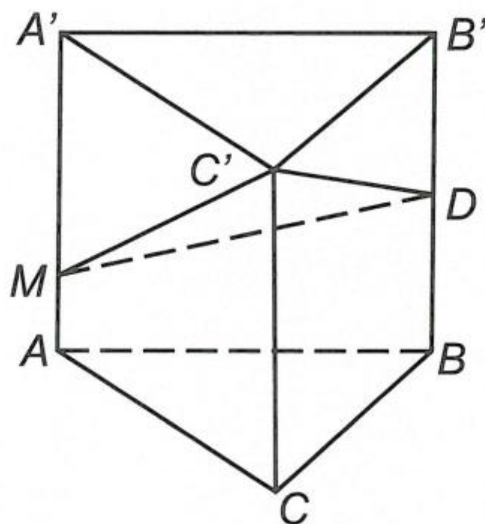
Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tọa độ các đỉnh

$A(0;0;0)$, $B(0;a;0)$, $C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ và $A'(0;0;2a)$. Gọi D là trung điểm cạnh BB' và M di động

trên cạnh AA' . Diện tích nhỏ nhất của tam giác MDC' là

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow C' \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 2a \right)$.

$\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow B' (0; a; 2a)$.

Điểm D là trung điểm của BB' nên $D(0; a; a)$.

$M(0; 0; t)$ với $0 < t < 2a$. Ta có $\overrightarrow{DC'} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}; a \right)$, $\overrightarrow{DM} = (0; -a; t - a)$.

Ta có:

$$S_{MDC'} = \frac{1}{2} \left\| \left[\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{DM} \right] \right\| = \frac{a\sqrt{4t^2 - 12at + 15a^2}}{4} = \frac{a\sqrt{(2t - 3a)^2 + 6a^2}}{4} \geq \frac{a^2\sqrt{6}}{4}.$$

Suy ra $\min S_{\square MDC'} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$ khi $t = \frac{3}{2}a$.

Chọn C

Tài liệu, giáo án, đề thi cập nhật liên tục tại: <https://hoangquy.net/tailieu>

Google Meet không giới hạn thời gian có Khuyến Mãi Tại: HoangQuy.Net

Cộng đồng facebook chia sẻ tài liệu, đề thi:

<https://www.facebook.com/groups/993194497531060>